

Vektori-interferenssi diskreetissä kvanttimekaniikassa (DQM)

Kullervo Rainio ja Pentti Malaska

Abstract

A discrete process model (DPM) of the quantum evolution is discussed. The model belongs to the general framework of the discrete quantum mechanics (DQM). While the quantum mechanics is bound to present physical and material phenomena in the continuous space-time coordinate system, the DPM method is more general with its nominally discrete state-space and with time as the discreteness of the process per se.

A quantum process is understood as a chain of the jumps of a system from one state to another in random fashion as guided by the dynamics of the transition probabilities of the system. The transition dynamics takes a form of the probability vector and the state-space conditioned by the nodes.

A new concept – called *vector interference* – is defined by a Rainio interference operator on the set of the probability vectors. This concept opens new interesting characteristics of the probability vector space, i.e. inversion and entanglement of the vectors. The concept of the *total interference* is defined and studied first and extended further to a *partial interference* which deals with interaction between two vectors of unequal size.

The logical structure of the DPM is applied to cognitive phenomena and decision making processes based on the valence fields of the mind, which Rainio has studied extensively earlier with Kurt Lewin's ideas.

Key words: awareness, detector, discrete model, DQM, discrete quantum mechanics, double-slit experiment, interference, inversion, inversion symmetry, inverse vector, learning, mind, quantum evolution, partial interference, transition probability, vector interference.

Tiivistelmä

Artikkeli kuuluu diskreetin kvanttimekaniikan (DQM) alaan ja esittelee diskreetin prosessimallin (DPM), jossa kvanttievoluutiota tarkastellaan systeemin tilasta toiseen tapahtuvien kvanttihyppyjen ketjuna, transiitodennäköisyyksien ohjaamana. Artikkelissa tutkitaan todennäköisyysvektoreiden vuorovaikuttamista, jolle annetaan nimi *vektori-interferenssi*, esitetään sen laskenta-operaattori ja tarkastellaan vektoreitten inversiosymmetriaa. Interferenssi-käsite laajennetaan *kokonaisinterferenssistä osittaisinterferenssin käsitteeksi*.

Matemaattiselta rakenteeltaan samaa perusmallia sovelletaan kognitiiviseen päätöksentekoprosessiin, jota ohjaavat tajunnan valenssikentät. Ne vaikuttavat päätöksentekokenttään interferensseissään sen kanssa.

Tämän artikkelin tarkoituksena on tuoda esiin vektori-interferenssin matemaattisia ominaisuuksia ja niistä tehtäviä tulkintoja, jotka muuten – kvanttimekaniikan aaltokuvausta käytettäessä – saattaisivat olla vaikeasti havaittavia.

Avainsanoja: detektori, diskreetti kvanttimekaniikka, DQM, interferenssi, inversio, inversiosymmetria, kaksoisrakokoe, kognitiivinen, kvanttievoluutio, oppiminen, osittaisinterferenssi, tajunta, tietoisuus, transiitodennäköisyys, vektori-interferenssi.

1. JOHDANTO

3

Diskreetti kvanttimekaniikka (DQM) tekee tuloaan. - Diskreetin prosessimallin (DPM) perusajatus. - Transitiodynamiikka. - Diskreetin mallin esitysmuodot ja tila-avaruus. - Kvanttievoluutio ja mallin simulointi. - Vektori-interferenssi. Esimerkki: kaksoisrakokoe.

2. RAINION INTERFERENSSIOPERAATTORI

11

2.1. POSTULAATIT	11
2.2. TÄRKEITÄ VEKTOREITA	12
2.3. REAALIVEKTOREIDEN VUOROVAIKUTUS KESKENÄÄN	13
2.4. REAALIVEKTOREIDEN VUOROVAIKUTUS SUPERPOSITIOVEKTOREIDEN KANSSA	14
2.5. INTERFERENSSI VALKOISEN KOHINAN KANSSA	14
2.6. INTERFERENSSIOPERAATTORIN INVERSIOSYMMETRIA	15
2.6.1 Inversiovektori	15
2.6.2. Inversiovektori modulo A	15
2.6.3. Kaksoisrakokoe ja inversiovektorit; sovellus	16
2.7. DETEKTORIMATRIISI	17

3. RAINION OSITTAISINTERFERENSSI

19

3.1. OSITTAISINTERFERENSSIN KÄSITE	19
3.2. OSITTAISINTERFERENSSIN OPERAATTORI	20
3.3. OSITTAISINTERFERENSSIN RAJATAPAUKSENA SAADAAN KOKONAISINTERFERENSSI	22

4. TAJUNTASYSTEEMIEN INTERFERENSSIDYNAMIIKKA

23

4.1. TAJUNTASYSTEEMIEN LUONNE	23
4.2. OPPIMINEN INTERFERENSSITAPAHTUMANA	23
4.3. ATTRAKTIO- JA REPULSIOSYSTEEMIT	25
4.4. MULTIVEKTORI-INTERFERENSSI	26
4.5. "ELÄMÄNKENTTÄ" (LIFE SPACE) JA SEN MUOTOUTUMINEN	30

5. POHDINTAA

34

LIITE 1. INTERFERENSSI KAKSOISRAKOKOKEESSA; HARRISON-SIMULAATIO

KIRJALLISUUS

1. JOHDANTO

Diskreetti kvanttimekaniikka (DQM) tekee tuloaan

Diskreetillä kvanttimekaniikalla tarkoitetaan kuvausta, jossa sekä tila-avaruutta että aikaa käsitellään epäjatkuvin, diskreetteinä. Vaikka tällainen "täydellisesti kvantittunut maailma" on mitä luonnollisin kvanttiajattelun pohjalta, vain harvat tutkijat ja hekin vasta 1900-luvun lopulla ovat ottaneet tämän kuvaustavan käyttöön. Mainittakoon tässä ennen kaikkea Stanley Gudder (Univ. of Denver, Colorado) ja hänen lukuisista artikkeleistaan "Discrete Quantum Mechanics", J. Math. Physics, 27, 1782 (1986) ja "Quantum graphic dynamics" Foundation of Physics -lehdessä 1988. Edellisen abstraktissa hän kirjoittaa:

"A discrete model for quantum mechanics is presented. First a discrete phase space S is formed by coupling vertices and edges of a graph. The dynamics is developed by introducing paths or discrete trajectories in S . An amplitude function is used to compute probabilities of quantum events and a discrete Feynman path integral is presented. Many of the results can be formulated in terms of transition probabilities and unitary operators on a Hilbert space." (Kursivoinnit K.R.)

Pantakoon merkille, että diskreetti tila-avaruus sellaisena kuin se voidaan adekvaatisti kuvata suunnatulla graafilla, solmujen (vertex) ja haarojen eli välien (edge) joukolla, ja haaroihin liittyvillä transitio- eli siirtymätodennäköisyyksillä on myös tässä esitettävän diskreetin prosessimallin (DPM) keskeinen peruskäsite¹.

Perustellessaan diskreetin kvanttimekaniikan kuvauksen käyttöönottoa Gudder huomauttaa ortodoksisen tarkastelun eräistä heikkouksista:

"Some investigators believe that these theories [QED, QCD] break down at small distances because they are based upon a continuous model of space-time. These theories cannot succeed because *space-time is not a continuum but is discrete*. There exists in nature an elementary length and an elementary time and all length and time measurements must be integer multiples of these." (1986, p. 1).

Gudder nimeää oman mallinsa "kvanttigraafidynamiikaksi":

"... we present a discrete model for quantum mechanics that might be called quantum graphic dynamics (QGD)."

Gudder käyttää transiitodennäköisyyden käsitettä ja määrittelee sen mallissaan seuraavasti:

"A discrete phase space S is formed by coupling vertices and edges of [a graph] G ."

Tila-avaruuden S tilavektori on elementttilaan (=vertex) liittyvä siitä lähtevien mahdollisten transiitioiden todennäköisyysvektori. Tilavektoria elementttilasta u_i merkitään $S_i = (\text{vertex}_i, \text{edge}_{ij})$, ja merkintä $P(\text{vertex}_i, \text{edge}_{ij}) = p_{ij}$ tarkoittaa transiitodennäköisyyttä solmusta i solmuun j haaraa (i,j) pitkin.

"It is shown that amplitude functions give a transition probability on a Hilbert space $l^2(S)$ over the discrete phase-space S ."

¹ Transiitodennäköisyys: "transition probability: (quantum mechanics) "The probability per unit time that a quantum mechanical system will make a transition from a given initial state to a given final state." (Sci-Tech Dictionary)

"We interpret $A(q,q')$ as a probability amplitude that a particle moves from (a branch of a vertex) q to (a branch of an adjacent vertex) q' in one time step. The corresponding probability is $P(q,q') = |A(q,q')|^2$." (1986, p. 2).

DPM rakentuu systeemistä S , jonka tila-avaruuden virittävät ehdollisten transitiotodennäköisyyksien vektorit eli S -vektorit. Systemi S voidaan esittää sekä graafina solmuineen ja haaroineen että matriisimuodossa, jossa matriisin alkiot ovat siirtymistodennäköisyyksiä k.o. rivin solmun ehdolla. Matriisin kunkin rivin S -vektori määrittää siirtymistodennäköisyydet kyseessä olevasta solmusta vierekkäisiin solmuihin. DPM:ssä ei todennäköisyyksien määrittelyssä tukeuduta mihinkään "niitä perustavanlaatuisemman kentän käsitteeseen, kuten esimerkiksi Gudderin amplitudifunktio. Kvantittuneet ilmiöt kuvataan suoraan todennäköisyyksien kautta.

Mitään laajasti käytössä olevaa diskreetin kvanttimekaniikan järjestelmää ei näytä vielä syntyneen, mutta merkit viittaavat siihen, että se on kehkeytyvässä - ehkäpä juuri Gudderin hahmottelun pohjalta.

Sovelluksia on toistaiseksi vähän. Mainittakoon kuitenkin McCall'in, Whitakerin ja Georgen pieni tutkimus "Continuous vs. Discrete Processes: The Probabilistic Evolution of Single Trapped Ions" (2001). Siinä kvanttievoluutiota tarkastellaan transitiotodennäköisyyksien säätelynä prosessina paljolti kuten DPM:ssä ja Gudderin esityksessä, vaikka niihin ei viitata. (Mainittua tutkimusta on referoitu lähemmin teoksissa Rainio, 2006 ja 2008.)

Diskreetin prosessimallin (DPM) perusajatus

Malli on rakenteeltaan ja oletuksiltaan tyypillinen diskreetille kvanttimekaniikalle (DQM), vaikka se on matemaattisesti yksinkertainen ja sen tulosten analysoiminen tapahtuu simuloinnin avulla.

DPM:n syntytytä on varsin erikoinen: Se on saanut rakenteensa alun perin ryhmän probleemanratkaisun simulointimallista (Rainio, 1962 ja Rainio, 1965), jossa yksilön kognitiivista päätöksentekoprosessia tarkastellaan transitiotodennäköisyyksien ohjaamana stokastisena prosessina. Näin syntynyt malli on yksinkertaistetussa muodossa osoittautunut kvanttievoluution diskreetiksi kuvaukseksi. Erikoisen lähtökohtansa vuoksi DPM on siis sellaisenaan *sekä* kognitiivisten prosessien perusdynamikan *että* kvanttievoluution teoreettinen esitys. (Kognitiivisten prosessien dynamiikasta: Rainio, 1972, 2000, 2009a ja 2009b.) Tässä artikkelissa käsitellään mallin tiettyä osa-aluetta ja eräitä uusia tuloksia aikaisempiin julkaisuihin verrattuna.

Diskreetin mallin esitysmuodot ja vaiheavaruus

DPM:ssä malli perustuu *diskreettiin tila-avaruuteen* joka määrittää tarkoituksenmukaisella tavalla (discrete phase-space). Malli on aidosti diskreetti sillä sen muuttujien arvoalueet ovat nominaalisia eivätkä mitallisia tai jatkuvia. Diskreetti malli esitetään *suunnattuna graafina*, jossa graafin solmut (vertices) vastaavat systeemin elementtitiloja ja solmujen väliset kytkennät tai haarat (edges) - suunnatussa graafissa oikeammin: nuolet (arrows) - ilmaisevat siirtymisen eli transition mahdollisuuden olemassaolon elementtitilasta toiseen. Siirtyminen tapahtuu hyppäyksellisesti ja

satunnaisesti ja sen toteutumista/toteutumatta jäämistä kulloisestakin systeemin² tilasta toiseen, hallitsee *transitiotodennäköisyys yhden aika-askeleen yli*. Kunkin nuolen viereen merkitty lukuarvo osoittaa ehdollisen transitiotodennäköisyyden suuruuden. Myös pysyminen vallitsevassa tilassa – tai mikä on sama, siirtyminen välittömästi takaisin entiseen tilaan – on mahdollista ja sillä on oma transitiotodennäköisyytensä.

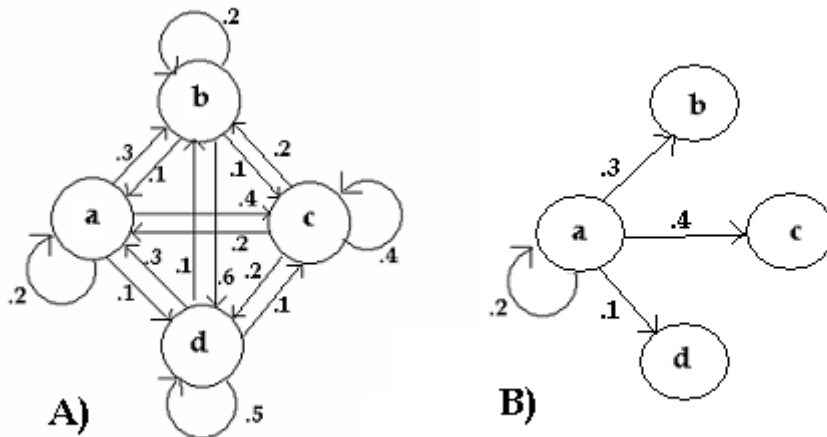
Toinen tapa kuvata diskreetti malli analyttisesti on esittää se matriisimuodossa ns. transitiomatriisina. Matriisin luvut ovat e.m. siirtymistodennäköisyyksiä kunkin rivin elementtitilasta toiseen.

Systeemin vaiheavaruus määritellään graafin ja transitiomatriisin perusteella siten, että se muodostuu tilavektoreista, jotka kuvaavat yhdestä elementtitilasta tai solmusta kaikkiin muihin solmuihin lähtevien siirtymismahdollisuuksien todennäköisyyksiä. Kuvassa 1.1A on esimerkki diskreetistä mallista ja sen graafista. Kuva 1.1B näyttää elementtitilan a tilavektorin.

=====

Kuva 1.1. Diskreetin mallin graafi.

A) Mallin graafissa on neljä solmua eli elementtitilaa: a, b, c ja d. Haarajat solmujen välillä määrittävät solmusta toiseen siirtymisen mahdollisuudet. Luvut graafin haarojen vieressä ilmaisevat siirtymätodennäköisyyksiä solmusta toiseen.



Transitiotodennäköisyydet elementtitilasta a muihin elementtitiloihin graafissa ovat:

	a	b	c	d
a	(.2	.3	.4	.1)

=====

Kuvassa 1.1B esitetty osa-graafi on systeemin tila-avaruuden *tilavektori* $S_a = (.2 \ .3 \ .4 \ .1)$ elementtitilassa a. Systeemin koko tila-avaruus muodostuu graafin neljästä tilavektorista $\{S_a, S_b, S_c, S_d\}$. Tilavektorit määrittävät samalla myös systeemiä matriisin. Graafissa tila-avaruuden vektoreita esittää kustakin solmusta lähtevien haarojen joukko. Tilavektorin siirtymismahdollisuudet ovat toisensa poissulkevia ja yhdessä kattavia.

² Se dynaaminen systeemi, jonka tiloja ja tilojen muutoksia DPM:ssä käsitellään, on entiteetti, joka säilyttää identiteettinsä, niin että se on jokaisena diskreetin ajan hetkenä jossakin elementtitilan kuvaamassa superpositiotilassa.

Malli transitiomatriisimuodossa on taulussa 1.1.

Taulu 1.1. Systemi matriisimuodossa. *Transitiotodennäköisyydet* siirtymiselle elementtitilasta a, b, c ja d toiseen (neliömatriisi **M**).

	M				
	a	b	c	d	Σ
a	[.2	3	.4	.1]	1
b	.1	.2	.1	.6	1
c	.2	.2	.4	.2	1
d	[.3	.1	.1	.5]	1

Todennäköisyydet ovat graafissa (kuva 1) merkitty nuolten viereen.

Matriisissa kukin vaakarivi ilmaisee a.o. elementtitilan tilavektorin .

Matriisin lävistäjällä olevat luvut merkitsevät elementtitilassa *pysymisen* todennäköisyyksiä.

Kvanttievoluutio ja mallin simulointi

Mikäli tilavektorin kaikki todennäköisyydet ovat $p < 1$, sanotaan tilaa *superpositiotilaksi*. DPM:n prosessikuvauksessa *kvanttievoluutio* on transitiotodennäköisyyksien säätelämä dynaaminen prosessi, jossa tapahtuu *kvanttihyppy* vallitsevasta tilasta toiseen satunnaisvalinnan määräämää haaraa pitkin. Uusi tila määräytyy superpositiotilan jakauman määrittämänä (Monte Carlo-) *arvonnan* mukaisesti. Evoluutioprosessi tilasta toiseen muodostuu stabiiliksi, jos kvanttihyppy tapahtuu reaalitylaan. Reaalitylaksi sanotaan tilavektoria, jossa jonkin elementtitilan oma todennäköisyys on 1 ja muut nollia; matriisiesityksessä todennäköisyys 1 esiintyy silloin matriisin lävistäjällä ja graafissa se näkyy solmuna, josta lähtee vain yksi haara, joka suuntautuu takaisin solmuun itseensä. Tämä merkitsee sitä, että systemi pysyy jatkuvasti tuossa elementtitilassaan ja on siis *stabiili*. Superpositiotilat ovat kvanttievoluution hetkellisiä tiloja, jotka määräävät kvanttihyppyjen satunnaisen dynamiikan, mutta ne eivät ole havainnon kohteina mahdollisia. On luonnollista ajatella, että vain *stabiilissa* elementtitilassa systemi voidaan periaatteessa havaita, ts. tässä tilassa kvanttisystemi voi saada "aineellisen olomuodon" (voidaan havaita partikkelina tms.)

Yksityiskohdissaan kvanttievoluutio on siis seuraavanlainen tapahtumaketju:
 Jokin elementtitila olkoon valikoitunut evoluution lähtökohdaksi, ja olkoon \mathbf{S}_{t_0} = valikoitunutta elementtitilaa vastaava tila-avaruuden yksikkövektori.
 Systemin transitiodynamiikka määrittää ko tilasta tapahtuvan transition seuraavaan superpositiotilaan, jolloin syntyy tuloksena Ψ_{P,t_1} = aikaintervallin $t_0 - t_1$ jälkeinen superpositiotilan vektori hetkellä t_1 . Tästä superpositiotilasta prosessi siirtyy satunnaisvalinnan kautta kvanttihyppynä seuraavaan tila-avaruuden elementtitilaan ja sitten sitä vastaavaan yksikkövektoritilaan eli

S_{t1} = seuraava yksikkövektori, joka saadaan, kun superpositiotilasta $\Psi_{P,t1}$:n on "arvottu" outcome (jokin vaihtoehtoisista elementtitiloista). Systemin dynamiikka määrittää tilasta S_{t1} tapahtuvan transition seuraavaan superpositiotilaan, jolloin syntyy tuloksena

$\Psi_{P,t2}$ = seuraava aikaintervallin $t_1 - t_2$ jälkeinen superpositiotilan vektori; jne

Simulointiprosessin kulku transitiomatriisia M käyttäen on seuraava (M^T on M :n transpose):

1. annetaan S_{t0} ja suoritetaan transiio superpositiotilaan

$$M^T \times S_{t0} = \Psi_{P,t1} \rightarrow \text{kvanttihiyppy}$$

arvotaan kvanttihiyppy seuraavaan elementtitilaan; sen yksikkövektori $S_{i,t1}$

2. suoritetaan transiio superpositiotilaan

$$M^T \times S_{i,t1} = \Psi_{P,t2} \rightarrow \text{kvanttihiyppy}$$

arvotaan kvanttihiyppy seuraavaan elementtitilaan; sen yksikkövektori $S_{i,t2}$

3. suoritetaan transiio superpositiotilaan

$$M^T \times S_{j,t2} = \Psi_{P,t3} \rightarrow \text{kvanttihiyppy}$$

arvotaan kvanttihiyppy seuraavaan elementtitilaan; sen yksikkövektori $S_{i,t3}$

jne.

Sama elementtitila voi toistua arvonnin tuloksena useita kertoja.

Huomattakoon, että jokaisen $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ eli aika-askeleen (intervallin) kuluessa (tai päättyessä) tapahtuu "arpominen", (outcomen määräytyminen Monte Carlo -menetelmän mukaisesti superpositiotilan Ψ_P -vektorista) ja "kvanttihiyppy" johonkin seuraavaan elementtitilaan ja sen yksikkövektoriin.

Huomautus: Ei voida kysyä, "miten arpominen tapahtuu". Ajan diskreettisyys merkitsee sitä, että eräänä ajan hetkenä t_1 systeemi on tila-avaruuden tilassa x ja toisena ajan hetkenä t_2 se on tilassa y , mutta niiden "välissä" ei tapahdu mitään. *Jakautuma*, joka syntyy tutkittaessa "samaa" systeemiä "samassa" tilanteessa, panee meidät päättämään, että yksittäisen systeemin tilan osuminen tiettyyn kohtaan jakautumassa on tapahtunut ikään kuin sille olisi arvottu tuo paikkansa. Oletamus, että tällaista ikään kuin -arpomista esiintyy todellisuudessa, saa tukea siitä, että rakentaessamme sille perustuvia malleja (simulointi- tai muita malleja) saamme kelvollisia estimaatteja teoriasta johdetuille havaittaville seikoille. - *Simuloinnissa* sen sijaan meidän on käytettävä "todellista" arpomismenetelmää, mutta silloin on kysymyksessä se, mitä tapahtuu mallissa - eikä sen kuvaamassa todellisuudessa.

Edellä esitettyä kvanttievoluutioprosessia havainnollistetaan seuraavan numeerisen esimerkin avulla:

Olkoon lähtökohtana systeemin transiitiodennäköisyyksien matriisi M ja sen transpoosi M^T :

	M					M^T			
	\rightarrow tilaan					\downarrow tilasta			
tilasta	s1	s2	s3	s4	tilaan	s1	s2	s3	s4
s1	[.2	1	.2	.5]	s1	[.2	.1	.3	.15]
s2	.1	.2	.3	.4	s2	.1	.2	.1	.25]
s3	.3	.1	.4	.2	s3	.2	.3	.4	.2
s4	[.15	.25	.2	.4]	s4	[.5	.4	.2	.4]

Olkoon lähtöelementtitila s_1 ja sitä vastaava yksikkövektori $S_{t0} = (1, 0, 0, 0)$. Superpositiotilan vektoriksi Ψ_{P1} tulee transpoosimatriisin M^T ja yksikkövektorin S_{t0} tulo; siitä tapahtuva arpominen antaa sitten seuraavan elementtilan outcomeksi ja sitä vastaavaksi yksikkövektoriksi S_{t1} ; siitä transpoosimatriisilla kertominen antaa seuraavaksi superpositiotilan vektoriksi $\Psi_{P,2}$ jne seuraavasti:

$$\begin{array}{cccc}
 & M^T & S_{t0} & \Psi_{P,1} \\
 \begin{bmatrix} .2 & .1 & .3 & .15 \\ .1 & .2 & .1 & .25 \\ .2 & .3 & .4 & .2 \\ .5 & .4 & .2 & .4 \end{bmatrix} & \times & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} .2 \\ .1 \\ .2 \\ .5 \end{bmatrix} \rightarrow \text{"Arpominen"} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} .3 \\ .1 \\ .4 \\ .2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{jne.} \\
 & & & & \text{outcome } i \\
 & & & & \text{esim. } i=3
 \end{array}$$

Yksikkövektori kertominen matriisilla merkitsee itse asiassa transitiomatriisin vastaavan rivin "poimimista" Ψ -vektoriksi.

Mitä tapahtuu prosessin edetessä? -- Simuloidaan kvanttihyppyjä riittävän monta kertaa ja lasketaan eri outcomejen (elementtitilojen) esiintymiskertojen lukumäärät ja jaetaan summat simulointien lukumäärällä. Simuloinnin tulosjakauma lähestyy matriisin ominaisarvovektoria. Jakautuma on tällöin likimain sama, joka saataisiin korottamalla transitiomatriisi riittävän korkeaan potenssiin.

Esimerkiksi yllä kuvatun matriisin kymmenennen potenssin M^{10} vaakarivit ovat kaikki: (.192, .172, .271, .365)

Tämä on siis - kolmen desimaalin tarkkuudella - ominaisarvovektori (eigenvector), sillä matriisi ei enää muutu korkeammassa potenssissa. Ominaisvektori ilmaisee, millaiseksi systeemin tulosjakautuma muodostuu pitkässä hyppysarjassa eli kun kvanttiprosessi on evaluoitunut riittävän kauan. Jos se pysyy superpositiotilassa systeemi ei stabiloidu mihinkään tilaan vaan jatkaa siirtymistään tilasta toiseen jatkuvasti.

Kuten edellä esitettiin, kvanttievoluutioprosessi voi kuitenkin erikoistapauksissa stabiloitua johonkin määrättyyn elementtitilaan. Näin tapahtuu vain siinä tapauksessa, että systeemin transitiomatriisissa on mukana jotakin elementtitilaa vastaava yksikkövektori. Kokeessa sellainen tilavektori saadaan aikaan *detektorilla* (kuten myöhemmin esitetään). Kolmas mahdollisuus on *dekoherenssi*, joka DPM:ssa voidaan ymmärtää niin, että kvanttisysteemin luonnollinen ympäristö toimii eräänlaisena "detektorina".

Transitiodynamiikan yksityiskohtaisempi kuvaus on löydettävissä mm. teoksista Rainio 2006, 2008 ja 2009a. Tässä artikkelissa keskitytään *interferenssin* tarkasteluun. Johdannon seuraavassa osassa tuodaan esiin vektori-interferenssin käsite ja havainnollistetaan sitä kaksoisrakokokeesta saadulla esimerkillä.

Vektori-interferenssi. Esimerkki: kaksoisrakokoe

Aaltointerferenssi on keskeinen käsite kvanttimekaniikassa. Sen vastine diskreetissä kvanttimekaniikassa (DQM) on kahden tilavektorin vuorovaikuttamista kuvaava interferenssi eli *vektori-interferenssi*.

Olkoon meillä kaksi relevanssiyhteneväistä systeemiä A ja B siten, että eräät niiden tila-avaruuksien tilat vastaavat yksikäsitteisesti toisiaan siten, että systeemin A jokaiselle

tilavektorin alkioille a_i on olemassa *vastinalkio* b_i systeemin B tilavektorissa ja päinvastoin. Systemien A ja B tilavektorit vuorovaikuttavat toisiinsa vektori-interferenssin kautta, jonka seurauksena syntyy joko yksi interferenssivektori tai molemmat interferoivat tilat muuttuvat vuorovaikutuksessa. Jälkimmäisessä tapauksessa voidaan sanoa, että systeemien kvanttiprosessit muuttuvat ehdollisiksi toisilleen. Ensimmäisessä tapauksessa kahden systeemin tilavektoreiden interferenssi on edellisten kanssa relevanssiyhteneväinen tilavektori ja kuuluu siten tavallaan molempiin tila-avaruuksiin. Vektori-interferenssin analyttiseen käsittelyyn palataan myöhemmin. Johdantona siihen olkoon vektori-interferenssin havainnollistaminen tunnetussa kaksoisrakokokeessa.

=====
 Kuva 1.2. Tonomuran kaksoisrakokoe yksittäisillä elektroneilla (Riken News, no. 208, October 2003)

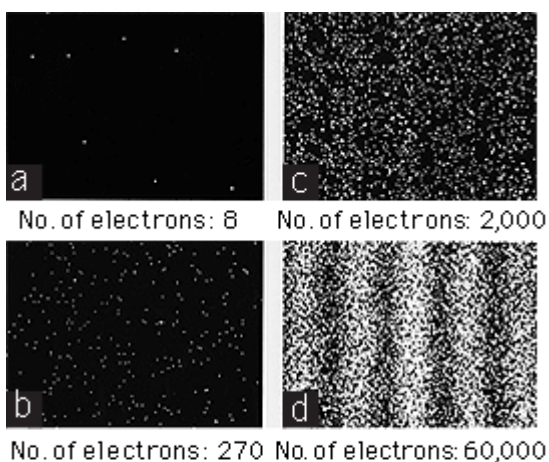


Figure 4: Double-slit experiment with electrons
 Video of the interference experiment is available for public viewing at
<http://www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.html>

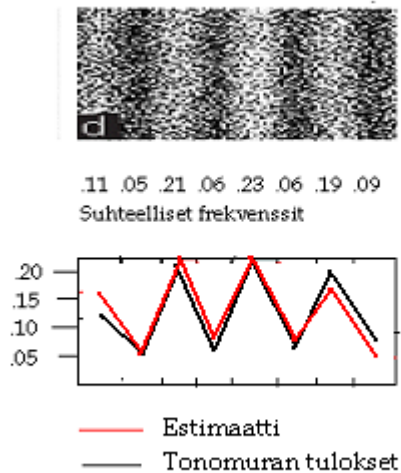
=====
 Tonomura kumppaneineen on toteuttanut kaksoisrakokokeen lähettämällä *yhden elektronin kerrallaan* rakojen läpi varjostimelle (Tonomura, 2003). Tuloksena on näistä osumista vähitellen syntyvä tyypillinen interferenssikuvio (kuva 1.2). Jakamalla tämä kuvio pystysuorilla "palstoihin" voidaan muodostaa joukko tulosluokkia, joihin saatujen osumien frekvenssit voidaan laskea yksinkertaisesti kuhunkin palstaan osuneitten "läiskien" lukumääränä (kuva 1.3). (Tämä onnistuu vain, jos osumien kokonaismäärä on suhteellisen pieni, tässä tapauksessa 100 - koska muuten osumat peittävät toisiaan.)

Kuvassa 1.3 on esitetty 8 luokkaa käyttäen saadut suhteelliset frekvenssit. Nämä ovat samalla todennäköisyyksiä sille, että elektronit osuvat ao. palstaan/luokkaan. Kunkin elektroni-systeemin kohdalla on tapahtunut siirtymä eli transiatio alkutilasta, "elektronitykistä" lähdöstä, johonkin osumatilaan; on siis kysymys transiitotodennäköisyyksistä. Suhteelliset frekvenssit ajatellaan siis tilavektoria vastaaviksi, kun tilavektorina on ominaisvektori (ja tässä vektorissa alkutilaan jäämisen/siirtymisen todennäköisyys = 0).

=====

Kuva 1.3. Kaksoisrakokoe. Tonomuran tulokset, palstojen 1-8 suhteelliset frekvenssit ja estimaatti.

Kuvassa osumat näkyvät vaaleina läikkinä.



=====

Saatu suhteellisten frekvenssien vektori $\mathbf{R} = (.16 \ .10 \ .20 \ .10 \ .16 \ .08 \ .14 \ .06)$ voidaan nyt tulkita raon 1 kautta kulkeneen todennäköisyysvektorin ja raon 2 kautta kulkeneen todennäköisyysvektorin *interferenssin* antamaksi tulokseksi, niiden vuorovaikutukseksi. On mielenkiintoista tietää, *mitkä ovat ne kaksi vektoria, jotka vektori-interferenssillään tämän tuloksen tuottavat*. Interferenssioperaattorin matemaattiseen lausekkeeseen, jota tässä esimerkissä käytetään, palataan jäljempänä.

Käytämme jokseenkin epätavallista ratkaisua, "haarukointi"-menetelmää (range finding): Yritämme *arvata*, mitkä vektorit interferenssillään tuottavat vektorin \mathbf{T} (eli empiriset "Tonomura-tulokset). Viides arvaus³ ja interferenssilasku on esitetty taulussa 1.2.

=====

Taulu 1.2. Vektori-interferenssi kaksoisrakokokeessa.

$\mathbf{R1}$ on vasemman raon "arvausvektori", $\mathbf{R2}$ oikeanpuoleisen.

	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	
$\mathbf{R1}$:	(.16	.10	.20	.10	.16	.08	.14	.06)	$\Sigma = 1$
$\mathbf{R2}$:	(.14	.08	.16	.10	.20	.10	.16	.08)	$\Sigma=1$
Parittaiset tulot:	.022	.008	.032	.010	.032	.008	.022	.005	$\Sigma=.139$
Normeerattu:									
\mathbf{Int}_N :	(.16	.06	.23	.07	.23	.06	.16	.04)	$\Sigma = 1.01$
$\mathbf{Emp.}(\mathbf{R})$:	(.11	.05	.21	.06	.23	.06	.19	.09)	$\Sigma = 1.00$

=====

³ Arvaukset on esitetty teoksissa Rainio, 2006, s. 67 ja Rainio, 2008, s. 64.

Arvauksen osuvuus \mathbf{R} :n kanssa osoittaa lähinnä sen, että on *mahdollista* löytää teoreettiset vektorit, joiden vektori-interferenssinä saadaan hyvä estimaatti Tonomuran tuloksille. Interferoinnin laskemisessa käytettyä menetelmää tarkastellaan jäljempänä (Rainion interferenssioperaattori).

Tämän artikkelin tarkoituksena on tuoda esiin vektori-interferenssin matemaattisia ominaisuuksia ja niistä tehtäviä tulkintoja, jotka muuten – kvanttimekaniikan aaltokuvausta käytettäessä – saattaisivat olla vaikeasti havaittavia.

2. RAINION INTERFERENSSIOPERAATTORI

2.1 POSTULAATIT

I. On olemassa relevanttien elementtien hyvin määritelty diskreetti joukko

$U = \{u_i / i = 1, \dots, n\}$, joka muodostaa mallinnettavalle systeemille viitekehyksen ja rajauksen.

II. On olemassa joukossa U määritelty suunnattu graafi G , joka kuvaa millä tavalla joukon alkioit ovat kytketyt toisiinsa. Kytkeytymisellä on suunta lähtöalkiosta tuloalkioon. Kytetty joukko voidaan esittää graafina, jonka solmukohtat (vertex) ovat joukon U alkioita (u) ja jonka haarat (edge) ovat joukossa U määriteltyjä kytkeytymisiä. Jos kaikki solmut on kytketty toisiinsa haaroilla ja myös itseensä niin graafi on täydellisesti kytketty. Symbolisesti

$$G = \{(solmu_i, haara_{ij}) \mid i = 1, \dots, n \text{ ja } j = 1, \dots, n\}$$

Graafin solmujen ja joukon U alkioiden välillä on yksiyhteen vastaavuus eli graafin solmu on aina jokin joukon U alkio. (Solmua ja vastaavaa joukon U alkioita voidaan merkitä samalla symbolilla, koska siitä ei edellä sanotun perusteella voi syntyä sekaannusta.) Myös haarojen ja solmuparien välillä vallitsee suunnattu yksiyhteen vastaavuus siten, että jokaista haaraa vastaa tietty solmupari, joista ensimmäisenä mainittu on lähtösolmu ja toisena mainittu tulosolmu. (Harojen indentifiointina käytetään myös merkintää (u_i, u_j) tai lyhennettynä (i, j) silloin kun ei ole sekaannuksen vaaraa.)

III. Kullekin graafin solmulle, joka vastaa jotain u_i :tä, on olemassa todennäköisyysvektori $\mathbf{P}_i = \langle u_i, p_{ij} \rangle$. Luvut p_{ij} määrittävät millä todennäköisyyksillä siirtyminen tapahtuu lähtösolmusta u_i tulosolmuihin u_j : $0 \leq p_{ij} \leq 1$ ja $\sum p_{ij} = 1$ kun $j = 1, \dots, n$. Lukuja kutsutaan siirtymätodennäköisyyksiksi ja merkinnässä u_i on parametri, joka ilmaisee lähtösolmun. Relevanssiyhteneväiset graafit eroavat toisistaan vain todennäköisyysvektorin jakauman osalta.

IV. Kaksi relevanssiyhteneväistä todennäköisyysvektoria $\mathbf{P}_i = \langle u_i, p_{ij} \rangle$, ja $\mathbf{R}_i = \langle u_i, r_{ij} \rangle$ voivat vuorovaikuttaa toisiinsa eli interferoida keskenään. Merkinnässä u_i tarkoittaa solmua, ja siitä lähteviä siirtymätodennäköisyyksiä eri haaroja pitkin ($j = 1, \dots, n$) p_{ij} :t esittävät. Interferenssistä syntyy uusi todennäköisyysvektori $\mathbf{Q}_i = \langle u_i, q_{ij} \rangle$, jonka

ominaisuudet määräytyvät vuorovaikuttavista todennäköisyysvektoreista ja vuorovaikutuksen luonteesta. Vuorovaikutuksen välittää interferenssioperaattori, joka määritellään seuraavassa Rainion interferenssinä.

V. Rainion vektori-interferenssi RF: Kahden todennäköisyysvektorin $\mathbf{P}_i = \langle u_i, p_{ij} \rangle$ ja $\mathbf{R}_i = \langle u_i, r_{ij} \rangle$ interferenssillä tarkoitetaan vektoreiden \mathbf{P}_i ja \mathbf{R}_i kuvausta vektoriksi $\mathbf{Q}_i = \langle u_i, q_{ij} \rangle$.

$$\text{RF: } [(p_{ij}), (r_{ij})] \rightarrow (q_{ij}) \quad j = 1, \dots, n$$

eli

$$(q_{ij}) = \text{RF}([(p_{ij}), (r_{ij})])$$

RF on Rainion interferenssioperaattori.

Rainion interferenssioperaattori ehdolla u_i määritellään seuraavasti:

$$\text{RF: } q_{ij} = p_{ij} \times r_{ij} / \sum p_{ij} \times r_{ij}, \quad j = 1, \dots, n$$

ja interferenssivektori on $\mathbf{Q} = \langle u_i, q_{ij} \rangle$.

2.2. TÄRKEITÄ VEKTOREITA

Reaalivektori

Vektori, jossa yhden tapahtuman todennäköisyys on yksi ja muiden nolla, on yksikkövektori. Yksikkövektoria, jossa ykkönen esiintyy kohdassa k , merkitään $\mathbf{P}^k = \langle u_i, p_{ij} \mid p_{ik}=1 \rangle$. Yksikkövektoria, jossa ykkönen esiintyy kohdassa u_i , sanotaan reaalivektoriksi eli $\mathbf{P}^i = \langle u_i, p_{ij} \mid p_{ii}=1 \rangle$. Reaalivektori \mathbf{P}^i on samalla yksikkövektori ($\mathbf{1}^i = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0)$), missä 1 esiintyy vektorin paikassa u_i .

Matriisiesitysmuodossa reaalivektorin diagonaalelementti on ykkönen ja muut ovat nolliä.

Superpositiovektori

Todennäköisyysvektoreita, jotka eivät ole yksikkövektoreita, sanotaan superpositiovektoreiksi.

Homogeeninen vektori

Vektoria, jonka todennäköisyysjakauma on tasajakautunut, sanotaan homogeeniseksi. Sitä merkitään $\mathbf{H} = \langle u_i, 1/n \rangle$; siinä kaikki siirtymätodennäköisyydet ovat yhtä suuria $p_i = 1/n$.

Inversiovektori

Merkitään kahden relevanssiyhteneväisen vektorin \mathbf{P} ja \mathbf{R} interferenssiä symbolisesti (\mathbf{P}, \mathbf{R}) .

Jos vektorin \mathbf{P} interferenssi vektorin \mathbf{R} kanssa antaa tulokseksi homogeenisen vektorin \mathbf{H} , eli $(\mathbf{P}, \mathbf{R}) = \mathbf{H}$, sanotaan \mathbf{P} :tä \mathbf{R} :n inversiovektoriksi eli käänteisvektoriksi. Inversiosuhde ilmaistaan lausekkeella $\mathbf{P} = \mathbf{R}^{-1}$. RF:n symmetrisyydestä seuraa, että jos $\mathbf{P} = \mathbf{R}^{-1}$ niin $\mathbf{R} = \mathbf{P}^{-1}$ ja $(\mathbf{P}^{-1})^{-1} = \mathbf{P}$. Voidaan todeta myös, että homogeenisen vektorin inversiovektori on homogeeninen eli $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{-1}$.⁴

Vektorin $\mathbf{P} = \langle u_i, p_{ij} \rangle$ inversiovektorille $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{R} = \langle u_i, r_{ij} \rangle$ voidaan johtaa seuraava lauseke

$$\text{RF: } r_{ij} = (1/p_{ij}) / (\sum 1/p_{ij}), j = 1, \dots, n$$

Inversiovektori on yksikäsitteinen.

2.3. REAALIVEKTOREIDEN VUOROVAIKUTUS

Tarkastellaan reaalivektoreitten $\mathbf{P}^1 = (1, 0, 0)$ ja $\mathbf{P}^2 = (0, 1, 0)$ vuorovaikuttamista keskenään:

interferenssikuvaus on $(q_j) = \text{RF}([(1, 0, 0), (0, 1, 0)])$.

RF:n kaavan mukaan saadaan $q_1 = 1 \times 0 / (1 \times 0 + 0 \times 1 + 0 \times 0) = 0/0$. Tulos on epämääräinen.

Ongelman ratkaisemiseksi tarkastellaan ensin interferenssiä, jossa interferoija-reaalivektori on vakio $\mathbf{P}^1 = (1, 0, 0)$ ja tämä interferoi mielivaltaisesti valitun superpositiovektorin (a, b, c) kanssa. Saadaan

$$\text{RF}[(1, 0, 0), (a, b, c)] \rightarrow q_1 = 1 \times a / (1 \times a + 0 \times b + 0 \times c) = a/a = 1$$

$$\text{RF}[(1, 0, 0), (a, b, c)] \rightarrow q_2 = 0 \times b / (1 \times a + 0 \times b + 0 \times c) = 0/a = 0$$

$$\text{RF}[(1, 0, 0), (a, b, c)] \rightarrow q_3 = 0 \times c / (1 \times a + 0 \times b + 0 \times c) = 0/a = 0$$

Nähdään, että reaalivektorin interferenssi minkä tahansa superpositiovektorin kanssa antaa tulokseksi ko reaalivektorin. Tämä tulos pätee myös silloin kun interferoitavana vektorina on sama reaalivektori kuin interferoijana. Tulos pätee myös jokaiseen superpositiovektoriin, olipa se kuinka lähellä tahansa jotain reaalivektoria, vaikkei vielä ihan tasan ko. reaalivektori. Tarkastellaan tällaista interferenssiä symmetrisessä muodossa $\text{RF}[(1-\delta, \delta, 0), (\delta, 1-\delta, 0)]$, missä δ on hyvin pieni positiivinen luku. Kun δ

⁴ Esimerkki relevanssiyhteneväisten vektoreiden \mathbf{P} ja \mathbf{R} inversiosuhteen toteamisesta:

	u1	u2	u3	u4	
P	.1	.4	.1	.4	
R	.4	.1	.4	.1	
Interferenssi:					
D	.04	.04	.04	.04	$\Sigma = .16$
Interf. vekt.	.25	.25	.25	.25	$\Sigma = 1$

lähenee rajatta nollaa niin ensimmäinen vektori lähestyy rajatta reaalivektoria \mathbf{P}^1 ja toinen vektori reaalivektoria \mathbf{P}^2 eli $(1-\delta, \delta, 0) \rightarrow (1, 0, 0) = \mathbf{P}^1$ ja $(\delta, 1-\delta, 0) \rightarrow (0, 1, 0) = \mathbf{P}^2$. Interferenssivektorille saadaan

$$\text{RF}[(1-\delta, \delta, 0)(\delta, 1-\delta, 0)] \rightarrow q_1 = (1-\delta)\delta / ((1-\delta)\delta + \delta(1-\delta)+0) \rightarrow 1/2$$

$$\text{RF}[(1-\delta, \delta, 0)(\delta, 1-\delta, 0)] \rightarrow q_2 = (1-\delta)\delta / ((1-\delta)\delta + \delta(1-\delta)+0) \rightarrow 1/2$$

$$\text{RF}[(1-\delta, \delta, 0)(\delta, 1-\delta, 0)] \rightarrow q_3 = 0 \times 0 / ((1-\delta)\delta + \delta(1-\delta)+0) \rightarrow 0$$

Symmetrisen ratkaisun perusteella määritellään $\text{RF}[(1, 0, 0), (0, 1, 0)] = (1/2, 1/2, 0)$ ja yleisesti: reaalivektorien interferenssi keskenään johtaa interferenssivektoriin, jossa reaalivektorien ykkösten kohdalla on homogeeninen todennäköisyys ja muualla nolla.

2.4. REAALIVEKTOREIDEN VUOROVAIKUTUS SUPERPOSITIOVEKTOREIDEN KANSSA

Olkoon \mathbf{X} superpositiovektori ja \mathbf{P}^k reaalivektori

$$\text{RF}(\mathbf{P}^k, \mathbf{X}) \rightarrow ((1^k), (x_i)) = (0, 0, \dots, 1, \dots, 0) = (1^k) \rightarrow \mathbf{P}^k \text{ edellyttäen että } x_k \neq 0.$$

Jos $x_k = 0$, määritellään jatkuvuusoletukseen perustuen tulos samaksi kuin edellä.

Reaalivektorien ja superpositiovektorien välinen interferenssi on symmetrinen eli

$$\text{RF}(\mathbf{P}^k, \mathbf{X}) = \text{RF}(\mathbf{X}, \mathbf{P}^k) = \mathbf{P}^k \text{ kaikilla } k:n \text{ ja } X:n \text{ arvoilla.}$$

Reaalivektori interferoijana pelkistää superpositiovektorit itseensä. Toisin päin voidaan tulkita seuraavasti: mikään superpositiovektori ei interferoi reaalivektorin kanssa, vaan interferenssissä reaalivektori säilyy muuttumattomana ja ikään kuin annihiloit superpositiovektorin informaation.

2.5. INTERFERENSSI HOMOGEENISEN VEKTORIN KANSSA

Tätä vuorovaikutusta superpositiovektorin \mathbf{X} kanssa kuvaa $\text{RF}[(\mathbf{H}, \mathbf{X})]$, jonka suorittaminen johtaa tulokseen

$$\text{RF}[(\mathbf{H}, \mathbf{X})] = \mathbf{X}$$

eli vuorovaikutus homogeenisen vektorin kanssa säilyttää interferoitavan, ja relaatio on symmetrinen eli $\text{RF}[(\mathbf{H}, \mathbf{X})] = \text{RF}[(\mathbf{X}, \mathbf{H})] = \mathbf{X}$.

2.6. INTERFERENSSIOPERAATTORIN INVERSIOASYMMETRIA

2.6.1 Inversiovektori

Homogeeninen vektori muodostaa luonnollisen lähtökohdan tarkastella interferenssioperaattorin tärkeää symmetriaominaisuutta. Aikaisemmin on määritelty annetun vektorin inversiovektori vektorina, jonka vuorovaikutuksessa syntyy tuloksena homogeeninen vektori. Kun ajatellaan tällaista vuorovaikutusta annetusta vektoriparista homogeeniseksi interferenssivektoriksi, voidaan sanoa, että interferenssissä ne ikään kuin sammuttavat toistensa informaatiot, ja ne menetetään. Toisaalta saatetaan kysyä, voidaanko prosessin ajatella etenevän myös päinvastaiseen suuntaan homogeenisestä vektorista - informaatiotottomasta tilasta - inversiovektoreitten pariin, joilla on nollasta eroavat informaatioarvonsa. Silloin "tyhjästä" eli täydellisestä satunnaisuudesta syntyy uutta "lomittunutta" informaatiota; lomittuminen viittaa tässä inversiovektoreitten loogiseen riippuvuuteen, jonka perusteella kun toinen tunnetaan niin toinenkin on tunnettu.

Jonkinlaisena intuitiivisena virikkeenä tälle merkityksenannolle on toiminut ajatus kvanttityhjiöstä aktiivisena virtuaalienttien synnyttäjänä ja toisaalta taas niiden annihiloijana. Kvanttifysiikassa puhutaan virtuaalipartikkeleista, mutta DP- mallissa oliot ovat superpositiovektoreita, jotka nekin ovat virtuaalisia siinä mielessä, ettei niitä voida havaita, ja samalla ne voivat olla toistensa inversioita. Homogeeninen kenttä edustaa tyhjiötä, joka voi itsestään muuttua homogeenisesta tilasta kahden epähomogeenisen tilan pariin. Ne puolestaan voivat annihiloita toistensa (interferoimalla keskenään) takaisin homogeeniseksi kentäksi. Informaatiota syntyy tyhjästä ja häviää tyhjyyteen. Homogeeninen vektori on tässä mielessä aktuaalisesti 'ei mitään' ja potentiaalisesti 'kaikkea' tai 'mitä tahansa'. Tyhjiön virtuaaliset tapahtumat ovat siis kuvattavissa inversioparien ilmestymisenä homogeenisesta tilasta ja interferoitumisena homogeeniseksi tilaksi.

2.6.2. Vektori-inversio modulo A

Inversio on interferenssioperaattorin symmetriaominaisuus, joka ei rajoitu vain inversioon homogeenisen tilan suhteen. Jos otetaan mikä tahansa vektori \mathbf{A} : (a, b, c) , se voidaan valita symmetriakeskukseksi ja määrittää siihen nähden kaksi toistensa kanssa inversiosuhteessa olevaa tilavektoria. Näitä kutsutaan *inversiovektoreiksi modulo A* (suhteessa A:han symmetriakeskukseksi).

Olkoon valittu symmetriakeskukseksi tilavektori \mathbf{A} : (a, b, c) , jonka suhteen inversiovektori modulo A määritetään.

Olkoon vektori \mathbf{U} : (u, v, w) , jonka inversiovektori \mathbf{U}^{-1} (modulo A) halutaan määrittää. Merkitään inversiovektoria \mathbf{X} :llä eli $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{X}$: $[(x, y, z) \mid (\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \mathbf{A}]$

Laskutoimitusten jälkeen saadaan inversiovektorin $\mathbf{X} = \mathbf{U}^{-1}$ modulo A komponenteiksi:

$$x = \frac{a/u}{a/u + b/v + c/w}$$

$$y = \frac{b/v}{a/u + b/v + c/w}$$

$$z = \frac{c/w}{a/u + b/v + c/w}$$

2.6.3. Kaksoisrakokoe ja inversiovektorit

Luvussa 1.3 muodostettiin "arvausvektorit" \mathbf{R}_1 ja \mathbf{R}_2 siten, että niiden interferenssi antaisi tulokseksi Tonomuran kokeen osumajakautuman, vektorin \mathbf{T} . Arvauksessa onnistuttiin jokseenkin hyvin.

Vektorit \mathbf{R}_1 ja \mathbf{R}_2 ovat määritelmän mukaan toistensa inversiovektoreita mod \mathbf{T} . Kun toinen vektori \mathbf{R}_1 "arvataan", toinen vektori \mathbf{R}_2 voidaan periaatteessa laskea inversiokaavan mukaan. Tämä ei kuitenkaan riitä määrittämään oikeaa vektoriparia. Oletetaan, esimerkiksi että ensimmäiseksi vektoriksi on arvattu homogeeninen vektori eli että $\mathbf{R}_1 = \mathbf{H}$. Tällöin inversiokaavan mukaan seuraa, että toisen vektorin on oltava tulosvektori \mathbf{T} , jolloin \mathbf{H} :n ja \mathbf{T} :n interferenssi antaa tulosvektorin. Mutta ratkaisua ei voida pitää käypänä, vaan raoista 1 ja 2 tulevien säteiden jakaumien tulee lisäksi olla symmetriset tulosjakauman keskikohdan suhteen.

Huomataan, että kaksoisrakokokeen jakautumavektoreille on asetettava lisäehtoja, jotta ne vastaisivat teorian vaatimaa symmetrisyyttä:

1. Kun kummankin raon osalta jakautumamaksimien sijainti on arvattu (maksimien etäisyys luokkaväleinä mitattuna ja missä luokissa ne sijaitsevat koko tulosjakautumaan nähden), luokkafrekvenssien tulee olla kummankin raon jakautumissa vastaavissa luokissa samat. "Vastaavia luokkia" ovat ne, jotka sijaitsevat raon maksimiin nähden samassa asemassa (kumpikin yhtä monta luokkaväliä oikealle raon maksimista tai kumpikin yhtä monta luokkaväliä vasemmalle siitä).

2. Rakoa vastaavan jakautuman tulee olla raon maksimin suhteen symmetrinen (ts. yhtä monen luokkavälin päässä maksimista oikealla ja vasemmalla sijaitsevien luokkafrekvenssien tulee olla yhtä suuret).

Näillä ehdoilla ei kuitenkaan vielä yksinään toteudu se, että kumpaakin rakoa vastaavat jakautumat ovat lukuarvoiltaan (käänteisesti) identtiset. Symmetriaehtoja, jotka pitää ottaa huomioon, on siten ilmeisesti useampia.

Esim. Tonomuran kokeessa (luku 1.3) vektoreitten rakenne osoittautuu taulun 2.1 mukaiseksi.

=====
Taulu 2.1 Tonomura-kokeen vektoreitten symmetriarakenne

	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
R1:	s1	v1	m	v1	s1	v2	s2	v3
R2:	s2	v2	s1	v1	m	v1	s1	v2
			r1		r2			

m=maksimi, r1 ja r2="rakojen kohdat" (luokat, joiden suhteen jakautumat ovat symmetrisiä), s1=ensimmäinen sivumaksimi, s2=toinen sivumaksimi, s3=kolmas sivumaksimi, v1=ensimmäinen maksimien väli, v2=toinen maksimien väli jne.

=====
Kaikki Tonomuran kokeen jakaumaan sopivat vektoriparit **R1** ja **R⁻¹ = InvR1 mod T** eivät toteuta vaadittuja kaksoisrakokokeen symmetriaehtoja 1. ja 2. Nämä rakojen kautta kulkevien säteiden vektorit ovat tosin loogisesti toistensa *inversiovektoreita*, mutta vain sellainen inversiovektoripari, joka toteuttaa myös kulloisenkin empiirisen tilanteen luomat *symmetriaehdot* on kaksoisrakoprobleeman käypä ratkaisu. Edellä mainitut kaksi symmetriaehtoa jättävät vielä vapausasteita käytettäväksi jakaumia määritettäessä, mm. tulosten luokkajako ja koejärjestelyt vaikuttavat siihen, millainen symmetriarakenne on kelvollinen. (Liitteessä 1 on käsitelty tulosjakautumaa, jonka symmetria poikkeaa taulun 2.1 esimerkistä.)

Kun teorian ja koejärjestelyjen vaatima symmetrisyys on systemaattisesti toteutettu, "arvausvektoreitten" interferenssi osuu varsin tarkasti yksiin tasoitettujen empiiristen tulosten kanssa. Tästä näytteenä Tonomura-tulosten ja niiden estimaatin vertailu silloin, kun tämä tasointu on toteutettu (Taulu 2.2). Likiarvoisesti **R1'** ja **R2'** on etsitty inversiovektoripari.

=====
Taulu 2.2. Tasoitettut empiiriset tulokset (Tonomura) ja estimaatti 2:lla desimaalilla:

Tasoitettut rakovektoreitten estimaatit R1 ja R2:

R1' :	(.17 .106 .213 .106 .17 .085 .149)	$\Sigma=.999$
R2' :	(.149 .085 .17 .106 .213 .106 .17)	$\Sigma=.999$
Interf(R1,R2) normalisoituna:	(.166 .06 .238 .073 .238 .06 .166)	$\Sigma=.997$

Vertailu kahden desimaalin tarkkuudella:

Emp.:	(.17 .06 .24 .07 .24 .06 .17)	$\Sigma = 1.00$
Estim.:	(.17 .06 .24 .07 .24 .06 .17)	$\Sigma=.997$

=====

2.7. DETEKTORIMATRIISI

Ψ -funktion "romahtaminen" eli "aallon romahtaminen" eli systeemin asettuminen määrättyyn stabiiliin tilaan kvanttimekaanisessa kokeessa mittauksen yhteydessä on pitkään askarruttanut kvanttifysikoita. Ilmiö on koettu varsin mystisenä. Syyksi "romahdukseen" on esitetty jopa ihmisen tietoisuutta!

Kvanttimekaanisen kokeen tulosten rekisteröinti tapahtuu erityisen ilmaisimen eli *detektorin* välityksellä – olkoon se sitten valokuvauslevy, fluorisoiva kalvo, kuplakammio, geiger-mittari tms. Eräät niistä mittaavat paikan, jossa jotakin (esimerkiksi säteilyn absorptiota) tapahtuu, eräät – kuten geiger-mittari – ajan hetken. Tapahtuma itse ei ole erityisen mystinen, s.o. olevaisen mystisyyttä mystisempi, mutta mystistä on kylläkin se, että kvanttiprosessin päätteeksi erillistapahtuma näyttää ikään kuin ”valitsevan” paikkansa tulosjakautumassa, ja toisaalta se, että detektori ikään kuin ”pakottaa” tuohon valintaan.

Detektori on aina makrofysikaalinen esiintymä. Sillä ei ole superpositiotiloja vaan ainoastaan *määrättyjä* (stabiileja) tiloja. DPM:n mukaisesti voidaan sanoa, että kutakin sen tilaa kuvaa transiitodennäköisyyksien matriisissa reaalitilan *yksikkövektori*. Esimerkiksi kaksoisrakokokeen tulosten rekisteröinnissä detektori on – fyysisenä esiintymänä – absorboiva pinta, jonka tilavektorille voimme ajatella seuraavat 8 eri tilaa;

d1 = vasemmanpuoleisin raita 1 absorboi kvanttisysteemin

d2 = seuraava raita 2 absorboi kvanttisysteemin

d3 = " " 3 " "

jne

Nämä tilat ovat stabiileja, joten niistä muodostuva ”transiitodennäköisyyksien matriisi” on seuraavanlainen:

	D				
	d1	d2	d3	...	d8
d1	[1	0	0	...	0]
d2	0	1	0	...	0
d3	0	0	1	...	0
...					
d8	[0	0	0	...	1]

Kutsumme tätä matriisia *detektorimatriisiksi*.

Taulukkoa voidaan lukea siis seuraavasti:

Ollessaan d1:ssä detektorisysteemi absorboi kvanttisysteemin d1:een (eli raitaan 1), ollessaan d2:ssa d2:een eli raitaan 2 jne.

Detektorin **D** saattaminen vuorovaikutukseen tarkasteltavan kvanttisysteemin **S** kanssa merkitsee matemaattisesti *S:n saattamista interferenssiin D:n kanssa*. (Matriisien interferenssi toteutetaan vektori-interferenssinä vektori vektorilta.)

Kaksoisrakokoe sopii tässä esimerkiksemme:

Ajatellaan systeemin **S** transiitomatriisi muodostuvaksi keskenään identtisistä tilavektoreista:

	O_s								
	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	
s1	(.11	.05	.21	.06	.23	.06	.19	.09)	Σ = 1.00
s2	(.11	.05	.21	.06	.23	.06	.19	.09)	Σ = 1.00
s3	(.11	.05	.21	.06	.23	.06	.19	.09)	Σ = 1.00
...									
s8	(.11	.05	.21	.06	.23	.06	.19	.09)	Σ = 1.00

Kun detektorilaite tulee mukaan, tapahtuu *detektorimatriisin D ja systeemin S transiitodennäköisyyksien matriisien välinen interferenssi, joka määritellään D:n ja S:n*

tilavektoreitten pareittain otettujen interferenssien joukkona. Sen seurauksena - vektori-interferenssin sääntöjen mukaan - matriisin O_s jokainen tilavektori (rivivektori) muuttuu (interferoituu) detektorin määrittämäksi yksikkövektoriksi ja uusi transiitioden-näköisyyksien matriisi on siis identtinen detektorimatriisin D kanssa:

$$\text{Interf}(O_s, D) = D$$

	s1	s2	s3	...	s8
s1	(1	0	0	...	0)
s2	(0	1	0	...	0)
s3	(0	0	1	...	0)
...					
s8	(0	0	0	...	1)

Mitään "romahdusta" ei tapahdu vaan kvanttievoluutioprosessin dynamiikka etenee nyt - aikaisemmin esitettyjen sääntöjen mukaan - uuden transiitiomatriisin mukaisesti ennen interferenssiä vallinneesta tilasta - olipa se superpostiotila tai jokin reaalityla - tila-avaruuden reaalitylaan ja siitä kvanttihyppynä johonkin reaalitylaan, jonka elementtityla jää stabiiliksi detektorin havainnoksi. Tämä on täysin normaalin transiitiodynamiikan ja satunnaisvalinnan mukaista. Mittauksen mystiikka on antanut tilaa johdonmukaisuudelle.

Detektorin vuorovaikutus toteutetaan tutkijain keksimällä tekniikalla. Miksei sellaista voisi esiintyä "luonnon omalla tekniikalla" toteutettuna? Tuntuu johdonmukaiselta ajatella, että *dekoherenssi* toteutuu "luonnon detektorien", stabiilissa tilassa olevien aineellisten esiintymien, interferenssinä kvanttiprosessien kanssa.

3. RAINION OSITTAISINTERFERENSSI

3.1. OSITTAISINTERFERENSSIN KÄSITE

Rainion DPM:ssä esiintyy keskeisenä uutena olettamuksena *osittaisinterferenssi* (partial interference).

Jos kahdessa vektorissa molemmissa *vain osa* elementtityloista on vastinelementtejä keskenään eli relevanssiyhteneväisiä, niin vektorit voivat vuorovaikuttaa toisiinsa näiden vastinelementtiensä kautta interferoimalla.

Osittaisinterferenssin määrittäminen: Elementtitylojen joukosta erotetaan osajoukoiksi relevanttisyhteneväiset elementit, joiden suhteen interferenssi tapahtuu ja jäännösjoukoksi jäävät ne elementit, jotka eivät tarkasteltavassa tilanteessa vuorovaikuta toistensa kanssa. Interferenssi tapahtuu vain vektorien relevanssiyhteneväisten osajoukkojen kesken, mutta *normeerauksen* kautta, joka kohdistuu molemmissa systeemeissä elementtitylojen koko joukkoon, vuorovaikutus on kokonaisvaltainen tapahtuma, joka muuttaa kakkien elementtien tilannetta.

Esimerkki:

Alkiot, joissa interferenssi tapahtuu, ovat $u_{1,1}$ ja $u_{2,1}$ sekä $u_{1,2}$ ja $u_{2,2}$, jolloin $u_{1,1}$ ja $u_{2,1}$ ovat vastinelementtejä, samoin $u_{1,2}$ ja $u_{2,2}$. Laskenta-asettelussa vastinelementtien transiitodennäköisyydet on lihavoitu:

	$u_{1,1}$	$u_{1,2}$	$u_{1,3}$
	$u_{2,1}$	$u_{2,2}$	$u_{2,4}$
P	.2	.5	.3
Q	.4	.2	.4
D	.08	.10	

Vektorit ei-normeerattuina:

P'	.08	.10	.30	$\Sigma = .48$
Q'	.08	.10	.40	$\Sigma = .58$

Vektorit osittaisen interferenssin (normeerattuina) jälkeen:

P	.17	.21	.62	$\Sigma = 1$
Q	.14	.17	.69	$\Sigma = 1$

Osittaisen interferenssin esiintyminen on uusi hypoteesi eikä siitä toistaiseksi ole esitettävissä empiiristä näyttöä. Se näyttää olevan kuitenkin tärkeä tarkastelutapa, joka voi avata uusia filosofisia näköaloja. Se on osoittautunut hyvin hedelmälliseksi mm. analysoitaessa mind/body -probleemaa (Rainio, 2008 ja 2009a).

Aikaisemmin on käsitelty tietyssä perusjoukossa U määriteltyjen vektorien välistä vuorovaikuttamista, jolloin vektorit eroavat toisistaan vain todennäköisyysjakaumiensa puolesta. Tällaista interferenssiä voidaan kutsua *kokonaisinterferenssiksi* - koska siihen osallistuvat molemmat vektorit kokonaisuudessaan kaikilla perustapahtumillaan - erotukseksi tässä käsitellystä *osittaisinterferenssistä*.

3.2. OSITTAISINTERFERENSSIN OPERAATTORI

Olkoon graafin solmusta u_i lähtevä tilavektori $\mathbf{P} = \langle u_i, p_j \rangle$, missä $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ on siirtymisen todennäköisyysvektori solmusta u_i vierekkäisiin solmuhin. Oletetaan tietyt m perustapahtumat keskenään ehdollisiksi interferenssioperaation mielessä ja ositellaan vektori tämän valinnan suhteen. (vektorin alkiot voidaan esittää missä järjestyksessä hyvänsä, ja ensimmäisiksi voidaan ottaa mitkä tahansa perustapahtumista). Tehty osittelu voidaan merkitä seuraavasti

Tilavektorin ositeltu muoto on $\mathbf{P} = \langle U_m \mid U_{m-n}, (p_1, p_2, \dots, p_m \mid p_{m-n}) \rangle$, missä U_{m-n} ja p_{m-n} ovat joukon ja jakauman loppuosa ja $(p_1, p_2, \dots, p_m \mid p_{m-n})$ on vektorin $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ ositeltu muoto. Ositeltujen tapahtumien todennäköisyydet yhteensä vektorissa \mathbf{P} ovat $(p_1 + p_2 + \dots + p_m) = p$ ja ulkopuolelle jäävien summa on $\Sigma p_{m-n} = 1-p$.

Olkoon tilavektori \mathbf{P} , jossa on n elementtiä, ja tilavektori \mathbf{Q} , jossa on s elementtiä. Niillä on m elementtiä, jotka ovat vuorovaikutuksessa keskenään eli niiden transiitodennäköisyydet ovat molemminpuolisesti toisiaan ehdollistavia.

Normeeraamattomat interferenssivektorit ovat tällöin:

$$\mathbf{P}': p_1q_1, p_2q_2, \dots, p_{i,i}q_{i,i}, \dots, p_mq_m, p_{m+1}, p_{m+2}, \dots, p_n$$

$$\mathbf{Q}': p_1q_1, p_2q_2, \dots, p_{i,i}q_{i,i}, \dots, p_mq_m, q_{m+1}, p_{m+2}, \dots, p_s$$

Vektorisummat, jotka esiintyvät jakajina, kun vektorit normeerataan, ovat:

$$\Sigma_P = \sum_{i=1}^m p_i q_i + \sum_{k=m+1}^n p_k \quad \text{ja} \quad \Sigma_Q = \sum_{i=1}^m p_i q_i + \sum_{r=m+1}^s q_r$$

Vektorit **P** ja **Q** ovat siten interferoinnin jälkeen:

$$\mathbf{P}'': p_1 q_1 / \Sigma_P, p_2 q_2 / \Sigma_P, \dots, p_m q_m / \Sigma_P, p_{m+1} / \Sigma_P, \dots, p_n / \Sigma_P$$

$$\mathbf{Q}'': p_1 q_1 / \Sigma_Q, p_2 q_2 / \Sigma_Q, \dots, p_m q_m / \Sigma_Q, p_{m+1} / \Sigma_Q, \dots, p_s / \Sigma_Q$$

Normeeraus osittaisinterferenssissä toteutetaan siis siten, että normeeraus sovelletaan koko vektoriin. Näin ollen interferenssi muuttaa kaikkia elementtejä.

Luvussa 3.1 esitettiin esimerkki osittaisinterferenssin laskemisesta. On hyödyllistä tarkastella vielä erityistapauksia:

Esim. 1.

Olkoot kahden vektorin todennäköisyysvektorit (p_i) ja (q_i). Osittelun alkioita vastaavat todennäköisyydet on lihavoitu. Vain nämä tilat interferoivat.

Lasketaan osittaisinterferenssi:

$$(p_i) = \quad (.2, \mathbf{.6}, 0, .2)$$

$$(q_i) = \quad (.3, \mathbf{.2}, .5, 0)$$

$$\text{Os.int.} \quad .12$$

Ei-normalisoidut vektorit:

$$(p_i) \quad (.2, .12, 0, .2) \quad \Sigma = .52$$

$$(q_i) \quad (.3, .12, .5, 0) \quad \Sigma = .92$$

Normalisoidut vektorit interferenssin jälkeen:

$$(p_i) \quad (.38, \mathbf{.23}, 0, .38)$$

$$(q_i) \quad (.33, \mathbf{.13}, .54, 0)$$

Huomataan, että yksikin elementtilapari tuottaa interferenssin.

Esim. 2

Olkoot vektorit (p_i) ja (q_i). Osittelun alkioiden todennäköisyydet esitetty lihavalla.

$$(p_i) = \quad (\mathbf{.6}, \mathbf{0}, .2, .2)$$

$$(q_i) = \quad (\mathbf{0}, \mathbf{.5}, .4, .1)$$

$$\text{Os.int.} \quad 0, 0$$

Ei-normalisoidut vektorit:

$$(p_i) \quad (0, 0, \mathbf{.2}, \mathbf{.2}) \quad \Sigma = .4$$

$$(q_i) \quad (0, 0, \mathbf{.4}, \mathbf{.1}) \quad \Sigma = .5$$

Normalisoidut vektorit:

$$(p_i) \quad (0, 0, \mathbf{.5}, \mathbf{.5}) \quad \Sigma = 1$$

$$(q_i) \quad (0, 0, \mathbf{.8}, \mathbf{.2}) \quad \Sigma = 1$$

Tulos osoittaa, että systeemit eivät voi aktualisoitua tilaan, jos ehtona on toisen systeemin aktualisoituminen sellaiseen tilaan, johon aktualisoituminen on mahdotonta (todennäköisyys = 0). Jäljelle jäävät tällöin transitiomahdollisuudet muihin tiloihin.

Kvanttisysteemin erikoisluonteesta (superpositiotiloista) johtuu, että riippuvuus jonkin perustapahtumaparin suhteen muuttaa koko systeemin tilaa. Siksi *koko* vektorin normalisoiminen on - etenkin edellä esitettyjen esimerkkien valossa - kvanttimekaniikan logiikan mukaista.

3.3. OSITTAISINTERFERENSSIN RAJATAPAUKSENA SAADAAN KOKONAISINTERFERENSSI

1. Olkoon kaksi toisilleen olemuksellisesti vieraan systeemin vektoria P ja Q ja niiden relevantit osittelut

$$P: (p_1, p_2, \dots, p_m \mid p_{m+}) \quad \sum p_{m-} = (p_1 + p_2 + \dots + p_m) = p$$

$$Q: (q_1, q_2, \dots, q_m \mid q_{m+}) \quad \sum q_{m-} = (q_1 + q_2 + \dots + q_m) = q$$

2. Interferenssi muodostuu perustapahtumien todennäköisyyksien pareittaisista tuloista seuraavasti:

- muodostetaan pareittaiset tulot

$$(p_1q_1, p_2q_2, \dots, p_mq_m) \quad \sum pq$$

- sijoitetaan ne vektoreihin

$$(p_1q_1, p_2q_2, \dots, p_mq_m \mid p_{m+}) \quad \sum pq \mid p_{m+} = \sum pq + \sum p_{m+} \neq 1$$

$$(p_1q_1, p_2q_2, \dots, p_mq_m \mid q_{m+}) \quad \sum pq \mid q_{m+} = \sum pq + \sum q_{m+} \neq 1$$

- määritetään normeeraustekijöiden z_P ja z_Q suuruudet

$$z_P = \sum pq \mid p_{m+} = \sum pq + \sum p_{m+} = \sum pq + \sum p_{m+} + \sum p_{m-} - \sum p_{m-} = \sum p_i + \sum pq - \sum p_{m-}$$

josta saadaan

$$z_P = 1 - (p - \sum pq)$$

Vastaavalla tavalla saadaan

$$z_Q = 1 - (q - \sum pq)$$

3. Kentät vuorovaikutuksen jälkeen ovat

$$P': (p_1q_1/z_P, p_2q_2/z_P, \dots, p_mq_m/z_P \mid p_{m+}/z_P) \quad \sum p'_i = 1$$

$$Q': (p_1q_1/z_Q, p_2q_2/z_Q, \dots, p_mq_m/z_Q \mid q_{m+}/z_Q) \quad \sum q'_i = 1$$

Mitä tapahtuu kun yhä useampi perustapahtumista osallistuu vuorovaikutukseen? Normeeraustekijöissä p ja q ovat sen tapahtuman todennäköisyyksiä, että jokin kenttien osittelun perustapahtumista esiintyy (eli interferointi on mahdollinen tapahtuma). Kun yhä useampi perustapahtuma tulee mukaan niin p ja q lähestyvät ja saavuttavat lopulta arvon 1. Samalla normeeraustekijät tulevat yhtä suuriksi $z_P = z_Q = \sum pq$ yli koko jakaumien. Osittaisinterferenssin kaava palautuu tällöin kokonaisinterferenssin kaavaksi.

4. TAJUNTASYSTEEMIEN INTERFERENSSIDYNAMIIKKA

4.1. TAJUNTASYSTEEMIEN LUONNE

Diskreetti prosessimalli (DPM) tarkastelee mentaalisia eli tajuntasysteemejä rakenteeltaan kvanttimekaanisina. Perusero fyysisten ja mentaalisten systeemien välillä on tämän näkemyksen mukaan seuraavanlainen:

Fyysinen kvanttievoluutio tapahtuu vakiona pysyvän transiitotodennäköisyyksien matriisin mukaisesti. Vain poikkeustapauksessa voidaan ajatella, että tämä matriisi muuttuu jossakin prosessin vaiheessa jonkin toisen systeemin kanssa tapahtuvassa interferenssissä.

Mentaalisessa kvanttievoluutiossa on ajateltava nimenomaan niin, että jokaisella aika-askeleella toteutuu ainakin yksi interferenssi, nimittäin aika-askelta edeltävän tilavektorin ja erityisen oppimisvektorin välinen. Transiitio on nimittäin ymmärrettävä psykologisesti kognitiossa tapahtuneeksi *yritykseksi*. Oletamme erityisesti, että jokaista kognitiivista yritystä seuraa *onnistumisen* tai *epäonnistumisen* kokemus, joka on luonteeltaan oppimisvahvistus: palkitseva (rewarding) tai rankaiseva (punishing). (Se, ettei jossakin tapauksessa tällaista oppimisvahvistusta esiinny, voidaan tulkita niin, että oppimiskoeffikientit, joista myöhemmin tulee puhe, ovat nolliä.) – Lisäksi voidaan olettaa mentaalisen kvanttievoluution kuluessa esiintyvän interferenssiä myös muiden kuin oppimissysteemien kanssa (attraktio- ja repulsiosysteemit, asenne- ja arvosteemit).

Huomattakoon, että mentaalisten systeemien käyttäytymisen kuvaus ei suinkaan ole täysin hypoteettinen vaan varsin vahvasti empiirisesti todennettu. (Ks. esim. Rainio, 1972, 1986, 2006 ja 2008.)

Tarkastelemme aluksi oppimistapahtumista johdattavana esimerkkinä päätöksentekoprosessin vektori-interferensseihin.

4.2. OPPIMINEN INTERFERENSSITAPAHTUMANA

Tarkastellaan yksinkertaista oppimiskoetta, jossa kh:n on painettava yhtä viidestä napista:

a	b	c	d	e
○	○	○	○	○

On luonnollista ajatella, että ilman mitään muuta informaatiota kh. valitsee seuraavan todennäköisyysvektorin mukaisesti:

	a	b	c	d	e
V:	(.2	.2	.2	.2	.2)

(Mikä jakautuma todellisuudessa on, se voidaan empiirisesti selvittää laskemalla suuren joukon ensimmäisen valinnan jakautuma. Yksinkertaistus on tässä kuitenkin luvallinen.)

Oppimiskokeessa käytetään palkintoja ja rangaistuksia määrätyistä valinnoista. Oletetaan, että b:stä palkitaan ja e:stä rangaistaan.

Empiirisesti on todettu: Mikäli kh. valitsee palkitsevan vaihtoehdon (esim. c), todennäköisyys valita se seuraavalla kerralla kasvaa. Kasvu noudattaa tällaisessa yritys-erehdys -oppimisessa (trial and error) matemaattista lakia, joka tunnetaan Bushin ja Mostellerin operaattorimallina:

Bushin ja M:n mallin mukaan on jokin kerroin α siten, että

$$p_{t+1} = p_t + \alpha(1 - p_t)$$

Todennäköisyys (p_{t+1}) siis kasvaa siitä, mitä se oli aikaisemmin (p_t).

Esimerkiksi jos oletetaan $\alpha = .5$ ja on valittu c, joka on osoittautunut palkitsevaksi, silloin saadaan

$$p_{t+1,c} = p_{t,c} + \alpha(1 - p_{t,c}) = .2 + .5(1 - .2) = .6$$

Mutta vastaavasti on muiden elementtien pienennyttävä keskinäiset suhteensa säilyttäen, jotta summa olisi 1. Siten muut todennäköisyydet ovat $p_{t+1,j} = (1 - p_{t+1,c})/4 = .1$ ja koko uusi valintavektori:

	a)	b)	c)	d)	e)
Λ	(.1	.1	.6	.1	.1)

Λ on palkitsemiskokemus vektoriksi kuvattuna.

Vastaavalla tavalla voidaan tutkia *rankaisuvahvistusta*, jonka peruskaava Bush–M:n mallissa on

$$p_{t+1} = p_t - \beta \cdot p_t.$$

Oletetaan, että e valitaan ja että se on rankaiseva vaihtoehto. Olkoon $\beta = .4$. Silloin

$$p_{t+1,e} = p_{t,e} - \beta \cdot p_{t,e} = .2 - .4 \times .2 = .12.$$

Muiden todennäköisyyksien täytyy suurentua keskinäiset suhteensa säilyttäen, jotta summa = 1. Ne ovat $p_{t+1,j} = (1 - p_{t+1,e})/4 = .22$, joten koko uusi rankaisuvektori on:

	a)	b)	c)	d)	e)
Λ	(.22	.22	.22	.22	.12)

DPM käyttää Bushin ja Mostellerin kahden operaattorin mallille identtistä *vektori-interferenssimallia*:

Oppimistapahtumassa *palkitseva/rankaiseva* kokemus Λ interferoi alkuperäisen valintavektorin V kanssa ja tämän vuorovaikutuksen kautta syntyy uusi valintavektori V' .

Palkitsemistapauksessa esimerkissämme:

V :	(.2	.2	.2	.2	.2)	$\Sigma=1$
Λ :	(.1	.1	.6	.1	.1)	$\Sigma=1$
$V\Lambda$:	(.02	.02	.12	.02	.02)	$\Sigma=.2$
$V' = V\Lambda/\Sigma$:	(.1	.1	.6	.1	.1)	$\Sigma=1$

(Tässä uudesta valintavektorista V' tulee identtinen Λ :n kanssa, koska V oli homogeeninen.)

Kaikissa oppimiskokeissa valintavektori V ei suinkaan ole homogeeninen. Jos se on epähomogeeninen, oppimistapahtuma olisi esimerkiksi:

V :	(.1	.25	.2	.05	.4)	$\Sigma=1$
Λ :	(.1	.1	.6	.1	.1)	$\Sigma=1$
$V\Lambda$:	(.01	.025	.12	.005	.04)	$\Sigma=.2$
$V' = V\Lambda/\Sigma$:	(.05	.125	.60	.025	.20)	$\Sigma=1$

Tämä oppimisprosessi voi jatkua seuraavasti: Kun valinta seuraavan kerran osuu c:hen, valintavektori V' interferoi Λ :n kanssa, jolloin saadaan:

V' :	(.05	.125	.60	.025	.20)	$\Sigma=1$
Λ :	(.1	.1	.6	.1	.1)	$\Sigma=1$
$V'\Lambda$:	(.005	.0125	.36	.0025	.02)	$\Sigma=.4$
$V''=V'\Lambda/\Sigma$:	(.0125	.03125	.9	.00625	.05)	$\Sigma=1$

Aina, kun valinta osuu palkitsevaan vaihtoehtoon, tapahtuu interferenssi ΛV ja näin vektori V lähestyy raja-arvoa yksikkövektori. (Jos Λ oletetaan nopeammin palkitsevaksi, niin että siinä .6:n tilalla on suurempi luku, lähestyminen, oppiminen, on nopeampaa. Jos sensijaan Λ oletetaan hitaammin palkitsevaksi, niin siinä .6:n tilalla on pienempi luku, kuitenkin suurempi kuin .2. Tällöin lähestyminen, oppiminen, on hitaampaa.)

Vastaavasti *rankaisu* (sähköisku tms.) tuottaa interferenssin V :n ja rankaisevalle oppimiselle luonteenomaisen Λ vektorin välillä, ensimmäisessä esimerkissämme:

V :	(.2	.2	.2	.2	.2)	
Λ :	(.22	.22	.22	.22	.12)	$\Sigma=1$
$V'\Lambda$:	(.044	.044	.044	.044	.024)	$\Sigma=.2$
$V'=V'\Lambda/\Sigma$:	(.22	.22	.22	.22	.12)	$\Sigma=1$

Oppimistapahtumien ketjuun palataan tarkemmin luvussa 4.4.

Voidaan rakentaa monipuolisempia oppimismalleja eri tarkoituksiin - esim. oppimistransferin huomioonottavia - mutta näyttää siltä, että ne ovat aina kuvattavissa vektori-interferenssillä.

4.3. ATTRAKTIO- JA REPULSIOSYSTEEMIT

Valintavaihtoehdon attraktiivisuus tarkoittaa sitä, että yksilöllä (tajuntasysteemillä) on taipumus valita se suuremmalla todennäköisyydellä kuin muut. Tämä taipumus voidaan osoittaa erityisellä attraktiovektorilla. Kun lasketaan sen ja alkuperäisen homogeenisen valintavektorin interferenssi, saadaan uusi vektori, jossa attraktion vaikutus näkyy.

Esim. Olkoon homogeeninen valintavektori

	a	b	c	d	e	
V	.2	.2	.2	.2	.2	$\Sigma=1$

ja attraktiovektori, joka osoittaa d:n ja e:n attraktiivisemmiksi kuin a-c:

	a	b	c	d	e	
A	.1	.1	.1	.35	.35	$\Sigma=1$

Interferenssien ketju johtaa joko d:n tai e:n todellistumiseen todennäköisyydellä 1 (attraktorijoukko) ja muiden todennäköisyyksien nollautumiseen (repulsiivisten vaihtoehtojen joukko).

4.4. MULTIVEKTORI-INTERFERENSSI

eli johdatusta kohti kvanttimekaniikkamuotoista psykodynaamiikkaa

Multivektori-interferenssi tulee käyttöön yhdistettäessä tajunnan eri kenttiä yhtenäiseksi "elämänkentäksi".

4.4.1. Simultaaninen monen vektorin interferenssi

Seuraavassa käsitellään ensin painotettua interferenssiä ja jäljempänä sarjainterferenssiksi kutsuttua multivektori-interferenssiä.

Painotettu multivektori-interferenssi

A) Oletetaan *homogeeninen* alusvektori, jonka kanssa m liittovektoria interferoi.
(Tässä käytetään termejä: *alusvektori*, se, jonka kanssa kunkin *liittovektorin* ajatellaan interferoivan.

Elementtien luku kaikissa vektoreissa on n ja kyseessä on kokonais-interferenssi.

Seuraavassa alusvektori on \mathbf{H} (homogeeninen) ja liittovektorit ovat $\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_m$:

$$\mathbf{H}: \quad 1/n, 1/n, \dots, 1/n \quad \Sigma=1$$

$$\mathbf{V}_1: \quad p_{1,1}, p_{1,2}, \dots, p_{1,n} \quad \Sigma=1$$

$$\mathbf{V}_2: \quad p_{2,1}, p_{2,2}, \dots, p_{2,n} \quad \Sigma=1$$

...

$$\mathbf{V}_m: \quad p_{m,1}, p_{m,2}, \dots, p_{m,n} \quad \Sigma=1$$

Kun \mathbf{H} on homogeeninen, erilliset interferenssit \mathbf{V} -vektoreiden ja \mathbf{H} :n välillä jättävät nämä vektorit muuttumattomiksi. On luonnollista ajatella, että multivektori-interferenssissä – eli vektoreitten yhteisessä samanaikaisessa interferenssissä alusvektorin kanssa – niiden erikseen määräytyvät interferenssit alusvektorin kanssa vaikuttavat kukin omalla *painollaan* lopulliseen interferenssivektoriin. Siten määritellään multivektori-interferenssi (interferenssistä \mathbf{H} :n kanssa saatu interferenssitulos) liittovektoreiden interferenssien *painotetuksi summaksi*. Sen laskeminen tapahtuu seuraavasti:

Vektorinimet on varustettu pilkulla ($\mathbf{V}'_1, \mathbf{V}'_2$ jne.) muistutukseksi siitä, että ne ovat interferenssivektoreita $\mathbf{V}' = \text{Int}(\mathbf{V}, \mathbf{H})$, ja kunkin liittovektorin \mathbf{V}_i interferenssin painolukua multivektori-interferenssissä on merkitty w_i :llä ($\Sigma w_i = 1$). Saadaan

Painotetut komponenttivektorit:

$$w_1 \mathbf{V}'_1: \quad w_1 p_{1,1}, \quad w_1 p_{1,2}, \quad \dots, \quad w_1 p_{1,n} \quad \Sigma = w_1 \Sigma p_{1,i} = w_1 \cdot 1 = w_1$$

$$w_2 \mathbf{V}'_2: \quad w_2 p_{2,1}, \quad w_2 p_{2,2}, \quad \dots, \quad w_2 p_{2,n} \quad \Sigma = w_2$$

...

$$w_m \mathbf{V}'_m: \quad w_m p_{m,1}, \quad w_m p_{m,2}, \quad \dots, \quad w_m p_{m,n} \quad \Sigma = w_m$$

Lasketaan ensiksi edellisen taulukon sarakesummat \mathbf{S}_i eli liittovektoreitten interferenssien painotettu vektori \mathbf{S} :

$$\mathbf{S}: \quad \begin{array}{ccc} 1) & 2) & n) \\ m & m & m \\ \Sigma w_k p_{k,1}, & \Sigma w_k p_{k,2}, & \dots, & \Sigma w_k p_{k,n} \quad \Sigma \mathbf{S}_i = 1 \\ k=1 & k=1 & & k=1 \end{array}$$

Se, että yllä $\sum S_i=1$, voidaan osoittaa seuraavasti:

Vektorissa \mathbf{S} elementit ovat sarakesummia seuraavasti:

$$\begin{aligned} S_1 &= w_1 p_{1,1} + w_2 p_{2,1} + \dots + w_m p_{m,1} \\ S_2 &= w_1 p_{1,2} + w_2 p_{2,2} + \dots + w_m p_{m,2} \\ &\dots \\ S_n &= w_1 p_{1,n} + w_2 p_{2,n} + \dots + w_m p_{m,n} \end{aligned}$$

Vektorin \mathbf{S} elementtien summa on siis

$$\sum S_i = w_1 \sum p_{1,n} + w_2 \sum p_{2,n} + \dots + w_m \sum p_{m,n}$$

Koska $\sum p_{1,n}=1$, $\sum p_{2,n}=1$ jne., saadaan

$$\sum S_i = w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1$$

Multivektori-interferenssissä homogeenisen alusvektorin kanssa lopullinen interferenssivektori on liittovektoreitten interferenssien painotettu keskiarvo $\mathbf{S} = (S_1, S_2, \dots, S_n)$.

Numeerinen esimerkki:

Olkoon $n=3$ ja vektoreita 4 sekä w -painot kuten sarakkeessa W . $\sum w=1$.

		W		
\mathbf{H} :	.333 .333 .333		$\Sigma=1$	
\mathbf{V}_1 :	.2, .4, .4		$\Sigma=1$.1
\mathbf{V}_2 :	.6, .2, .2		$\Sigma=1$.2
\mathbf{V}_3 :	.1, .8, .1		$\Sigma=1$.3
\mathbf{V}_4 :	.4, .4, .2		$\Sigma=1$.4

Lasketaan kunkin liittovektorin interferenssi \mathbf{H} :n kanssa. Vektorit eivät vuorovaikutuksessa muutu, koska \mathbf{H} on homogeeninen. Kukin vektoreista edustaa nyt yhtä komponenttia samanaikaisesta interferenssistä, joka ajatellaan näiden komponenttien painotetuksi summaksi.

Painotetut komponenttivektorit:

$w_1 \mathbf{V}'_1$:	.02, .04, .04		
$w_2 \mathbf{V}'_2$:	.12, .04, .04		
$w_3 \mathbf{V}'_3$:	.03, .24, .03		
$w_4 \mathbf{V}'_4$:	.16, .16, .08		
Σ	.33 .48 .19	$\Sigma\Sigma = 1$	

B) Samanaikaisen (simultaanisen) interferenssin voidaan ajatella tapahtuvan myös siinä tapauksessa, jossa on *epähomogeeninen* alusvektori \mathbf{P} . Tällöin lasketaan tarvittavat komponentti-interferenssit \mathbf{V} -vektoreiden ja \mathbf{P} :n välillä, painotetaan nämä komponenttivektorit kuten edelläkin ja lasketaan yhteen sekä normeerataan.

Olkoon alusvektori \mathbf{P} ja sen kanssa (samanaikaisesti) interferoivat vektorit $\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_m$. Lisäksi oletetaan kullekin \mathbf{Q} -vektorille painokerroin w , jolla se osallistuu interferenssiin.

P:	p_1, p_2, \dots, p_n	$\Sigma=1$	W
Q1:	$q_{1,1}, q_{1,2}, \dots, q_{1,n}$	$\Sigma=1$	w_1
Q2:	$q_{2,1}, q_{2,2}, \dots, q_{2,n}$	$\Sigma=1$	w_2
...			
Qm:	$q_{m,1}, q_{m,2}, \dots, q_{m,n}$	$\Sigma=1$	w_m
			$\Sigma w = 1$

Interferoivien komponenttien paritulot painottamattomina ovat siten:

pq_{1,i}:	$p_1q_{1,1}$	$p_2q_{1,2}$...	$p_nq_{1,n}$
pq_{2,i}:	$p_1q_{2,1}$	$p_2q_{2,2}$...	$p_nq_{2,n}$
....				
pq_{m,i}:	$p_1q_{m,1}$	$p_2q_{m,2}$...	$p_nq_{m,n}$

Painotetaan edellä saadut vektorit:

w_1 pq_{1,i}:	$w_1 (p_1q_{1,1}, p_2q_{1,2}, \dots , p_nq_{1,n})$
w_2 pq_{2,i}:	$w_2 (p_1q_{2,1}, p_2q_{2,2}, \dots , p_nq_{2,n})$
...	
w_m pq_{m,i}:	$w_m (p_1q_{m,1}, p_2q_{m,2}, \dots , p_nq_{m,n})$

Lasketaan sarakesummat:

S:	S_1	S_2	...	S_n
	m	m		m
	$S_1 = \sum_{k=1} w_k p_1 q_{k,1}$	$S_2 = \sum_{k=1} w_k p_2 q_{k,2}$...	$S_n = \sum_{k=1} w_k p_n q_{k,n}$

Sarakesummien summa on

$$\Sigma S_i = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m w_k p_i q_{k,i}$$

Interferenssin tulosvektori normeerattuna on siis

$$I: S_1 / \Sigma S_i, S_2 / \Sigma S_i, \dots, S_n / \Sigma S_i \quad \Sigma = \Sigma (S_i / \Sigma S_i) = 1$$

Numeerinen esimerkki: W

P:	.2	.3	.5	
Q1:	.6	.2	.2	.6
Q2:	.4	.3	.3	.4
pq ₁ :	.12	.06	.10	
pq ₂ :	.08	.09	.15	

w_1 pq ₁ :	.072	.036	.060	
w_2 pq ₂ :	.032	.036	.060	
Σ :	.104	.072	.120	$\Sigma \Sigma = .296$

Norm I:	.351	.243	.405	$\Sigma = .999$
---------	------	------	------	-----------------

4.4.2. Sarjallinen multivektori-interferenssi

Tarkastellaan, esitystä yksinkertaistaen, kolmen vektorin ryhmää

$$\mathbf{P}: p_1, p_2, \dots, p_n \quad \Sigma=1$$

$$\mathbf{Q}: q_1, q_2, \dots, q_n \quad \Sigma=1$$

$$\mathbf{R}: r_1, r_2, \dots, r_n \quad \Sigma=1$$

Lasketaan vektoreitten P, Q ja R sarjallinen interferenssi, joka tarkoittaa interferenssien peräkkäistä laskemista:

Ensimmäinen interferenssi, P:n ja Q:n välinen:

	1)	2)	...	n)	Σ
PxQ:	p_1q_1	p_2q_2	...	p_nq_n	Σp_iq_i

Normeerattuna:

I _{PQ} :	$p_1q_1/\Sigma p_iq_i$	$p_2q_2/\Sigma p_iq_i$...	$p_nq_n/\Sigma p_iq_i$	1
-------------------	------------------------	------------------------	-----	------------------------	---

Toinen interferenssi, R:n ja I_{PQ}:n välinen:

R x I _{PQ} :	$r_1p_1q_1/\Sigma p_iq_i$	$r_2p_2q_2/\Sigma p_iq_i$...	$r_np_nq_n/\Sigma p_iq_i$	$\Sigma r_i p_i q_i / \Sigma p_i q_i$
-----------------------	---------------------------	---------------------------	-----	---------------------------	---------------------------------------

Normeerattuna:

I _{PQR} :	$(r_1p_1q_1/\Sigma p_iq_i):(\Sigma r_i p_i q_i / \Sigma p_i q_i),$	$(r_2p_2q_2/\Sigma p_iq_i):(\Sigma r_i p_i q_i / \Sigma p_i q_i),$...	$(r_np_nq_n/\Sigma p_iq_i):(\Sigma r_i p_i q_i / \Sigma p_i q_i)$
--------------------	--	--	-----	---

Σp_iq_i -termit supistuvat pois ja vektori saa muodon:

I _{PQR} :	$r_1p_1q_1/\Sigma r_i p_i q_i,$	$r_2p_2q_2/\Sigma r_i p_i q_i,$...	$r_np_nq_n/\Sigma r_i p_i q_i$
--------------------	---------------------------------	---------------------------------	-----	--------------------------------

Sarjallinen multivektori-interferenssin laskusääntö on siten:

Lasketaan interferoivien vektoreitten saraketulot ja normeerataan ne saraketulojen summalla. Interferenssioperaattori on *vaihdannainen* eli $\text{Int}(\mathbf{R},(\mathbf{P},\mathbf{Q})) = \text{Int}((\mathbf{R},\mathbf{P}),\mathbf{Q})$. Interferenssin suorittamisjärjestyksellä ei siis ole väliä sarjallisessa multivektori-interferenssissä. Voidaan näinollen merkitä $\text{Int}(\mathbf{R},(\mathbf{P},\mathbf{Q})) = \text{Int}(\mathbf{R},\mathbf{P},\mathbf{Q})$.

Numeerinen esimerkki:

$$\mathbf{P}: .2 \quad .3 \quad .5$$

$$\mathbf{Q}: .6 \quad .2 \quad .2$$

$$\mathbf{R}: .4 \quad .3 \quad .3$$

$$p_xq_xr: \quad .048 \quad .018 \quad .030 \quad \Sigma = .096$$

$$I_{p,q,r}: \quad .500 \quad .188 \quad .312 \quad \Sigma = 1.000$$

Sarjallinen interferenssi tulee käyttöön silloin, kun interferenssien voidaan ajatella vaikuttavan yksi kerrallaan "täydellä voimallaan" (painokerroin=1). Näin voidaan usein ajatella tapahtuvaksi kognitiivisessa prosessissa. Esimerkkinä tästä tarkastellaan seuraavassa (jatkona lukuun 4.2) oppimistapahtumien peräkkäistä ketjua sarjallisen multivektori-interferenssin valossa. Se tarjoaa helpon keinon peräkkäisten n oppimistapahtuman ketjun tuloksen laskemiseksi. Vektorin Λ^n elementit ovat nimittäin Λ :n elementtejä korotettuina potenssiin n (ja normeerattuina).

Valintavektori V esimerkissämme luvussa 4.2 oli homogeeninen vektori
 $(.2, .2, .2, .2, .2)$
 Se on n palkitsevan oppimiskerran jälkeen:
 $\text{Int}(\Lambda^n, V)$ eli vektori $\Lambda^n = (.1^n, .1^n, .6^n, .1^n, .1^n)$ normeerattuna. Jos esim. $n=5$, on
 $\Lambda^5 = (.0001, .0001, .9995, .0001, .0001)$

Huomautus: Inversiosymmetrian näkökulmasta on kiintoisaa todeta että palkitsevan Λ_R -vektorin inversiovektori $\text{Inv}\Lambda_R$ on rankaiseva vektori Λ_P , joka hävittää palkitsevan vektorin vaikutuksen (palauttaa interferenssissä homogeenisen H -vektorin). Tapahtuu ”oppimisen annihilaatio”. Siten esimerkkinä Λ^5 palautuu vektoriksi V , kun se saatetaan 5 kertaa interferenssiin vektorin $\text{Inv}\Lambda$ kanssa (eli kerrotaan vektorilla $\text{Inv}\Lambda^5$ ja normeerataan).

Multivektori-interferenssillä on oleellinen sijansa myös muualla DPM:n mukaisessa tajuntasysteemien päätöksentekodynaamiikassa. Päätöksentekotilanne kuvataan DPM:n mukaan relevanttien kognitiivisten mahdollisuuksien transitiomatriisina (tai graafina), joka jäsentymättömänä on homogeenisten vektorien muodostama. Aktuaalisen tilanteen tilavektorin ajatellaan sitten muotoutuvan (jäsentyvän) niiden (simultaanisten tai sarjallisten) interferenssien kautta, joita erilaiset attraktio-, repulsio-, arvo- ja asennetekijät tuottavat. Päätös syntyy sitten tämän tilavektorin mukaisesti ”arvottuna”. Seuraavassa luvussa tarkastellaan tätä päätöksentekotilanteen muotoutumista lähemmin.

4.5 ”ELÄMÄNKENTTÄ” (LIFE SPACE) JA SEN MUOTOUTUMINEN

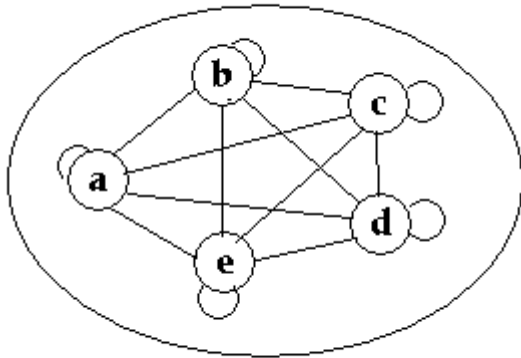
DPM-kuvauksessa voidaan modernisoida ja täydentää Kurt Lewinin klassinen dynaaminen psykologia. Tästä on yksityiskohtaisia esityksiä toisaalla (ks. Rainio, 1986, 2000, 2006, 2008 ja 2009b). Nimitys ”elämäkenttä” (Life Space) on peräisin Lewiniltä. Tässä yhteydessä tarkastellaan yksinkertaista, miten se muotoutuu eritasoisten tajuntasysteemien interferenssien tuloksena.

Tarkastelemme elämäkenttää suppeassa merkityksessä, kognitiivisena päätöksentekokenttänä eli probleematilannekenttänä. Tällöin relevantteja ovat kaikki ne kognitiiviset vaihtoehdot, tilat, joiden välisenä transitiona probleemanratkaisuprosessi etenee. – Psykologisessa tutkimuksessa tällainen tilanne voidaan käytännössä luoda vain hyvin pelkistetyssä laboratoriokokeessa, tavallisesti yksinkertaisessa pelissä, jolloin relevantit ja irrelevantit tilat voidaan selkeästi erottaa toisistaan, esim. ryhmän probleemanratkaisu -pelissä (Group Maze, ks. esim. Rainio, 1972 ja 2000).

Elämäkenttä alkumuodossa, jäsentymättömänä, on kuvattavissa transitiotodennäköisyyksien matriisilla, jossa kaikki vektorit ovat homogeenisia (taulu 4.1) ja vastaavalla graafilla (kuva 4.1). Tämä kuvaa tilannetta, jossa yksilöllä ei ole mitään informaatiota, joka antaisi viitteen valintavaihtoehtojen preferenssistä, t.s. yksilö on samanlaisessa tilanteessa kuin yritys-erehdys -oppimiskokeen alussa.

=====

Kuva 4.1. Elämänkenttä, Life Space



5 relevanttia elementtitilaa, graafin solmua a,b,c,d ja e. Viivat merkitsevät transitiomahdollisuuksia. Oletetaan että transiitotodennäköisyydet kumpaankin suuntaan ja elementtitilasta takaisin samaan tilaan ovat .2 (ks. matriisia, taulu 4.1.)

=====

Taulu 4.1. Jäsentymätön elämänkenttä transiitotodennäköisyysmatriisin muodossa, jossa tilavektorit ovat homogeenisia rivivektoreita.

	a	b	c	d	e	Σ
a	[.2	.2.	.2	.2	.2]	1
b	.2	.2.	.2	.2	.2	1
c	.2	.2.	.2	.2	.2	1
d	.2	.2.	.2	.2	.2	1
e	[.2	.2.	.2	.2	.2]	1

=====

Aikaisempi tilavektori-termi korvataan tässä termillä *valintavektori*. Esimerkiksi elementtitilassa a vallitsevan valintavektorin määrittää siitä muihin mahdollisiin elementtitiloihin lähtevien haarojen todennäköisyyksien vektori, matriisin mukaan sen ensimmäisen rivin rivivektori **a**. Voimme olettaa, että päätöksentekoprosessin alkaessa yksilölle on olemassa joitakin attraktio- tai repulsiokohteita, jotka sisältävät yhden tai useampia elämänkentän elementtitiloista. Kutsumme näiden elementtitilojen joukkoa *valenssikentäksi* (ks. em. teoksia). Ne esiintyvät *valintavektorissa* siten, että attraktiokohteen suunnassa ovat todennäköisyydet suurempia kuin muiden tilojen suunnassa (positiivinen valenssikenttä), repulsiokohteen suunnassa taas vastaavasti pienempiä. Nämä kentät vaikuttavat *simultaanin vektori-interferenssin* tietä elämänkenttään. (Valenssikentät vaikuttavat yhdenmukaisesti jokaiseen tilavektoriin, niin että transiitmatriisin kaikki rivit tulevat identtisiksi.) Simultaanissa vektori-interferenssissä niillä on painokertoimet (Lewinin "potenssit"), joiden summa on 1.

Taulussa 4.2 on esitetty esimerkkinä kolmen valenssikentän elämänkenttää muotoava vaikutus. (Vain matriisin rivivektori **a** on esitetty. Muut rivivektorit muodostuvat nimittäin samaksi - kuten edellä on huomautettu.) Taulussa 4.2 "kentän tuottama valintavektori" syntyy siten, että *kenttää* koskeva transiitotodennäköisyys $p_{-F,F}$,

joka esimerkissämme = 1, jaetaan tasan kentän alkioitten kesken. (Negatiivisessa kentässä F3 on $p_{F,-F} = 1$ ja jakautuu tasan kentän ulkopuolisten alkioitten kesken.)

Taulu 4.2. Kolmen valenssikentän vaikutus elämänkenttään

	a	b	c	d	e
H:	.2	.2	.2	.2	.2

Kentät oletetaan seuraavanlaisiksi:

	Sisältää tilat	Painokerroin eli potenssi P
Posit. kenttä F1:	c, d ja e	.5
Posit. kenttä F2:	b ja c	.3
Negat. kenttä F3:	a	.2

Kenttien tuottamat valintavektorit:

	a	b	c	d	e	Σ
F1:	0	0	.33	.33	.33	1
F2:	0	.5	.5	0	0	1
F3:	0	.25	.25	.25	.25	1

Potensseilla painotetut vektorit ja niiden summavektori:

	a	b	c	d	e
H:	0	0	0	0	0
F1:	0	0	.17	.17	.17
F2:	0	.15	.15	0	0
F3:	0	.05	.05	.05	.05

$$\Sigma w_i F_i : \mathbf{a} \quad 0 \quad .20 \quad .37 \quad .22 \quad .22 \quad \Sigma = 1.01$$

Kuvassa 4.2 tämä jäsentynyt elämänkenttä on havainnollistettu graafina. Elämänkenttä on nyt siis valenssikenttien vaikutuksesta *jäsentynyt* niin, että yksilö pyrkii kognitiiossaan, probleeman kognitiivisessa mallissaan, suurimmalla todennäköisyydellä a:sta (alkutilasta) c:hen ($p = .37$), pienemmällä todennäköisyydellä muihin tiloihin eikä ollenkaan jäämään tilaan a.

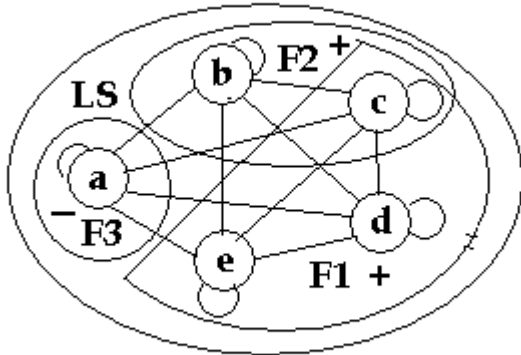
Jos halutaan tehdä vastaava laskelma valintavektorin **b** suhteen, huomataan, että tulos on sama kuin valintavektorille **a** saatu.

Itsestään kognitiivisesta päätöksenteosta, jonka yksityiskohtiin emme tässä puutu, DPM esittää seuraavaa:

1) Jos yksilöllä on aikaisempaa kokemusta aktuaalisesta probleematilanteesta, niin että hän muistaa tietyn valinnan vievän esim. palkintoon, tämä on otettava malliin palkitsevana *oppimisena*, joka toteutetaan interferenssinä (jäsentyneessä) elämänkentässä. Niinpä esimerkiksi valintavektori **d** voisi muuttua tässä vaiheessa taulun 4.3 mukaisesti olettaen, että **d** on kokemuksen (muistin) mukaan palkitseva vaihtoehto.

2) Kun yksilö on tehnyt kyllin monta kognitiivista yritystä (alkutilasta lähtien), ts. kun on saavutettu ns. *toimintakyynnys* (action threshold), joka oletetaan kullekin yksilölle ominaiseksi piirteeksi, tapahtuu *päätös* eli jokin tila kognition tasolla *realisoituu* ja yksilö ryhtyy ohjaamaan toimintaansa tämän realisoituneen vaihtoehdon suuntaan. Tätä edeltäneessä päätöksenteon evoluutiossa yksilö siirtyi superpositiotilasta toiseen.

Kuva 4.2. Kolme valenssikenttää F1, F2 ja F3 elämänkenttää LS kuvaavassa graafissa.



$F1 = \{c,d,e\}$, $F2 = \{b,c\}$ ja $F3 = \{a\}$. Transitiotodennäköisyydet näkyvät matriisissa taulussa 4.2.

Taulu 4.3. Oppimisen vaikutus elämänkenttään

(Laskumenetelmästä ks. lukua 4.4.1. Simultaaninen monen vektorin interferenssi.)

	a	b	c	d	e	Σ
$\Sigma w_i F_i$:	0	.20	.37	.22	.22	1
Λ :	.1	.1	.1	.6	.1	1
Tulot:	0	.02	.037	.132	.022	.211
Int_{Norm} :	0	.095	.175	.626	.104	1

Päätöksenteko merkitsee siis "aaltofunktion romahdusta", joka on matemaattisesti kuvattavissa siten, että nyt detektorimatriisi interferoi päätöksentekomatriisin kanssa, jonka seurauksena kognitiivinen prosessi "pysähtyy" yhteen suhteellisen stabiiliin tilaan. DPM:ssa ajatellaan niin, että tässä tilassa valikoituu alemmalla tajunnan tasolla esiin (mentaalin) tilavektori, joka interferenssillään synapsivektoreitten kanssa vaikuttaa eksosytoosiin aivoissa. (Tarkempi esitys tästä Ecclesin mallin matematisoinnista esim.: Rainio, 2008, ss. 118-123 ja Rainio, 2009a.)

Tiivistelmä elämänkenttäänalyysista:

Lukuisat tajunnan eri tasojen systeemien vaikutukset päätöksentekosysteemiin voidaan toteuttaa näiden systeemien vektori-interferenssien kautta joko simultaanisena tai sarjallisena multivektori-interferenssinä.

Tässä luvussa esitetty tajunnan systeemien interferenssimalli saa empiiristä tukea ryhmän probleemanratkaisukokeesta (Group Maze, ks. esim. Rainio, 1972, 1986, ss. 167-188, 2006, ss. 20-28, 79-82 ja 90-92 sekä 2008, ss. 24-34, 73-77 ja 86-88 sekä 2009b).

5. POHDINTAA

HYPOTHESES FINGIMUS

Tieteessä, eritoten fysiikassa, korostetaan tiedon tiukkaa sitomista empiriaan: osuvien estimaattien tuottamista pidetään suorastaan ensisijaisena tiedon tavoitteena. Kvanttimekaniikassa painotetaan usein sitä, ettei ole suinkaan välttämätöntä ymmärtää sen olemusta, ”kunhan se vain toimii” (operationalismi). Tekniset sovellukset koetaan usein tieteellisen tiedon tärkeimmäksi kriteeriksi. Kuitenkin tiedon laajenemisen ja uudistumisen ratkaisevissa vaiheissa teoreettinen rakenne, käsitteiden loogiset yhteydet, ovat olleet olennaisinta – operationaalisten määrittelyjen jäädessä usein odottamaan empiirisen tutkimuksen mahdollisuuksia ja etenemistä. Alun alkaen esim. suhteellisuusteoriassa oli tuskin mitään yhteyttä empiirisesti todettaviin seikkoihin.⁵

Tämän artikkelin sisältö vaikuttaa monilta osiltaan spekulatiiviselta. Sen vaikutelman saattaa synnyttää lukijassa sitoutuminen kapea-alaisesti kvanttimekaniikan standardimalliin, jossa asioita tarkastellaan Schrödinger-yhtälöiden maailmassa. Diskreetin kvanttimekaniikan (DQM) näkökulma on toinen. Uskallamme esittää, että sen lähtökohdasta katsoen artikkelimme näyttää loogisesti hyvin perustellun kvanttievoluution matemaattisen mallin, jolla on myös selvät, vaikkakin harvat yhteydet empiriaan.

Esittämämme vektori-interferenssi on analoginen aaltointerferenssille. Ei ole siis kummastuttavaa, että kaksoisrakokokeen tuloksille on mahdollista löytää osuva vektori-interferenssin mukainen estimaatti. Varsinainen uutuuksartikkelissamme on *osittaisinterferenssi*, jota ei liene kvanttimekaniikassa käsitelty – ehkä siksi, että asioita on niin yksinomaisesti tarkasteltu aaltointerferenssin valossa. Osittaisinterferenssi on kuitenkin varsin luonnollinen vektori-interferenssin yleistys, ja onkin ollut helppo osoittaa, että kokonaisinterferenssi on osittaisinterferenssin erityistapaus (luku 3.4). Näyttää kuitenkin siltä, ettei (vielä) käytettävissä ole sellaista kokeellista tietoa, joka osoittaisi osittaisinterferenssin ”olemassaolon” tai päinvastoin näyttäisi, että kokonaisinterferenssi on ainoa mahdollisuus.

Kun tämä on tilanne, voitaisiin hyvällä syyllä syyttää spekulatiosta, jos osittaisinterferenssistä tehtäisiin pitkälle meneviä johtopäätöksiä, mikä olisi kyllä hyvin houkuttelevaa filosofian kannalta. Matemaattisesti on nimittäin johdettavissa varsin mielenkiintoisia seurauksia esim. homogeenisten vektoreitten välisestä osittaisinterferenssistä. Homogeenisten vektoreitten informaatio on 0, mutta osittaisinterferenssi voi muotouttaa niistä ei-homogeenisia vektoreita, joiden informaatio siten ylittää 0:n. Se merkitsisi informaation syntyä ”tyhjästä” – mutta sellaisen esittäminen arvattavasti ylittäisi tässä vaiheessa spekulatiivisuuden rajan. Todettakoon vain, että vektori-interferenssi informaatiota muovaavana tekijänä saattaa osoittautua hyvinkin keskeiseksi käsitteeksi kvanttimekaniikan filosofiassa.

Tajunnan tarkastelu kvanttimekaanisina systeemeinä saattaa edelleenkin tuntua spekulatiolta tiedeyhteisössä vallitsevan yleisen kannan mukaan. Kuitenkin, kvanttimekaniikalle rakentuva matemaattinen tajunnan mallimme on itse asiassa

⁵ Newtonin kuuluisa sanonta ”hypotheses non fingo” ei tunnu kovinkaan hyvin soveltuvan edistyneen tieteen ohjenuoraksi.

vahvasti kokeellisesti perusteltu – mukaan luettuina ne interferenssikuvaukset, joita tässä artikkelissa on tuotu esiin. Ajateltakoon yritys-erehdys (trial and error) –oppimiskokeessa tapahtuvaa valintavektorin muuttumista sen ja erityisen oppimisvektorin interferenssissä: Esityksemme on täysin identtinen oppimisen stokastisen teorian kanssa ja saanut näin ollen empiirisen vahvistuksen tuhansissa ja jälleen tuhansissa kokeissa, joita on tehty sekä ihmis- että eläinyksilöillä psykologisissa laboratorioissa! Ja ”elämänkentän” diskreetin kvanttimekaniikan mukainen malli merkitsee Kurt Lewinin dynaamisen psykologian matemaattista täsmenämistä moderniin muotoon (Rainio, 2009b). Siinä on toteutettu ajatus valenssikenttien yhteisvaikutuksesta päätöksentekoon vektori-interferenssiksi täsmennettynä. Tämä teoria saa vahvaa empiiristä tukea ryhmäprobleeman ratkaisukokeista, joiden simulointi ”elämänkenttä”-mallin avulla on tuottanut varsin oikeaan osuvia estimaatteja (Rainio 1972, 1986 ja 2000). Toisin kuin monissa tietoisuuden kvanttimekaanisissa tarkasteluissa tässä diskreetin kvanttimekaniikan sovelluksessa ei jää spekulatiolle tilaa. Nyt käsillä olevassa artikkelissa tajunnan systeemien teoria on esitetty vain hyvin suppeasti – ainoastaan siltä osin kuin se sivuaa vektori-interferenssin matematiikkaa. Yksityiskohtaisempia esityksiä on olemassa (Rainio 2008 ja 2009b).

Esityksessämme lienee filosofian kannalta merkittävintä todellisuuden systeemisen rakenteen *yhtenäisyyden* osoittaminen. *Transitiodynamiikka*, joka tulee esille kvanttievoluutio-prosessissa, ja *interferenssidynamiikka*, joka ilmenee systeemien vuorovaikutuksessa, näyttävät yhdessä hyvin selittävän fundamentaalisten tapahtumien kulkua – olivatpa sitten kysymyksessä fysikaaliset tai tajunnalliset prosessit. Viimeksi mainittujen osalta on kuitenkin todettava, ettei *kvalioitten* maailma ole lainkaan mukana tässä tajunnan tarkastelussa. Näyttääkin siltä, että kvalioitten kuvaus liittyy vain vähäiseltä osalta transiitio- ja interferenssidynamiikkaan (ainoastaan attraktion ja repulsion tuottamisen osalta). Mutta tämä on teorianrakentajien yhteinen ja yleinen pulma.

Liite1. Interferenssi kaksoisrakokeessa; Harrison-simulaatio

Google-haulla "two-slit experiment" → The Feynman Double-Slit tai osoitteesta:
<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/DoubleSlit/DoubleSlit.html>

löytyy David Harrisonin artikkeli "The Feynman Double Slit" (2002), jossa on mukana simulaatioesitys yksittäisistä peräkkäisistä osumista double-slit-kokeessa. Mikäli Harrisonin simulaation goodness-of-fit on riittävän hyvä estimaatti todellisesta kaksoisrakokokeesta saaduille koetuloksille, niiden esittäminen kahden, rakojen suhteen symmetrisen, vektorin interferenssivektorina on niinikään hyvä estimaatti.

Seuraavassa on selostus simulaatiotuloksista, jotka saatiin kolmesta simulaatiosta, joissa oli yhteensä 1200 osumaa.

Tulosluettelo suhteellisista frekvensseistä summattuina 9 luokaksi (N=1200):

	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)	9)	Σ
Simul. p:	.135	.043	.178	.031	.234	.032	.175	.025	.153	1.006
	R1					R2				
	rako 1					rako 2				
	maksimi					maksimi				

Arvausvektorit ja kokeen rakenne:

R1:	.16	.05	.21	.05	.17	.07	.10	.07	.10	.99
R1:	s1	v1	m	v1	s1	v2	s2	v3	s3	
R2:	.10	.07	.10	.07	.17	.05	.21	.05	.16	.99
R2:	s3	v3	s2	v2	s1	v1	m	v1	s1	

m=maksimi, s1=ensimmäinen sivumaksimi, s2=toinen sivumaksimi, s3=kolmas sivumaksimi, v1=ensimmäinen maksimien väli, v2=toinen maksimien väli jne.

(Tonomuran koetuloksissa raot (maksimit) olivat kahden luokkavälin etäisyydellä toisistaan. Nyt ne ovat neljän. Siitä johtuen jakautuma on nyt yksihuippuinen.)

Interferenssi:

Int.:	.016	.0035	.021	.0035	.029	.0035	.021	.0035	.016	$\Sigma=.117$
Normeer.:	.137	.030	.179	.030	.249	.030	.179	.030	.137	$\Sigma=1.01$

Vertailu kahdella desimaalilla:

Simul.:	.14	.04	.18	.03	.23	.03	.18	.03	.15	1.01
Int.:	.14	.03	.18	.03	.25	.03	.18	.03	.14	1.01

(Simulointituloksissa ei nyt ollut tarpeen suorittaa tasoitusta, koska se toteutuu jokseenkin hyvin suuren kokonaisfrekvenssin - 1200 tapausta - tuloksena.)

Todettakoon, että vektorit R1 ja R2 ovat toistensa inversiovektoreita modulo S (simulointivektori).

KIRJALLISUUS

- Gudder, Stanley (1986): Discrete Quantum Mechanics, *J. Math. Physics*, 27, 1782 , 1986.
- Gudder, Stanley (1988): Quantum graphic dynamics, *Foundation of Physics*, Vol. 18, number 7, 1988.
- Gudder, Stanley (1989): Realism in Quantum Mechanics, *Foundation of Physics*, Vol. 19, number 8, 1989.
- Gudder, Stanley (1990): Quantum stochastic processes, *Foundation of Physics*, Vol. 20, number 11, 1990.
- Gudder, Stanley (1992a): New formulation of quantum mechanics, *International Journal of Theoretical Physics*, Vol. 31, 1/Jan, 1992.
- Gudder, Stanley (1992b): Quantum stochastic models, *Foundation of Physics*, Vol. 22, 6/June, 1992.
- Harrison, David (2002): The Feynman Double Slit; e-osoite:
<http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/DoubleSlit/DoubleSlit.html>
- McCall, Storrs – Whitaker, Andrew – George, Glyn (2001): Continuous vs. Discrete Processes: the Probabilistic Evolution of Single Trapped Ions. Paper presented at the 10th UK Conference on the Foundations of Physics, Belfast.
- Rainio, Kullervo (1962): A Stochastic Theory of Social Contacts; A Laboratory Study and an Application to Sociometry. *Transactions of the Westermarck Society VIII*, 101.1962
- Rainio, Kullervo (1965): Social interaction as a stochastic learning process. *European Journal of Sociology*, 6, pp. 68-88. 1965
- Rainio, Kullervo (1972): Group Maze. Experiments and simulations in problem-solving by groups. *Commentationes Scientiarum Socialium*, 3, 1972. *Societas Scientiarum Fennica*, Helsinki.
- Rainio, Kullervo (1986): Stochastic field theory of behavior. *Commentationes Scientiarum Socialium* 34. Helsinki: *Societas Scientiarum Fennica*, 1986
- Rainio, Kullervo (2000): Cognitive Process and Behavior; A Conceptual Framework and Simulations. *Research Reports 1/2000*, Department of Social Psychology, Helsinki University. (e-book, available in address: <http://ethesis.helsinki.fi/julkaisut/val/sosps/muut/rainio/>)
- Rainio, Kullervo (2006): Diskreetti prosessimalli kvantti- ja tajuntasysteemeihin sovellettuna. *Luonnonfilosofian Seuran julkaisuja*, XV.
- Rainio, Kullervo (2008): Discrete Process Model for Quantum and Mind Systems. *Research Reports 1/2008*, Department of Social Psychology, Helsinki University. (e-book, available in address: <http://ethesis.helsinki.fi/valspsjul.html>)
- Rainio, Kullervo (2009a): Discrete process model for quantum systems of matter and mind. *World Futures* 2009.
- Rainio, Kullervo (2009b): Kurt Lewin's Dynamical Psychology Revisited and Revised. *Dynamical Psychology*, 2009.
- Tonomura, Akira (2003): Visualizing the quantum phenomena occurring at the nanoscale with electron waves. RIKEN Wako Institute, RIKEN Frontier Research System, Single Quantum Dynamics Research Group, Quantum Phenomena Observation Laboratory (Laboratory Head: Dr. Akira Tonomura), RIKEN NEWS, No. 268, October 2003.