

Paul Talvio

## Atomikellojen tikitystaajuuden riippuvuus gravitaatiosta ja liikkeestä.

### 1. Atomikellot havaintojen mukaan.

Gravitaatio ja liike vaikuttavat atomikellojen tikitystaajuuteen Maan pinnalla ja lähiavaruudessa seuraavan kaavan mukaan:

$$f_{gv} = f_{00} \sqrt{(1 - 2GM/rc^2 - v^2/c^2)} \cong f_{00}(1 - GM/rc^2 - 1/2 v^2/c^2) \quad (1.1)$$

Tässä  $f_{00}$  on levossa äärettömän kaukana (siis gravitaatiottomassa tilassa) olevan kellon taajuus,  $G$  on Newtonin gravitaatiovakio,  $M$  on Maan massa,  $r$  on etäisyys Maan keskipisteestä ja  $c$  on valon nopeus. Gravitaation vaikutus kelloihin on tämä riippumatta siitä millaisessa liike-tilassa (tasaisessa, kiihtyvässä, keskeisliikkeessä jne.) ne ovat. Kuvattu ilmiö on esim. GPS-järjestelmässä (satelliittipaikannus) todettu vuoren varmasti vastaavan itse kelloissa tapahtuvia muutoksia.

### 2. Ekvivalenssiperiaate.

Ekvivalenssiperiaate on seuraava: *Havaintokehyksen sisällä oleva havaitsija ei voi kehyksen sisällä tehdyillä havainnoilla selvittää, onko hän tasaisesti kiihtyvässä koordinaatistossa vai gravitaatiokentässä. Kaikki tapahtumat ovat näissä kehyksissä samanlaisia.*

Väitteensä tueksi Einstein kuvaa henkilöä hississä, joka on joko levossa Maan pinnalla tai kiihtyvässä liikkeessä ylöspäin kiihtyvyydellä  $g$ . Painovoiman vaikutukset hissien sisällä ovat aivan samat kuin inertian vaikutukset. Einsteinin mukaan vasta tämä oivallus avasi hänelle tien yleisen suhteellisuusteorian kehittämiseen.

Ekvivalenssiperiaate johti myös väitteeseen, että itse aika ja siten myös kellojen tikitystaajuus riippuu paikasta gravitaatiokentässä seuraavan kaavan mukaan:

$$f_H = f_0(1 + gH/c^2) \quad (2.1)$$

Tässä  $f_H$  on tikitysnopeus korkeudella  $H$ ,  $f_0$  on tikitysnopeus havaitsijan korkeudella,  $g$  on gravitaatiokentän kiihtyvyyden ja  $c$  on valon nopeus.

Tarkastelemme seuraavassa miten tämä väite perustellaan.

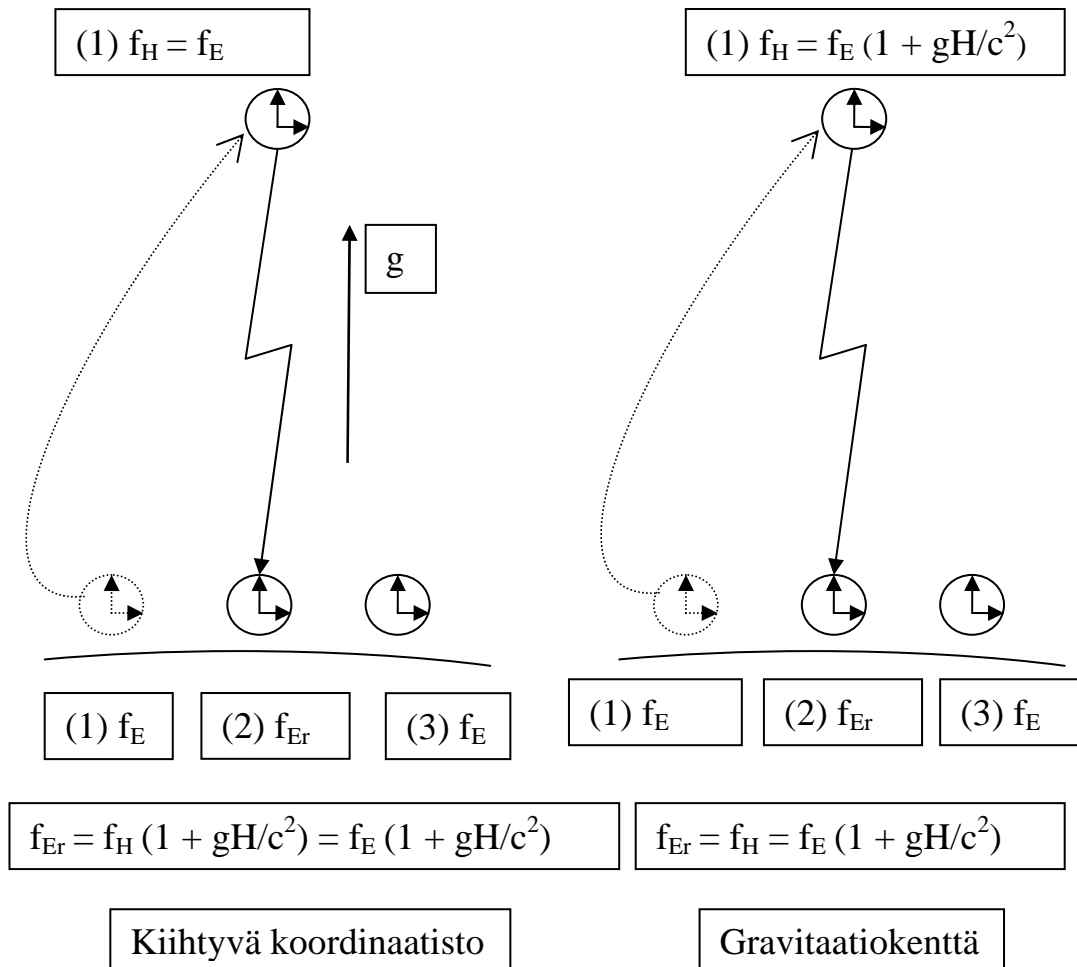
Tarkastelemme ensin kuvan 1 vasenta puolta. Meillä on aluksi kolme kelloa Maan pinnalla. Kellot 1 ja 3 käyvät täsmälleen samalla tikitystaajuudella  $f_E$ . Kello 2 on vastaanotin, joka käy toiselta kellolta saamansa taajuuden mukaan.

Ekvivalenssiperiaatteen mukaan voimme korvata Maan gravitaatiokentän kuvittelemalla Maanpinnan kelloineen liikkuvan ylöspäin kiihtyvyydellä  $g$ . Viemme nyt kellon 1 korkeudelle  $H$  Maan pinnan yläpuolelle. Kello käy siellä samalla taajuudella kuin Maan pinnalla olevat kellot, koska kaikkien kellojen

liikenopeudet ovat samat ja gravitaatiotahan ei nyt ole. Annamme korkealla olevan kellon 1 lähettää tikityksensä Maan päällä olevalle kellolle 2. Olkoon lähteyksen alkaessa havaintokehyksemme nopeus  $v$  taustalla olevaan inertiakoordinaatiston suhteen (jossa valon nopeus siis on vakio  $c$ ). Pulssit kulkevat kellolle 2 melko tarkasti ajan  $\Delta t = H/c$ , kun otaksumme, että  $v \ll c$ . Kehyksen ja siis myös kellon 2 nopeus pulssien saapuessa on noussut arvoon  $v_2 = v + g\Delta t = v + gH/c$ . Vastaanottohetkellä kellon 2 nopeusero pulssin lähtöhetken nopeuteen on siis  $gH/c$ . Kysymys on itse asiassa Doppler-ilmiöstä, jossa kello 2 lähestyy signaalin lähtöpistettä nopeudella  $gH/c$  (viitteet [1] ja [2]). Suppean suhteellisuusteorian Doppler-kaava silloin kun lähteellä on vastaanottimeen nähden vain niitä yhdistävän janan suuntainen lähenevä liike  $v = gH/c$ , on:

$$f_{E'} = f_E \sqrt{\frac{(1 + v/c)}{(1 - v/c)}} \cong f_E \sqrt{1 + 2v/c} \cong f_E (1 + v/c) = f_E (1 + gH/c^2) \quad (2.2)$$

Ylösvedyn kellon oma tikitystaajuus ei siis ole muuttunut, vaan muuttunut on vastaanotetun signaalin taajuus. Pulsseja tulee enemmän perille, kuin niitä lähetetään. Kiihtyvässä koordinaatistossa tämä on mahdollista. Molempien kellojen nopeushan koko ajan kasvaa ja sen seurauksena kello 1 lähettää aina vain pidempää pulssiväliä, joten matkalla olevien pulssien lukumäärä pienenee. Ylimäärä absorboidaan kelloon 2.



Kuva 1. Ekvivalenssiperiaate.

Ekvivalenssiperiaatteen mukaan maassa oleva havaitsija ei siis saa huomata mitään muutosta, jos pysäytämme havaintokehyksemme ja palautamme Maan gravitaatiokentän. Tätä esittää kuvan 1 oikea puoli. Koska meillä ei nyt ole liikettä ja sen aiheuttamaa Doppleria, niin havaitsija olettaa, että ylhäällä olevan kellon taajuus muuttuu. Tätä oletusta perustellaan siis sillä, että havaintokehyksen sisällä oleva havaitsija ei saa kellojen avulla (eikä muutoinkaan) päästä selville siitä, onko hän kiihtyvässä liikkeessä vai gravitaatiokentässä. Seuraavassa Feynmanin perustelu viitteestä [2] sivulta 148. Selitettyään ensin ilmiön kiihtyvässä koordinaatistossa Dopplerin avulla hän jatkaa:

>>> Ajatellaan nyt, että raketti (so. kellot) on levossa Maan painovoimakentässä. *Tapahtuu sama asia*. Jos istut lattialla yhden kellon kanssa ja seuraat toista, joka on ylhäällä hyllyllä, se näyttää käyvän nopeammin kuin vieressäsi lattialla oleva! Sanot kenties: ”Eihän se niin ole! Aikojen pitää olla samat. Kun ei ole kiihtyvyyttä, ei ole mitään syytä sille, että kellot käyvät eri tahtiin.” Mutta niin on oltava, jos ekvivalenssiperiaate on oikea. Ja Einstein väitti, että periaate on oikea, ja jatkoi rohkeasti ja oikein. Hän esitti, että gravitaatiokentän eri paikoissa olevat kellot näyttävät käyvän eri nopeuksilla. Mutta jos yksi kello näyttää

aina käyvän eri nopeudella toiseen kelloon verrattuna, niin ensimmäisen kellon näkökulmasta toinen *myös käy* eri nopeudella. (Kursivoinnit alkuperäisiä)<<<<

>>>Ellei niin olisi, pystyisit erottamaan gravitaatiokentän ja kiihtyvän koordinaatiston toisistaan. On vaikea hyväksyä sellaista ajatusta, että aika vaihtelee paikasta toiseen, mutta tätä ajatusta Einstein käytti ja se on oikein – usko tai älä.<<<<

Suhteellisuusteoria (ekvivalenssiperiaate) ei siis anna mitään aineen ja energian fysiikkaan perustuvaa selitystä kellojen tikitystaajuuden riippuvuudelle gravitaatiosta vaan ottaa käyttöön uuden postulaatin eli uskomuksen (kuten liikkeestä johtuvan aikadilaation ja pituuskontraktion tapauksessa). Avaruus on aika-avaruusjatkumo, jokaisella pisteellä on oma aikansa. Kun kello tuodaan tuohon pisteeseen, niin siinä oleva aika ohjaa kellon käyntinopeutta. Atomikellon aineeseen ja energiaan perustuva prosessi on siis jollain tavalla kausaalisessa yhteydessä sijaintipisteen aikaan. Tämä on melko erikoinen kausaalisuhde, sillä siinä ei havaita ollenkaan esim. energian siirtyvän vaikuttajasta vaikutettavaan. (Feynmanin oppilaat taisivat olla vähän epäileväisiä, kun lainauksen viimeisessä lauseessa pitää niin ponnekkaasti korostaa *uskoa*.)

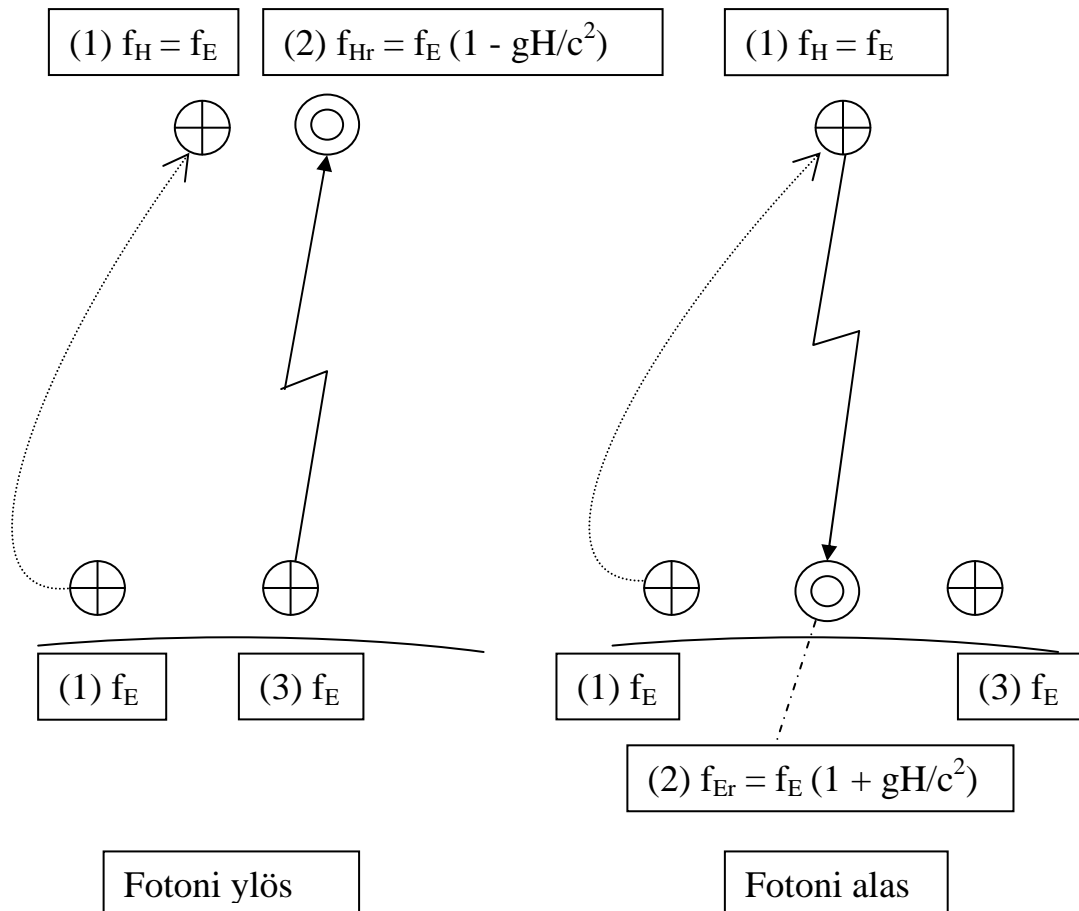
Einstein ei koskaan määritellyt, minkälaisia ominaisuuksia vaaditaan oliolta, joka kelpaa kelloksi. Ihannekelloksi kirjallisuudessa on otettu ns. valokello. Se on yksinkertaisesti putki, jonka kummassakin päässä on peili. Valopulssi pomppii putken päästä päähän. Kun putki on pystyssä liikkeeseen nähden niin se vastaa Michelson-Morleyn laitteiston pystyhaaraa ja ollessaan liikkeen suunnassa vaakahaaraa. Huomioimalla vain pituuskontraktio kellon tikitystaajuus ilmentää liikkeestä johtuvaa aikadilaatiota. Viitteessä [2] s. 86 Feynman väittää, että jos otamme valokellon kanssa mukaamme liipotinkellon ja atomikellon nopeasti kiihtyvään avaruusalukseseen, niin ne kaikki hidastuvat samalla tavalla. Jos näin ei kävisi, niin

>>>...avaruusaluksessa matkustava voisi käyttää kellojensa erilaisia aikoja määrittääkseen aluksen nopeuden, minkä olemme olettaneet mahdottomaksi. Kellon hidastumisen aiheuttavasta *koneistosta ei tarvitse tietää mitään* – tiedämme yksinkertaisesti, että oli syy mikä tahansa, se näyttää hidastuvan samalla tavalla kuin ensimmäinen kellomme.<<<<  
(kursiivi alkuperäinen)

Tähän voidaan huomauttaa, että jos astronautti ottaa mukaansa avaruusasemalle heilurikellon, niin aseman painottomassa tilassa kello pysähtyy, mutta atomikello jatkaa, joten koneistolla on väliä.

### 3. Perusteluja viestinkantajissa tapahtuvilla muutoksilla.

Gravitaation vaikutusta perustellaan suhteellisuusteorian oppikirjoissa myös tavanomaisella fysiikalla. Tarkastelemme ensiksi perustelua viitteessä [1] (Kogut).



Kuva 2. Fotonin taajuuden muuttuminen gravitaatiokentässä.

Kuvassa 2 on valonsäteilijöitä eli fotoniemittäreitä (ristiymppyrä) ja säteilyn vastaanottimia (kaksoisymppyrä). Maan pinnalla on aluksi kaksi identtistä säteilijää, 1 ja 3. Kuvan 2 vasemmalla puolella säteilijä 1 vieään korkeudelle  $H$ , jossa on myös säteilyn vastaanotin 2. Säteilijä 1 emittoi edelleen samantaajuisia fotoneja ( $f_E$ ) kuin se emittoi Maan pinnalla. Maan pinnalle jätetty säteilijä lähettää fotonin korkeudella  $H$  olevalle vastaanottimelle. Fotonin energia sen emittoituessa on  $E_E = hf_E$  ja massa  $m = E_E/c^2 = hf_E/c^2$ . Noustessaan ylös fotoni työskentelee gravitaatiota vastaan ja menettää energiaansa määrällä  $mgH = hf_E/c^2 \times gH$ . Saavuttuaan vastaanottimeen sen energia on siis:

$$E_H = hf_{Hr} = E_E - hf_E/c^2 \times gH = hf_E(1 - gH/c^2) \quad (3.1)$$

eli

$$f_{Hr} = f_E(1 - gH/c^2) \quad (3.2)$$

Kun ylhäällä oleva havaitsija vertaa vastaanottamaansa säteilyn taajuutta lähettimen 3 kanssa samanlaisen säteilijän 1 taajuuteen, niin hän huomaa Maan pinnalta tulevan säteilyn taajuuden pienemmäksi. Hän siis päättelee, että sama lähetin maanpinnalla värähtelee hitaammin tai että aika siellä on hitaampaa.

Kaikki tämä oli vain päättelyä ennen atomikellojen aikaa. Ensimmäinen atomikello alkoi toimia vasta 1955.

Kuvan 2 oikealla puolella tehdään sama koe antamalla fotonin pudota korkeudelta  $H$  Maan pinnalle (viite [2] Feynman ja viite [4] Einstein). Fotonin energia lisääntyy nyt määrällä  $mgH = hf_E/c^2 \times gH$ . Tällöin luonnollisesti saadaan, että:

$$f_{Hr} = f_E(1 + gH/c^2) \quad (3.3)$$

ja meidän havaitsijamme taas luulee, että säteilijä ylhäällä emittoi korkeamman taajuuden fotoneja kuin ollessaan alhaalla.

Vastaava tarkastelu tehdään myös ympyräliikkeen avulla (viite [5] s. 101). Kuvittelemme yhden kellon olevan keskipisteessä ja toisen kellon kiinnitettynä pyörivään kiekkoon etäisyydelle  $r$  keskipisteestä. Kiekko pyörii kulmanopeudella  $\omega$ . Kehänopeus on:

$$v = \omega r \quad (3.4)$$

Keskipakoisvoima vetää kelloa ulospäin voimalla:

$$F_{vr} = m\omega^2 r = mv_r^2/r \quad (3.5)$$

Kehällä oleva kello emittoi fotonin, jonka taajuus on  $f_r$  ja jonka keskipisteessä oleva kello ottaa vastaan taajuudella  $f_0$ . Työ, jonka fotoni joutuu tekemään keskipakoisvoimaa vastaan, on:

$$E_{prm} = - \int_r^0 F_{vr} dr = - \int_r^0 m\omega^2 r dr = - \int_r^0 m\omega^2 r^2/2 = - mv_r^2/2 \quad (3.6)$$

Näin paljon se on siis menettänyt alkuperäisestä energiastaan  $hf_r$  eli se on menettänyt kaiken liike-energiansa.

$$hf_0 = hf_r - mv_r^2/2 = hf_r - hf_r/c^2 v_r^2/2 = hf_r(1 - 1/2 v^2/c^2) \quad (3.7)$$

$$f_0 = f_r(1 - 1/2 v^2/c^2) \quad (3.8)$$

Tämä on sama kuin aikadilaation kaavalla saatu suoran liikkeen vaikutus kelloon. Yhtälöstä (3.7) on kokonaan kadonnut säde  $r$ , joten vain kehänopeus vaikuttaa mutta ei keskeiskiihtyvyyttä. Jos kello pannaan eri etäisyyksille, mutta pidetään kehänopeus vakiona, niin keskeiskiihtyvyyttä  $v^2/r$  vaihtelee suuresti, mutta kello käy aina samalla taajuudella. Suhteellisuusteorian kannalta ympyräliikettä voidaankin pitää ensisijaisesti perusteluna ajan riippuvuudelle kappaleen nopeudesta tai oikeastaan sen liike-energiasta. Muutos on riippumaton radan muodosta.

Energiaero yhtälössä (3.6) voidaan tulkita myös gravitaatioenergiaeroksi, jolloin:

$$E_{prm} = -mv_r^2/2 = m\Phi \quad (3.9)$$

$$\Phi = - 1/2 v_r^2 = - 1/2 \omega^2 r^2 \quad (3.10)$$

$\Phi$  on kehällä pyörivän kellon gravitaatiopotentiaali. Tämä voidaan todeta myös toisella tavalla. Keskeiskiihtyvyys on  $\omega^2 r$ . Kiihtyvyys taas on gravitaatiopotentiaalın gradientti:

$$\omega^2 r = -d/dr(\Phi) = -d/dr(-\omega^2 r^2/2) \quad (3.11)$$

joten gravitaatiopotentiaali on

$$\Phi_{vr} = -\omega^2 r^2/2 = -v_r^2/2 \quad (3.12)$$

Kehällä olevan kellon tikitystaajuus riippuu siis gravitaatiopotentiaalın itseisarvosta tai sen liike-energiasta.

#### 4. Liikkeen vaikutus atomikelloihin.

Liike vaikuttaa atomikelloihin kuten suhteellisuusteoria ennustaa:

$$f_v = f_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \cong f_0 (1 - \frac{1}{2} v^2/c^2) \quad (4.1)$$

Tämä yhtälö johdetaan suoraan Lorentz-muunnoksen aikadilaatiosta eli tässäkin väitetään ajan muuttuvan. Fysikaalisesti sitä perustellaan ns. valokellolla. Valokello on vain putken pätkä, jossa ftoni pomppii päissä olevien peilien välillä. Sitä ei voi fysikaalisesti toteuttaa, joten se on ns. ajatuskoe. Putken ollessa poikittain liikesuuntaansa nähden sen pituus on muuttumaton ja ollessaan liikkeen suuntainen se lyhenee pituuskontraktion mukaan kertoimella  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Putki liikkuu kuitenkin liikkeensä suuntaisen valon suhteen nopeudella  $c - v$  kuten Michelson-Morleyn interferometri ja siksi valon edestakainen kulkumatka putkessa pitenee ja sen taajuus putoaa kertoimella  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ . Tässäkin päätelmä siitä, että kellon tikitystaajuuden muutos johtuisi itse ajan muuttumisesta koordinaatistossa, jossa valon nopeus on putken suhteen aina  $c$ , on kummallisessa ristiriidassa kellon kuvauksen kanssa, joka perustuu nimenomaan siihen, että valon nopeus kellon suhteen on  $c \pm v$ .

Ympyräliikkeessä liike-energian avulla laskettuna kehänopeus vaikutti kellon taajuuteen *tarkasti* yhtälön (3.8) mukaan, joka on sama kuin yhtälön (4.1) likiarvomuoto. Kumpi sitten on oikein, voidaan todeta vain hyvin suurilla nopeuksilla. (Alkeishiukkasen elinikä hiukkaskiihdyttimissä tukenee neliöjuurimuotoa.) Atomikelloilla tehdyillä kokeilla ei ole havaittu minkäänlaisen kiihtyvyyden vaikuttavan atomikelloihin. Vaikutus voidaan aina laskea hetkellisestä nopeudesta.

#### 5. Itse atomin energiatilaan perustuvat selitykset.

Sijoittamalla kumulatiiviset laskijat kelloihin voidaan todeta, että atomikellot reagoivat suoraan gravitaatiopotentiaalieroihin eikä kellohavainnoilla ole mitään tekemistä ajan muuttumisen kanssa. Myöskään radiosignaalien taajuus tai lähetyksen pulssitaajuus eivät muutu matkallaan gravitaatiokentässä.

Havaintojen mukaan Maan keskipisteestä etäisyydelle  $r_S$  viedyn satelliitin kellon taajuus nousee Maan pinnalla olevaan (säde  $r_E$ ) määrällä (ilman nopeuden vaikutusta):

$$f_S - f_E = \Delta f = f_{00}GM/c^2 \times (1/r_E - 1/r_S) \quad (5.1)$$

Katsomme tulemmeko samaan tulokseen energian säilymisen periaatteella siirtämällä muuttuvassa gravitaatiokentässä atomia, jonka massa on  $m$ . Oletamme, että tuossa atomissa tapahtuva kvanttihyppy tuottaa äärettömän kaukana Maasta fotonin, jonka taajuus on  $f_{00}$  ja energia siis  $E_{00} = hf_{00}$ . Fotoni vähentää atomin massaa määrällä  $m_{00} = E_{00}/c^2 = hf_{00}/c^2$ . Tuomme atomin äärettömän kaukaa etäisyydelle  $r$  Maan keskipisteestä. Koska gravitaatiovoima riippuu etäisyyden neliöstä, niin meidän on laskettava tarvittava työ integroimalla.

$$dE = mg(r)dr = mGM/r^2 dr \quad (5.2)$$

$$E = \int mGM/r^2 dr = -mGM/r \quad (5.3)$$

Miinus merkki tarkoittaa, että atomin potentiaalienergia pienenee. Tuon pienenemisen mukana myös mahdollista kvanttihyppyä odottava atomin osa  $m_{00}$  menettää potentiaalienergiaansa. Satelliittietäisyydelle  $r_S$  ja Maan säteen etäisyydelle  $r_E$  tuotuna tuon massahiukkasen energioiden pienenemisten ero on siis:

$$\Delta E = m_{00}GM(1/r_E - 1/r_S) \quad (5.4)$$

Mutta  $\Delta E = h\Delta f$  ja  $m_{00} = hf_{00}/c^2$ , joten

$$\Delta f = f_{00}GM/c^2 \times (1/r_E - 1/r_S) \quad (5.5)$$

Tulemme siis samaan tulokseen kuin havaintoihin perustuva yhtälö (5.1). Energiaperiaate näyttääkin siis toimivan siten, että gravitaatioenergia sisältyy atomin sisäiseen energiaan ja että tuo energia ilmenee atomin sisäisenä värähdystilana. Ulkoisesti se ilmenee atomikellon taajuudessa ja atomin säteilemien kvanttien energiassa.

Emittoitumattoman fotonin massaekvivalentti käyttäytyy massan tavoin atomin muun massan mukana, mutta voidaanko sitä emittoituttuaan enää käsitellä massan tavoin, kuten tehtiin kappaleessa 3 suhteellisuusteorian mukaan. Einstein tekee niin viitteessä [4] perustellen sitä ekvivalenssiperiaatteella. Esimerkkinä hän laskee valon taipumisen Auringon gravitaatiokentässä (1911) ja saa arvoksi 0,83 kaarisekuntia. Todellinen arvo (1919) osoittautui kaksinkertaiseksi. Se saatiinkin suhteellisuusteorian ennusteeksi laskemalla valon etenemisnopeus Auringon lähellä pienemmäksi kuin kaukana. Valon nopeuden invarianssista ei kuitenkaan tarvinnut luopua sillä tulo  $ct$  muuttuu siksi, että aika on hitaampaa massan lähellä kuin kaukana.

Se, että itse atomikellojen taajuus riippuu gravitaatiopotentiaalista ja nopeudesta niin yksinkertaisesti, kuin yhtälö (1.1) osoittaa, oli todella onnekasta GPS-



systemin rakentajille. Nyt voitiin asettaa sopivilla korjauskertoimilla kaikki GPS-kellot sekä satelliiteissa että Maan pinnalla osoittamaan samaa aikaa eli ECI-kehyyksen koordinaattiaikaa. (ECI = Earth Centered Inertial frame eli Maakeskeinen pyörimätön koordinaatisto.) Jos taajuus muuttuisi vasta vastaanotossa, niin jokainen vastaanottaja tarvitsisi oman paikastaan riippuvan korjauskertoimensa. Systemiä tuskin olisi voitu edes rakentaa.

Gravitaation vaikutuksesta suoraan kelloihin oltiin ensimmäisiä satelliitteja lähetettäessä vielä niin epävarmoja, että mukaan asennettiin korjauslaite, joka voitiin kytkeä päälle tai pois kauko-ohjauksella. Sittenkin kelloihin on kytketty kiinteästi jo maassa korjauslaite, jota voidaan kuitenkin säätää kauko-ohjauksella.

Ensimmäisissä GPS-satelliiteissa ei ollut vastaanotinta signaalien vastaanottamiseksi toisilta satelliiteilta. Seuraaviin sellaiset haluttiin asentaa. Satelliittien tuli pystyä määrittelemään paikkansa toisten satelliittien avulla samalla tavalla kuin Maan pinnalla olevan havaitsijan. Vieläkin oltiin sen verran epävarmoja, että haluttiin varmistaa asia ennen kuin kalliita satelliitteja alettiin lähettää. Niinpä asennettiin GPS-vastaanotin muuta tarkoitusta varten lähetettyyn ns. TROPEX/POSEIDON satelliittiin. Kokeet osoittivat, että taajuudet eivät muutu gravitaatiokentässä matkalla tai vastaanottotapahtumassa [3].

## 6. Atomikellot murtavat ekvivalenssiperiaatteen.

Ekvivalenssiperiaatteen selitys kellojen käyttäytymiselle perustui siihen uskomukseen, että kellot eivät paljasta havaitsijalle sitä, onko hän gravitaatiokentässä vai kiihtyvässä koordinaatistossa. Atomikellot kuitenkin voivat sen paljastaa hyvin yksinkertaisella tavalla. Asennetaan kumulatiivinen laskin kaikkiin kuvan 1 kelloihin 1 ja 3. Käynnistetään ja pysäytetään laskimet yhdellä radiosignaalilla. Laskenta jaksoista tulee yhtä pitkiä, vaikka ylhäällä olevan kellon jakso onkin ajallisesti vähän siirtynyt. Kun nyt laskimet luetaan, niin nähdään seuraavaa:

Kuvan 1 vasen puoli, kiihtyvä koordinaatisto:  $N_1 = N_3$

Kuvan 1 oikea puoli, gravitaatiokenttä:  $N_1 > N_3$

Havaitsija voi siis helposti kellojen avulla nähdä kummassa koordinaatistossa hän on. Myös Einsteinin esimerkkinä käyttämä hissiin suljettu mies voi sen tehdä. Annamme hänelle mukaan kaksi atomikelloa. Hän laittaa kellot näyttämään samaa aikaa ja kiinnittää toisen kellon hissin kattoon ja toisen lattiaan. Jos kellojen näyttämien välille ei synny eroa, niin hän on kiihtyvässä hississä. Jos sen sijaan katossa oleva kello edistää lattialla olevaan kelloon nähden, niin hän on gravitaatiokentässä. Atomikellot (kuten kaikki kellot) ovat kumulatiivisia laskimia. Siksi pienetkin erot värähtelijän taajuudessa tulevat ennen pitkään näkyviin aikanäytössä.

Tässä yhteydessä on syytä vielä korostaa, että luotettavien mittausten mukaan atomikellojen tikitysnopeus ei tosiaan riipu millään tavalla kinemaattisesta kiihtyvyydestä. Jos se riippuisi, niin ekvivalenssiperiaate saisi lisää uskottavuutta.

## 7. Loppupäätelmiä.

Teknologian kehitys on antanut meille mahdollisuuksia, joista Einsteinin aikalaiset eivät osanneet edes uneksia. Niitä ovat:

- a. kellot, joiden tarkkuus on yhden suhde  $10^{15}$  (ellei jo parempikin)
- b. voimme seurata taajuuksia kumulatiivisilla laskimilla, kaukoasettaa ja kaukolukea niitä
- c. voimme kaukoasettaa lukemia kelloihin ja kaukolukea niitä
- d. voimme lähettää informaatiota digitaalisesti koodattuna

Kohdan d suhteen on erityisesti huomioitava, että digitaalisesti koodattu informaatio radiosignaalin säilyy muuttumattomana gravitaatiopotentiaalissa ja nopeuden vaihteluista huolimatta ja missä tahansa koordinaatiston vaihdossa. Se on luonnon todellinen invariantti. Kaiken tämän seurauksena meidän ei enää tarvitse sanoa kuten Feynman vielä 60-luvulla ”*Mutta jos yksi kello näyttää aina käyvän eri nopeudella toiseen kelloon verrattuna, niin ensimmäisen kellon näkökulmasta toinen myös käy eri nopeudella*”. Meidän ei tarvitse tyytyä siihen, että ”asiat ovat sitä miltä ne näyttävät”, vaan nyt me tiedämme millä nopeudella kellot todella käyvät. Me tiedämme, että taajuusmuutokset ovat todellisia kelloissa ilmeneviä fyysikaalisia ilmiöitä, eivät niistä tietoa välittävissä viestinkantajissa tapahtuneita muutoksia.

Tiedemaailma ja insinöörimaailma ovat tässä kysymyksessä jakaantuneet. Tiedeyhteisö ei edes suostu keskustelemaan siitä, olisiko ajan muuttumisen sijasta kysymys puhtaasti aineen ja energian tavanomaisesta fysiikasta. Insinöörit kuitenkin rakentavat hienosti toimivia systeemejä perustaen ne ”kellodilaatioon” ja digitaalisen informaation häviämättömyyden lakiin.

Viitteet:

[1] John B. Kogut: *Introduction to Relativity*. Harcourt Academic Press, USA, 2000. ISBN 0-12-417561-9.

[2] Richard Feynman: *Suhteellisen helppoa – seitsemän lukua fysiikkaa*. Tähtitieteellinen yhdistys Ursa, julkaisu 83, 2002. ISBN 952-5329-18-6.

[3] Neil Ashby: *Relativistic Effects in the Global Positioning System*. Presented at Fifteenth International Conference on General Relativity and Gravitation, Pune, India, December 15 -21, 1997. Saatavissa internetosoitteesta:  
<http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2003-1>

[4] A. Einstein: *On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light*. (Original from *Annalen der Physik*, 35, 1911) Saatavissa Internetosoitteesta:  
[http://www.itba.edu.ar/cargrado/fismat/fismod/transf/htm/einstein\\_5.htm](http://www.itba.edu.ar/cargrado/fismat/fismod/transf/htm/einstein_5.htm)

[5] A. Einstein: *Erityisestä ja yleisestä suhteellisuusteoriasta. Suomentanut ja kommentoinut Raimo Lehti*. Ursan julkaisuja 90 (ISSN 0357-7937), ISBN 952-5329-33-X, Gummerus 2003