Spaces of learning: past, present and future

Report 36 / 2014

Pedagogiska fakulteten

Spaces for learning: past, present and future

Proceedings of the 30th annual symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association in Vaasa, November 6-8, 2013

Ann-Sofi Röj-Lindberg, Lars Burman, Berit Kurtén-Finnäs & Karin Linnanmäki (Eds.)

Report
Nr 36 / 2014

Spaces for learning: past, present and future

Proceedings of the FMSERA 30th annual symposium in Vaasa, November 6-8, 2013

Ann-Sofi Röj-Lindberg, Lars Burman,
Berit Kurtén-Finnäs & Karin Linnanmäki (Eds.)

Report from the Faculty of Education, Åbo Akademi University
No 36 / 2014
Vasa 2014

Cover photo: Åbo Akademi

Vasa 2014
ISSN 1458-7777
ISBN 978-952-12-3129-2 (digital)
Printed by Arkmedia, Vaasa, Finland

Table of Contents

Short Communications

Preface

This book offers a selection of articles based on the presentations at the 30th annual symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association (FMSERA). The symposium was organized at Åbo Akademi University in Vaasa November 6-8, 2013. The theme of the event, *Spaces for learning: past, present and future*, was chosen to reflect the 30 years long learning trajectory of the association itself, as well as the past, on-going and planned research works of its members.

The symposium was opened by the chair of the local organization, university teacher Ann-Sofi Röj-Lindberg. The chair of the Association, professor Harry Silfverberg, addressed the audience with words of welcome on behalf of FMSERA. As the head of the Faculty of Education professor Ria Heilä-Ylikallio welcomed everybody to the premises of Åbo Akademi University in Vaasa. The opening ceremony culminated in the wonderful voices of the student choir Pedavoces. Thank you all!

To celebrate the 30 years of FMSERA most of the program the first day of the symposium was devoted to the anniversary. In invited lectures professor emerita Maija Ahtee, professor Lenni Haapasalo, professor emeritus Veijo Meisalo and professor emeritus Erkki Pehkonen addressed the history of FMSERA as well as important issues related to the field of mathematics and science education. The key-note lecture by professor Paul Andrews (Stockholm University) closed the first day with the theme *The cultural construction of school mathematics and student achievement*.

At the beginning of the second day of the symposium professor Elke Sumfleth (University of Duisburg-Essen) introduced the audience to *Trends in Science Education Research from a German Perspective*. The key-note lecturer of the third and final day of the symposium was professor Pirjo Aunio (University of Helsinki) who addressed the *theme Students with mathematical learning difficulties Who are they? How to support their mathematics learning?* We are very grateful to all the invited guests for partaking in the symposium. Our thanks go as well to participants and presenters of papers and short communications. You made the symposium a vivid and memorable event for us all.

Of the total 47 presentations at the symposium, 21 are included as articles in this book. Each article has been carefully peer-reviewed, revised and finally edited by the editorial group. In addition, and as an introduction to the book, there is an article in the format of a dialogue between the chair of the local organization and the head of the FMSERA concerning the past and the future of the Research Association. We want to express our gratitude to the authors for their contributions and to the reviewers for the professional and thorough review process. Thank you for sharing with us your experience and wisdom. Special thanks go to Tarja Grahn-Björkqvist for her very good collaboration in making the manuscript ready for print.

Our thanks go as well to Aktiastiftelsen i Vasa, to Harry Schaumans stiftelse, to Högskolestiftelsen i Österbotten, to Stiftelsen för Åbo Akademi forskningsinstitut and to Wärtsilä. We are grateful to you all for supporting the organizing of the conference and the printing of the book.

Åbo Akademi in Vaasa November 2014

Ann-Sofi Röj-Lindberg, Lars Burman, Berit Kurtén-Finnäs and Karin Linnanmäki

Ubi es et quo vadis FMSERA?

Harry Silfverberg
Turun Yliopisto

Ann-Sofi Röj-Lindberg
Åbo Akademi

Ubi es et quo vadis Finnish Mathematics and Science Education Research Association? Where are you and where are you going Finnish Mathematics and Science Education Research Association? In the format of a dialogue Harry Silfverberg, the current chair of the board of FMSERA, and Ann-Sofi Röj-Lindberg, member of the board of the FMSERA and head of the organizing committee of the 30th annual symposium of FMSERA, discuss issues related both to their own engagement in the association and to the past, the present and the future of the association. To celebrate the bilingualism of Finland they both use their own mother tongue in the conversation - Ann-Sofi asks questions and gives answers in Swedish while Harry asks questions and gives answers in Finnish.

Ann-Sofi: Forskarföreningen grundades 1983. Under Föreningens symposium i Vasa 2013 firades samtidigt föreningens 30-årsjubileum. Du har varit med i Föreningen under många år. I styrelsen 1992-1993 ingick du som sekreterare och för närvarande är du föreningens ordförande. *Vilken betydelse har forskarföreningen haft för dig personligen?*

Harry: Itse asiassa olen ollut Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran jäsen Seuran perustamiskokouksesta lähtien. Kokouksessa oli paikalla kourallinen didaktisesta tutkimuksesta kiinnostuneita henkilöjä pääosin yliopistojen opettajankoulutuslaitoksista ja normaalikouluista. Itse toimin tuolloin Tampereen normaalikoulun matematiikan ja fysiikan lehtorina. Noina aikoina tein vasta kasvatustieteen laudaturopintoja ja suunnittelin jatko-opintojeni aloittamista. Tampereella professori Jarkko Leino houkutteli meitä muutamia kasvatustieteistä kiinnostuneita suuntaamaan jatko-opintomme nimenomaan matematiikan didaktiikkaan. Jarkko Leino saikin innostuneisuudellaan koottua ryhmäänsä muutaman alasta kiinnostuneen jatko-opiskelijan, joista ensimmäisenä väitteli Tampereen lyseon matematiikan lehtori Anneli Aittola, myöhemmin jokunen muukin. Tutkimusseuralla oli tutkijaidentiteetin kasvulle merkittävä osuutensa. Seuran vuosipäivillä saattoi tutustua muihin saman alan tutkijanalkuihin ja kiinnittyä ryhmään, jolla oli samantyyppinen tausta ja samantapaiset kiinnostuksenkohteet. Vuosipäivät tarjosivat myös tilaisuuden kuulla, millaisia näkemyksiä alan johtavilla vaikuttajilla kuten silloin Paavo Malisella, Tapio Kerannolla, Kaarle Kurki-Suoniolla ja Veijo Meisalolla sekä kutsutuilla ulkomaisilla puhujilla oli matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen kansainvälisistä trendeistä, sekä kehittämis- ja tutkimustarpeista. Varsin nopeasti oppi vähintäänkin tunnistavansa lähes kaikki alan silloiset tutkijat. Myöhemmillä tutkimuspäivillä sain todeta, että yhdistyksen muutoin auvoiseen yhteiseloon kuuluivat myös kiivaat väittelyt ja erimielisyydet tutkimuksenteon perimmäisistä kysymyksistä, mikä harjaannutti nuorta tutkijaa tarkastelemaan ja pohtimaan asioita eri näkökulmilta. Vuosia ja jopa vuosikymmeniä on kulunut edellisistä ajoista, mutta edelleen katsoisin, että tutkimusseura on toiminnallaan tarjonnut niin minulle kuin monille muillekin sosiaalisen yhteisön, jonka kautta olen oppinut tuntemaan niin koti- kuin ulkomaisiakin saman alan tutkijoita ja heidän tutkimusintressejään. Lisäksi Seuran vuosipäivät ovat tarjonneet varsinkin nuorille tutkijoille matalan kynnyksen foorumin esitellä tutkimussuunnitelmiaan ja tuloksiaan. Kansallisesti on tärkeää, että Seuralla on julkaissut vuosipäivien jälkeen vertaisarvioinnin kautta hyväksytyistä esityksistä kokoomateoksia, joissa tutkijat ovat voineet tehdä tutkimuksiaan tunnetuksi.

Harry: Sinä olet tullut seuran jäseneksi selvästi myöhemmin kuin minä, mutta sinäkin olet toiminut seurassa jo vuosia, viime vuodet myös seuran hallituksessa. *Mikä sinut sai aikoinaan liittymään seuraan ja millainen ensivaikutelma sinulle jäi seuran tutkimuspäivien tunnelmasta?*

Ann-Sofi: Även jag har en skolbakgrund som lärare inom matematik, fysik och kemi. Då forskarföreningen tog sina första steg var jag fullt sysselsatt med att klara av vardagen som ny lärare och småbarnsmamma. Men jag drevs nog redan då av en vilja att utveckla undervisningen. Högstadieskolan där jag hösten 1981 inledde min första lärartjänst, Borgaregatans skola i Vasa, hade som försöksverksamhet avskaffat nivågrupperingen i matematik redan 1979. Först år 1985 var den ”nivålösa” grundskolan ett faktum i hela Finland. Jag kastades alltså direkt in i den didaktiska utmaningen att undervisa elevgrupper som var mycket annorlunda än de jag själv upplevt som elev och i lärarutbildningen. Inledningsvis hade jag ändå inga tankar på att fortsätta studera pedagogik utan koncentrerade mig på att ”gräva där jag stod”. Skolans verksamhetskultur var väldigt utvecklingscentrerad. Följande didaktiska utmaning vi tog oss an var jämställdhet mellan flickor och pojkar. Ett fokus på varierande arbetsmetoder i matematik och naturvetenskaper kom sedan 1986 via FINISTE-nätverket. För mig personligen var FINISTE delvis orsaken till att jag senare kom in på en bana som lärarutbildare och forskare. Så här i efterhand kan jag se hur de kontakter jag knöt till personer som Veijo Meisalo, Jari Lavonen, Maija Ahtee, Pasi Sahlberg samtidigt betydde att jag metaforiskt steg rakt in forskarföreningens idéutvecklande kärna. Men medlem i föreningen blev jag först i mitten av 1990-talet i och med att jag tog det slutliga steget över till forskning och lärarutbildning. Hösten 1996, den 25-27 september, stod Åbo Akademi i Vasa värd för symposiet. Mitt första symposium betraktade jag alltså ur arrangörens synvinkel. Dagarna var samtidigt höstseminarium för den dåvarande Nationella forskarskolan för lärare i matematik, fysik och kemi. Dessutom sammanföll de med en nationell kampanj för att lyfta kunskapsnivån i matematik och naturvetenskaper till en hög internationell nivå. Speciellt minns jag hur Frank Lester ifrågasatte bristen på kommunikation mellan forskare och praktiker. Eftersom jag personifierade båda rollerna lyssnade jag med stort intresse på hans synpunkter, bland annat hans argument för att forskarföreningens intresseområde är så komplext att den metodologiska grunden för forskning kan och borde vara så mycket mera än att söka de traditionella formerna av kunskap, *knowing-that* och *knowing-how*. För att inkludera praktikerna och verkligen på lång sikt påverka vad som händer i klassrummen är *knowing-from* kunskap lika central.

Ann-Sofi: Jag är övertygad om att just forskarföreningen borde vara ett forum för lärande för både forskare och praktiker och för meningsutbyten kring metodologiska frågor. *Hur väl tycker du att föreningen har lyckats överbrygga sådana gap mellan forskningsinriktningar och mellan forskare och praktiker som Frank Lester lyfte fram 1996?*

Harry: Esität aiheellisen kysymyksen, joka on samalla aika monitahoinen. Käsitykseni on, että ainedidaktinen tutkimus ja kasvatustieteellinen tutkimus yleisemminkin on lähes aina vahvasti käytäntöön sitoutuvaa. Ehkä välillä jopa liikaakin tutkimuksissa pysytellään käytännön tasolla ja ollaan turhan varovaisia pyrkimyksissä tuottaa teoriatason malleja koeteltaviksi. Monet Seuramme jäsenet ovat mukana opettajien täydennyskoulutustoiminnassa ja monet toimivat päätyössään opettajakouluttajina, mikä edesauttaa tutkimuksen sekä opetus- ja kasvatustyön välisen yhteyden säilymistä ja sitä, että matemaattisten aineiden opetuksessa kulloinkin tärkeinä tai haasteellisina pidetyt asiat valikoituvat myös tutkimus- tai kehittämistoiminnan kohteiksi. Uskon myös, että kentällä toimivan opettajan on varsin helppo tutustua julkaistuihin tutkimustuloksiin, jos ne vain aiheeltaan ovat sellaisia, jotka häntä kiinnostavat. Nykyään tutkimusraportit ovat yhä useammin verkossa vapaasti luettavissa, mikä edistää ja nopeuttaa tutkimustoiminnan vaikuttavuutta opetuksen käytäntöihin koulussa. Toisaalta on aiheellista myös kysyä, kuinka vahvasti matemaattisten aineiden didaktisen tutkimuksen tulee olla sidoksissa nykyisiin käytäntöihin eri kouluasteiden opetuksessa ja kuinka vahvasti sen tulee orientoitua tulevaan ja haastaa käytäntöjä, joihin olemme tottuneet.

Harry: Tutkimusseuramme on tarjonnut julkaisuissaan tutkijoille mahdollisuuden valita kirjoittaako artikkelinsa suomen, ruotsin vai englanninkielisenä. *Pidätkö kotimaisilla kielillä julkaisemista Seuran toiminnan kannalta vielä tarkoituksenmukaisena vai pitäisikö julkaisukielen olla englanti ja suunnata julkaisut vahvemmin kansainväliselle tutkijayhteisölle?*

Ann-Sofi: Frågan du ställer har länge varit aktuell inom Föreningen. Redan i konferenspublikationen från symposiet 1993 konstaterade redaktörerna att det i framtiden ”might be possible to consider taking English as the only conference language” (s. 12). Kanske det är så att engelskan redan i praktiken *är* det dominerande publikationsspråket i Föreningens konferenspublikationer? Jag har själv publicerat en artikel på svenska, men hur vanlig är egentligen svenskan som publiceringsspråk i Föreningen? För att kunna reflektera kring din fråga granskade jag språket i 12 av de ungefär 30 publikationer Föreningens symposier gett upphov till. Urvalet är på inget sätt systematiskt. Jag granskade publikationerna från följande symposier: 1993 (Tammerfors), 1995 (Helsingfors), 1998 (Vasa), 1999 (Jyväskylä), 2000 (Åbo), 2004 (Uleåborg), 2006 (Vasa), 2008 (Rovaniemi), 2009 (Joensuu), 2011 (Helsingfors), 2012 (Jyväskylä) och 2013 (Vasa, in press). Granskningen visar tydligt att svenskspråkiga artiklar är en raritet. Endast tre av sammanlagt 211 artiklar är skrivna på svenska medan de övriga 208 artiklarna fördelar sig ganska jämt mellan finska och engelska, med en liten övervikt för de finska (51 %). Fram till och med 2004 (Uleåborg) är den språkliga fördelningen ganska stabil med finskspråkig dominans i fem av sex publikationer. Undantaget är 1998 (Vasa) där något fler än hälften av artiklarna är skrivna på engelska. I publikationen från 2006 (Vasa) är alla artiklar skrivna på engelska. Efter 2006 är den språkliga variationen stor med finskspråkig dominans i endast två av fem publikationer, 2008 (Rovaniemi) och 2011 (Helsingfors). I den här publikationen från Föreningens jubileumssymposium här i Vasa 2013 är endast 24 % av artiklarna skrivna på finska. Mot bakgrund av den här granskningen verkar det faktiskt ha skett en förskjutning över åren mot en allt större dominans av engelska som publikationsspråk. Trots att det här kanske är en ändamålsenlig utveckling ur ett nyttoperspektiv så hävdar jag att det är viktigt att vi fortsätter tillåta publicering på både finska och svenska. Jag är inte så orolig för svenskan, artiklar på svenska kan publiceras även via andra kanaler, till exempel NOMAD (Nordic Studies in Mathematics Education) och NorDiNa (Nordic Studies in Science Education). Men vad händer med finskan som vetenskapligt språk inom Föreningens forskningsområden om möjligheten att publicera sig på finska inte finns? Föreningens symposier är en viktig kanal för att sprida kunskap om finländsk forskning till föreningens medlemmar. Man kan betrakta symposierna som träningsarena såväl för mer etablerade forskare som för noviser. Som du själv konstaterar, har Föreningens årligen återkommande symposium erbjudit ett forum med låg tröskel, speciellt för unga forskare, för att presentera forskningsplaner och forskningsresultat.

Det är ett faktum att trycket på att använda engelska som publiceringsspråk har ökat bland annat som följd av universitetens nya finansieringsmodell där publikationer med dubbel-blind *peer review* fått en större betydelse. Det finns som jag ser det en klar risk för att allt fler skulle börja rikta sig direkt till något annat publikationsforum än Föreningens konferenspublikationer ifall de inhemska språken inte längre skulle accepteras som publiceringsspråk. Alla forskare, oberoende av forskningserfarenhet, har ett behov av att kunna utvecklas via att berätta och skriva om sin forskning och att ge och ta emot vetenskapligt välgrundad kritik. Jag är övertygad om att det första steget till en bra vetenskaplig text på engelska tas via det egna modersmålet.

Ann-Sofi: I min sista fråga till dig skall jag be dig ännu en gång titta tillbaka på Föreningens 30-år långa verksamhet där de årligen återkommande symposierna har varit kärnan. *Vilka behov anser du föreligger att utveckla såväl Föreningens verksamhet som symposiernas innehåll och omfattning?*

Harry: Moni asia on luonnollisesti muuttunut niistä ajoista, jolloin Seura perustettiin. Erityisen myönteistä on, että ainedidaktista tutkimusta tekevien nuorten tutkijoiden määrä on lisääntynyt sekä matemaattisissa että muissa aineissa. Tutkijoiden yhteistyö toinen toistensa kanssa on yleisempää kuin aiemmin, mikä näkyy sekä yhteisinä tutkimusintresseinä että seuratoiminnan laajentumisena kaikkia ainedidaktiikkoja kattavaksi toiminnaksi. Lisäksi kouluoppimisen ja –opetuksen tutkimuksen rinnalla ainedidaktisesti suuntautunut korkeakoulupedagoginen ja erityispedagoginen tutkimus on viime vuosina merkittävästi lisääntynyt. Identifioituminen ainedidaktiikan tutkijaksi ei poissulje sitä, etteikö tutkija voisi samalla tuntea itsensä täysiveriseksi matemaatikoksi, fyysikoksi, kemistiksi, kasvatustieteilijäksi, psykologiksi tai erityispedagogiksi. Itsestään selvää on, että vakavasti asiaansa suhtautuvat tutkijat toimivat kotimaisen yhteisön ohella nykyään enenevässä määrin kansainvälisillä foorumeilla ja julkaisevat tutkimustuloksensa arvioiduissa kansainvälisissä julkaisuissa. Tämä sinänsä myönteinen ja toivottava kehitys, joka edistää ainedidaktisen tutkimuksen kehitystä maassamme, asettaa kuitenkin Seuramme uudenlaiseen kilpailutilanteeseen. Tutkijan on tarkkaan harkittava, missä määrin hän panostaa voimavarojaan ja aikaansa Seuramme matemaattisten aineiden oppimisen ja opetuksen tutkimukseen keskittyvään pääosin kotimaiseen toimintaan. Tosiasia on, että kaikkien tutkijoiden on pysyäkseen kehityksessä mukana välttämätöntä suuntautua erityisesti kansainväliseen tutkimustoimintaan. Tutkijoiden ajasta käydään kilpailua. Yksistään kotimaassa on vuosittain tarjolla niin monia erilaisia tämän alan tutkimukseen kohdistuvia tapahtumia, että säilyäkseen elinvoimaisena Seuran on jatkossa kehitettävä myös jokasyksyisten tutkimuspäiviensä vetovoimaisuutta ja pohdittava, olisiko ne mahdollista pysyvämmin yhdistää jonkin muun saman alan tutkijoita kiinnostavan tapahtuman yhteyteen, ja mikä olisi sopivin julkaisukanava ja -kieli vuosipäivillä esiteltävien tutkimusten tunnetuksi tekemiseen eri yleisöille. Pohdittava on myös sitä millä tavoin sekä nuoremmat että varttuneemmat tutkijat kokevat Seuran toiminnan mielekkäänä ja haluavat toimia sen piirissä. Itse toivon, että Seura jatkossakin pystyy toimimaan alamme tutkijoita yhdistävänä ja kokoavana yhteisönä ja omalta osaltaan tekemään tunnetuksi maassamme tehtävää matematiikan ja luonnontieteiden didaktista tutkimusta.

Ann-Sofi & Harry: To summarize, what are the critical mechanisms that keep up an association like FMSERA and its tradition of annual symposia? When we examine the dialogue between us there are three aspects that emerge as the most important. Firstly, that the association continues to provide its members with a social platform for getting to know each other and each other’s scientific ideas. Secondly, regardless of being a novice or an expert in the field, the association may be the answer to a researcher’s/member’s very personal questions like ‘is my work interesting and relevant to anybody else?’ ‘Is there someone who wants to discuss with me and help me develop my ideas further?’ And finally, the association works as a constellation of different communities of practice. It is within the mutual engagement of school teachers, teacher educators and subject experts that the association finds the fuel for its future prosperity.

Contextual aspects in the history of FMSERA

Veijo Meisalo
University of Helsinki, emeritus

The Finnish Mathematics and Science Education Research Association (FMSERA) counts its origin from the National Symposium on Research in Mathematics Education held in Turku, in August 1983, although originally the scope of the association covered only mathematics, not science education. Therefore, the symposium in Vaasa in November 2013 is the thirtieth anniversary jubilee of FMSERA. It is the oldest subject didactical science organisation in Finland, it has helped its members find international contacts, it has created adequate forums to report research projects and their outcomes and it has contributed to helping school authorities renewal their curricula. This presentation will not focus on details of the Association's functions that can be read in the printed documents or minutes of the official meetings etc., rather it will deal with contextual matters that can be easily forgotten even though they are essential for the correct interpretation of the history of events. We will first look at some features that characterise the Association and then some aspects of the situation in mathematics and science education in Finland prior to the foundation of FMSERA will be considered. We will also briefly examine the general development of technology and world politics during the past 30 years that have influenced the activities of the Association.

Introduction

The Finnish Mathematics Education Research Association was formed at the National Symposium on Research in Mathematics Education held in Turku, in August 1983. Later, the scope of the Association was widened also to cover education in physics and chemistry. Therefore, the present symposium in Vaasa, November 2013 is thus also the thirtieth anniversary jubilee of FMSERA. This paper does not focus on details of the Association's functions that can be read in the printed documents or minutes of the official meetings etc., but rather it deals with contextual matters that can be easily forgotten even though they are essential for the correct interpretation of the history of events. Firstly, let us consider some general aspects characterising national and world politics as well as some aspects of the situation in mathematics and science education in Finland prior to the foundation of FMSERA. One point that is worth clearing up is the assertion that the original Finnish Mathematics Research Association had been discontinued and a new association had been founded. This is false. The scope of the existing Association was widened and its functions were continued on a new basis but not as a new association. This interpretation is also consistent with what has been reported by Malinen and Kupari (2003, 11).

It is, indeed, worth looking back at the general development of technology and world politics during the last 30 years that have influenced the activities of the Association. For instance, Sputnik was launched in 1957 and the next year Sputnik 2 with the dog cosmonaut Laika. Only a few years later (1961) the Soviet spaceship Vostok carried Gagarin, the first human cosmonaut to orbit the planet. The Americans reacted to the so-called “Sputnik shock” by renewing many aspects of their educational system in an attempt to upgrade their science and technology. It included the introduction of the *Science Curriculum Improvement Study, SCIS* led by Robert Karplus (1964) and financed by the *National Science Foundation (NSF)* (Kratochvil & Crawford, 1971), as well as the introduction of the so-called “new mathematics”. The research of Jean Piaget was appreciated and there was much interest to find approaches that would lead to cognitive acceleration. The American space programme saw an intensification of its space missions; these included the man-to-the-Moon effort crowned by the Apollo 11 mission with Armstrong becoming the first man to walk on the Moon in 1969.

The Iron Curtain in Europe (presented most concretely by the Berlin Wall) that divided Eastern and Western Europe and also the two halves of Germany up to 9.11.1989 also affected our professional relations. The political peaceful revolution “Die Wende” changed the situation in eastern central Europe completely in 1989-1990! Already the new independence of the Republic of Estonia 1988 was a major change in the Baltic region and made co-operation with our Estonian colleagues much easier (although we must remember that Russian troops stayed in Estonia until 1994).

International comparisons affected general opinion and also the status of the Finnish school system and teacher education. Certainly the most often discussed one was the OECD project The Programme for International Student Assessment PISA (being founded officially in 1997 with data collected every three years beginning in the year 2000). Other important projects are the Trends in International Mathematics and Science Study TIMSS, data collected in 1995, 1999, 2003, 2007, and 2011 while the next data collection is in 2015 (International Association for the Evaluation of Educational Achievement IEA), relevance of Science Education Rose, Eurydice, etc. Advances in technology allowed changes in teaching from logarithm tables and the slide ruler to, among others, calculators, computers, mobile technology, the Internet, social media and complete digitalization.

Profile of the FMSERA

The Finnish Mathematics and Science Education Research Association has shown the value of its actions in many ways during the 30 years of its history. It is the oldest subject didactical science organisation in Finland, it has facilitated its members obtaining international contacts, it has created adequate forums to report research projects and their outcomes and it has contributed to helping school authorities renew their curricula. It has throughout its existence encouraged high goal setting among researchers in mathematics and science education. It is an important milestone that the Association has now joined the

Federation of Finnish Learned Societies. This shows its solid status among Finnish research-oriented scientific societies.

Mathematics and Science Teaching in Schools

Traditional mathematics and science teaching in schools was monitored by the inspectors of the National Board of General Education (NBGE), who regularly visited schools to check the level of teaching. The NBGE often mailed detailed official instructions on various aspects of teaching to schools and also checked the quality of textbooks and other learning materials. School education was based on the German Lehrplan model, thus it was content driven and teacher centred. In practice, teaching followed a school textbook that was often written by a teacher at a teacher training school. Gradually, a reform towards the Anglo-Saxon curriculum tradition that focused on goals and guided schoolwork in a more student centred and interaction-driven manner became the key issue when discussing the reforms needed in school education.

”Nordic new mathematics”

Before the foundation of FMSERA there was a remarkable Nordic co-operation for the renewal of mathematics education (pohjoismainen matematiikan opetuksen uudistamistoimikunta PMOU, Nordic Committee for the Renewal of Mathematics Education). In the committee the core ideas were similar to those used in the renewal of American mathematics education in the aftermath of the Sputnik shock. Anyway, the origin of these ideas was the mathematics structure created by the French Bourbaki group (Nordisk skolmatematik, 1967). The first President of FMSERA Paavo Malinen (1997, 2000, 2001, 2013) has reported on the early developments and it seems that it was especially the Danish members of the Committee who insisted on introducing this type of approach in the Nordic countries.

These ideas of “new mathematics” were tested on a small scale even in Finland, but there were no experiences of its applicability for entire age cohorts. Anyway, the school renewal introducing comprehensive schools in Finland in the early seventies also involved the introduction of ”new mathematics” and it still had consequences even in the time when the Association was founded. In the context of this renewal, what was especially problematic was the neglect of proper in-service education and some awkward forms of related compulsory in-service training. This led to a crisis in mathematics learning, which was more often discussed unofficially than formally by the research community. Also the simultaneous introduction of the comprehensive school and the streaming of mathematics instruction therein were difficult for mathematics teachers.

Traditional Teacher Education

Subject teacher education was traditionally organized so that student teachers started their university studies in the respective subject department(s) together with other novice students. After some years of studies they had their practical training at Normal Schools. Some pedagogical knowledge was thus introduced in the context of counselling. The students also observed the lessons of Normal

School teachers and sometimes used these copied lessons during their professional years. The strong influence of these teachers was also due to the fact that they wrote the textbooks and these books also acted as the basis for practical school curricula.

The Renewal of Teacher Education 1974-

The renewal of teacher education in Finland in 1974 onwards created the conditions where the foundation of FMSERA became possible. The key issue was that teacher education became part of the academic tradition, i.e., research-based teaching also in this area instead of only emphasising practical-experience-based training. New departments of teacher education and faculties of education were created at universities which had some connections to subject teacher education. There was a problem with this approach as several teacher-training colleges for primary school education existed in localities with no university connections. Several of them were discontinued or became in-service training centres, but several also continued as “filials” of the established faculties. One of their main problems was the difficulty of establishing good contacts with subject departments.

The renewal meant establishing associate professor ”chairlets” in subject didactics at different departments of teacher education. Paavo Malinen (†) was the first to be nominated as an associate professor in didactics of mathematics (Jyväskylä University, already in 1970). There was a heated debate on whether these chairs would function best at subject departments, departments of teacher education, or departments of (general) education. Elsewhere in Europe professors responsible for teacher education most often worked in subject departments. However, the Finnish solution of grouping the teaching responsibility to *e.g*. “mathematical subjects” meaning mathematics, physics and chemistry (adding informatics, tietojenkäsittely/computer science, tietotekniikka in this combination later) had made the use of this solution difficult. Another issue was that senior teachers at teacher training schools offered to teach subject didactical courses in the context of teaching practice (although their formal academic studies in education were often minimal) and their contribution was welcomed especially by those who calculated that their part-time teaching would involve the allocation of much less budgetary resources than establishing new lectureships. Furthermore, some universities found that they could make teacher education cheaper by having lecturers with high teaching loads and a few professors.

Research into didactics

The competence of the above-mentioned associate professors at departments of teacher education was defined in different ways than it was for corresponding offices in other scientific areas. The highest academic degrees in education or within the subject area was emphasized at departments of teacher education while university departments emphasized the doctoral degree and research competence. The competence base was thus different from that of subject department university staff and this was obviously an important reason why studies in subject didactics were not properly accepted in degree studies:

although they were an essential part of teacher education. Master's degree theses were often supervised in co-operation, but the credits for the degree were given to the subject departments. At first, the faculties of education had so few full professors that some extraordinary faculty members had to be invited from other faculties (Niskanen, 1984).

These were essential problems for which the members of the Association tried hard to find positive solutions. When teacher education for schools in general education was transferred to the university level, it meant establishing university level teacher education officers, associate professors and university lecturers in departments of teacher education. However, there were also some other peculiar features. The fact that there were no full professors in subject didactics meant that doctoral supervision had always to be done in co-operation with chair holders of education and the subject-related sciences such as mathematics, physics, chemistry or computer science. Furthermore, subject departments obtained financing for a few new professorial chairs targeted especially for teacher education, but the role of these chair holders was not always clearly profiled for education. There were large individual differences in the profiling of their research. (An interesting positive example was Kaarle Kurki-Suonio at the Department of Physics in Helsinki. He identified his research as didactical physics to complement the didactics of physics at the Department of Teacher Education.)

Altogether, the Finnish definition (Kansanen, 1999; Kansanen & Meri, 1999) of didactics as research-based pedagogy was essentially different from how it was interpreted in the Anglo-Saxon countries (tightly regulated rules for teaching). Furthermore there has been much emphasis on the process-based analysis of the teaching-studying-learning processes striving for a holistic understanding as the basis of research and development work.

Early Developments

It was decided to combine several university subject teaching areas to manage with fewer academic teachers: Mathematics was combined with physics and chemistry to form -> the mathematical subjects "matemaattiset aineet" -> mathematics, physics, and chemistry education, and this grouping was reflected also in the activities of the Association. Furthermore, there was much discussion of the role of technology. While it is related to the applied sciences, it was very problematic to determine how close there relations should be. A concrete example here is the relation between modern digital technologies, i.e., computer technology, computing, computer science and informatics. Another is the relation between technology education and the Nordic traditions of textile and metal handicrafts (slöjd).

What was even more difficult to define has been the role of practicing teachers in the Association. Some members wanted active researchers only to be members, while others welcomed all teachers interested in the Association's activities as participants. The teacher-as-researcher movement has hopefully led to a positive solution. The formation of a well-established national researcher community has been one of the key issues in the activities of the Association.

One of the principles followed by the Association has been activating members from all universities involved in teacher education. Rotating the location of annual symposia, president's office, etc., has helped in striving for this goal. Another innovation has been the development of annual meetings for researchers in teaching/didactics over subject boundaries (Meisalo & Sarmavuori, 1987, etc.). A further important development which helped to connect researchers and practising teachers has been the publishing of teaching materials for teacher education (Malinen, 1972; Leino, 1977; Leino, Kalla, & Paasonen, 1978; Meisalo & Erätuuli, 1984; Meisalo, Sutinen, & Tarhio, 2000; Virtanen, 1977; Virtanen & Kankaanrinta, 1989, etc.).

It should be noted that the association has had little resources, mainly membership fees. The activities have been mostly dependent on voluntary work. For instance, after the creation of Departments of Teacher Education it was important to launch scientific report series for the Departments to facilitate the publishing of reports on research. The general opinion has been (of course) that these reports were of little value. Interesting enough, in educational sciences in the seventies and eighties monographs were regarded as the most valuable scientific contributions with shorter articles being not so important. The Proceedings of the Annual Symposia of the Association have been published by the organising departments usually with no compensation for the editorial work involved.

Malinen and Kupari (2003) have analyzed (in Finnish) the first twenty years of the Association in a rather detailed manner. They emphasize drive towards constructivism in mathematics and science teaching. However, there are several different variations of constructivism and there was little homogeneity in the above-mentioned drive. One example of the textbooks followed in teacher education in the eighties was "*Towards a Science of Science Teaching*" (Shayer & Adey, 1981). However, we consider it very important that there was a major effort to publish domestic textbooks for teacher education in different subject areas. This was not directly in the agenda of FMSERA, but all the authors of these books were active in the Association in one way or another.

One detail in the years before the launch of the activities of the Association was that exceptionally for the Finnish university system, sabbatical leave had been granted for teachers/researchers in teacher education units from the very early years. Unfortunately this system was discontinued due to the budgetary crisis. One may speculate, why this system was not reactivated later, although there were at least some unofficial efforts by the key members of the Association to promote professional development at the faculties of education.

Stabilized development

During the second decade of its history the role of FMSERA strengthened as an organizer of different types of courses. The Association offered formal support to different in-service training activities as well as training in research methods etc. The doctoral school was tied to the Association and there were several training sessions for post-graduate programs leading even to a number of printed scientific reports.

The Annual Symposia of FMSERA have been the most important national meetings of researchers in this area. Although the number of participants was typically as low as 50-70, the Annual Meetings were the most important events for the research community. The main reason for the low numbers of participants was that it was not considered to be important to have participants who were teachers without any research interests, but only wanted to participatee in formal professional development sessions. The proceedings of the symposia have up to the present time been published by the hosting department, although there have been some discussions about other possibilities. The international interests of the Association were reflected by many presentations as well as most of discussions during the Symposia being in English. The development of subject teacher education as an academic research-based area has been discussed e.g. by Meisalo (2007).

Present features

The esteem of mathematics and science education in Finland is generally good, but disputes continue. Co-operation with other subject areas (e.g. already Rikkinen, 1998) has been systematized, there is also a new Association on Subject Didactics. There are continuously frequent visits by researchers, teachers, and politicians to Finland and many international projects have been launched with partners both from leading (post-) industrial as well as developing countries. Membership of the Federation of Finnish Learned Societies will help in obtaining financing especially for international contacts.

The LUMA Resource Centers are developing rapidly and science centers such as Heureka, etc., also open new activities for students, teachers and researchers. Membership in the international research community is now much easier for Finnish researchers than a few years ago.

Doctoral schools are routinely financed and continuously evaluated. Their role is also changing and their scope is becoming wider. The financing of research is mostly project-based and the Departments have hardly any possibilities to finance research if no external project money is available. Projects also offer finance for participation in international conferences. Even in the midst of our economic problems, important international conferences are also organized in Finland and our domestic conferences sometimes have participants from different parts of the world.

Versatile learning environments have become essential in today’s world. Social media, cyberspace, games, ubiquitous espionage now are everyday phenomena for students and they expect to meeting similar environments in educational contexts. However, there are indications that

we need to continue the activities of the Association along the same lines as before, while being always willing to observe and react to new approaches in a flexible way.

References

Kansanen, P. (1999). Mitä on didaktiikka? In P. Kansanen & J. Husu, (Eds.) Opetuksen tutkimuksen suuntaviivoja (pp. 5–16). *Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos, Tutkimuksia 203*.

Kansanen, P., & Meri, M. (1999). The didactic relation in the teaching-studying-learning process. In B. Hudson, Fr. Buchberger, P. Kansanen, & H. Seel (Eds.), *Didaktic/Fachdidaktic as science of the teaching profession*? TNTEE Publications, 2.

Kratochvil, D. W., & Crawford, J. J. (1971). American Institutes for Research in the Behavioral Sciences, Palo Alto, CA. ERIC ED058102.

Leino, J. (1977) *Matematiikan didaktiikka 1*. Helsinki: Kirjayhtymä.

Leino, J., Kalla, H., & Paasonen, J. (1978). *Matematiikan didaktiikka 2*. Helsinki: Kirjayhtymä.

Malinen, P. (1972). *Matematiikan opetusoppi peruskoulun opettajia varten*. Helsinki: Otava

Malinen, P. (1997). *Katsaus matematiikan oppimisen, oppimisvaikeuksien ja opetuksen tutkimuksiin Suomessa.* In P. Räsänen et al. (Eds.), *Matematiikka - näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (pp. 11–17). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti & Koulutuksen tutkimuslaitos.

Malinen, P. (2000). *Opettajuuden ja ainedidaktisen ajattelun kehityslinjoja*. In P. Kansanen et al. (Eds.), *Viisi polkua opettajasta tutkijaksi* (pp. 7–59). Juva: PS-Kustannus.

Malinen, P. (2001). Ainedidaktisen ajattelun kehittyminen matematiikan opetuksessa. In A. Ahtineva (Ed.) *Tutkimus kouluopetuksen kehittämisessä* (pp. 1–17). Turku: Turun yliopisto.

Malinen, P. (2013). *Miten matematiikan opetusopista tuli tiedettä? Eteneminen tutkimuksen avulla spekulatiivisesta tiedon jakamisesta oppilaille merkitykselliseen matematiikan opiskeluun.* Retrieved from www.edu.helsinki.fi/malu/tutkimus/tutkimusseura/malinen.doc

Malinen, P., & Kupari, P. (2003). *Miten kognitiivisista prosesseista kehiteltiin konstruktivismia. Katsaus Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran toimintaan 1983-2003*. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Meisalo, V. (2007). Subject teacher education in Finland: a research-based approach – the role of subject didactics and networking in teacher education. In R. Jakku-Sihvonen & H. Niemi (Eds.), *Education as a societal contributor. Reflections by Finnish educationalists* (pp. 161–180). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Meisalo, V., & Erätuuli, M.. (1984). *Fysiikan ja kemian didaktiikka*. Helsinki: Otava.

Meisalo, V., & Sarmavuori, K. (Eds.), (1987). *Ainedidaktiikan tutkimus ja tulevaisuus*. Helsinki: Helsingin yliopiston opettajankoulutslaitos.

Meisalo, V., Sutinen, E., & Tarhio, J. (2000). *Modernit oppimisympäristöt. Tietotekniikan opetuskäyttö opetuksen ja oppimisen tukena.* Helsinki: Tietosanoma OY.

Niskanen, E. A. (1984). Kasvatustietyeiden osasto. In M. Häikiö, L. Teräsalmi-Sovijärvi & P. Suvanto (Eds.), *Helsingin yliopisto sanoin ja kuvin* (pp.119–132). Helsinki: Helsingin yliopiston monistuspalvelu.

Nordisk skolmatematik (1967). Stockholm: Nordisk udredningsserie 1967:9.

Karplus, R. (1964). Science Curriculum Improvement Study. *Journal of Research in Science Teaching,* 2, 293–303

Rikkinen, H. (1998). Ainedidaktisia meriä kartoittamassa. In J. Lavonen & M. Erätuuli (Eds.), *Tuulta purjeisiin. Matemaattisten aineiden opetus 2000-luvulle*. Jyväskylä: Atena Kustannus.

Shayer, M., & Adey, P. (1981). *Towards a Science of Science Teaching. Cognitive development and cognitive demand.* London: Heinemann Educational Books.

Virtanen, L. (1977). *Biologian didaktiikka*. Helsinki: Otava

Virtanen, L,. & Kankaanrinta, I. (1989). *Biologia koulussa.* Helsinki: Yliopistopaino.

Difficulties in teaching/learning physics with density as an example

Maija Ahtee
University of Jyväskylä, emerita

There are plenty of surprising and interesting demonstrations in physics with which the physics teacher can start a physics lesson and get the pupils interested in thinking and wondering. But nevertheless it is well known that physics is one of the less liked subjects in school. How can it be so? What are the things in physics itself that causes this effect? In this essay I try to give an answer to the question why physics is difficult to the pupils. I am looking at the various obstacles that the lower secondary pupils meet when they try to perceive the concept of density.

What are the difficulties in physics?

Few of Finnish primary student teachers have studied science at higher levels at school and many of them enter initial teacher education with negative attitudes towards science and physics specifically. They consider physics too difficult, too theoretical, too abstract (Ahtee & Rikkinen, 1995). Many pupils perceive school physics to be a subject dominated by content with too much repetition and too little challenge (Osborne & Collins, 2001). Redish (1994) points out based on a private communication by P. Laws and D. Hestenes that physics requires learners to employ a variety of modalities (methods of understanding) and to translate them from one to the other – words, tables of numbers, graphs, equations, diagrams, maps. Altogether, physics has a long tradition for being looked upon as difficult, demanding, work-intensive, cumulative i.e. new knowledge is built on the earlier knowledge, requires ability to use algebra and geometry and to go from the specific to the general and back, formalistic in nature but still describing, and containing too much material to be learnt at school and thus fast progression through the curriculum, but also important, interesting and related to the world and everyday phenomena. However, Angell, Guttersrud, Henriksen and Isnes (2004) suggest that when pupils describe physics as related to the "everyday world" they refer to their everyday conversations and "existential speculations" rather than the phenomena they observe.

Difficulties in teaching density

Already in preschool pupils play with objects which differ from shape, weight, and material and try to figure out when an object will float or sink (see e.g. Havu, 2000). In primary level, the concept of density is still approached qualitatively for example by giving pupils two objects of equal size which can be weighed by hand and then explored if they will float or sink (Suomela, Juuti &

Ahtee, 2014). Many pupils in lower secondary level have difficulties to distinguish the concepts density and weight from each other because they pay attention only to the weight of an object without simultaneously noticing what the volume of the object is (Kang, Scharmann & Noh, 2004).

Thus they miss the central idea that density is characteristic to the materal. Here it is assumed that the weight of an object is the reading measured with a balance.

Kurittu, Ahtee and Kurki-Suonio (1988) have presented a way to teach density for lower secondary level grade 7. First, bodies made of different material and being of different size and weight were studied manually. Then pupils should practice doing accurate measurements with scales and calipers. The results from the measurements should be collected in a table like Table 1.

Table 1. Measurements of a cube of aluminium: mass, length of the edge, volume

Mass	Edge	Volume
g	cm	cm^3
2.7	1.0	1.0
21.6	2.0	8.0
72.9	3.0	27.0
115.8	3.5	44.9
172.8	4.0	64.0
337.5	5.0	125.0

Different groups should make measurements from different materials so that each group concentrates on a certain material. The materials should be such that one is denser than water, one is less dense, and water itself is one of the materials. If the form of a body is irregular the easiest way to measure its volume is to immerse it into water and use a measuring glass. In planning the lesson the teacher should notice that it takes time for pupils to choose proper tools and use them in a suitable way. Some time should also be used at looking at the numbers in the table especially noticing that the volume is increasing when the mass of the bodies is increasing.

The next step is to present the numbers in the table graphically. It will be difficult for the lower secondary pupils to choose a suitable scale for the coordinate system. To my thinking the teacher should look at this beforehand and give the pupils such a coordinate system that all the groups can present their results in it (see Figure 1). When the groups have put their numbers in the common coordinate system the teacher should again use plenty of time discussing about the graph. For example, how the results of the different groups seem to be located in the coordinate system, what kind of relation seems to be there for the measuring points for a certain material, how this relation could be shown. The graph also shows the quality of the pupils' working. A straight line can be drawn through the measured points at least more or less depending how well the measurements have been made. Pupils should be also notice that all the straight lines go to the origin. It may be easier for pupils to make their first graphs by hand on a millimeter paper especially if they are not familiar with the computer programs needed. Otherwise, too much of their attention will be focused on the details needed for the use of the special program.

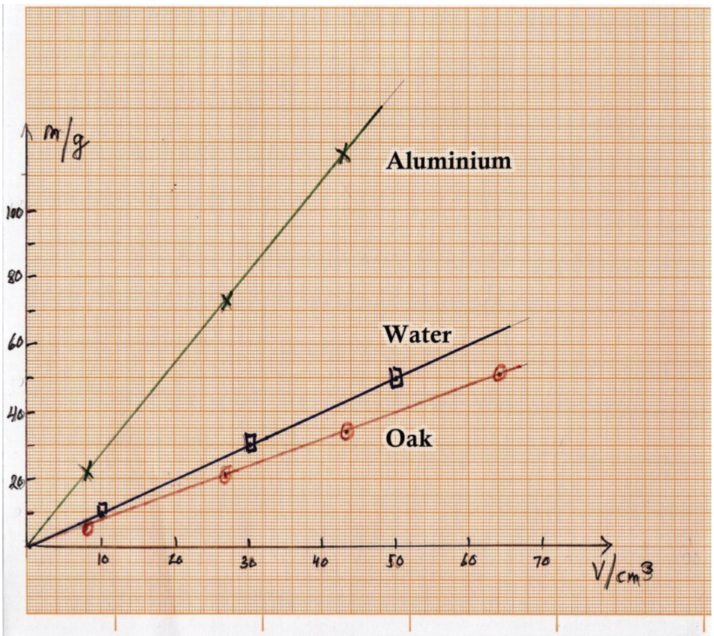


Fig. 1. Graphs of mass and volume of bodies made of aluminium, water and oak.

From the physics point of view the most important part is the information in the behaviour of the three lines belonging to the substances aluminium, water and oak in Figure 1. Because the lines of these different substances are differently inclined, the pupils ought to notice that the steepness or the slope of each line is characteristic to the material. For example, from some point in the line of aluminium the teacher could draw a triangle so that its vertical cathetus would show the value of mass m (54 g) and the horizontal cathetus would show the value of volume V (20 cm^3). After repeating this reasoning the students should understand that the steepness of the aluminium line is obtained as the value of m/V (2.7 g/cm^3). More generally it can be said that the steepness of the line m/V describes the density of the material ϱ. The density ϱ of any material can be calculated by dividing the mass of a block made of this material with the volume of this block $\varrho = m/V$.

I went through this example in detail to show that there are many things which students have to keep in mind when they are working with the experimental results. Drawing a graph contains setting up the coordinate system, marking and dividing the axes properly, marking the measured points correctly, fitting a line through the measured points, and thinking how well the measurements were done. In this connection it might also be useful to discuss why one cannot say that light things will float and heavy things will sink. Other problems are related to mathematical calculations like solving volume from the density equation and doing unit changes. One of the most severe and widely prevalent gaps in the cognitive development of students is the failure to have mastered reasoning involving ratios (e.g. Arons, 1997). Furthermore, when time is used for working with the graphs or solving the density equation some of the students will get easily bored either because they have problems in working with them or it is easy to them.

In physics students have often to deal at the same time with different representations namely experiments, graphs, mathematical symbols, formulas, calculations, verbal descriptions, and conceptual explanations like in the density example. They have to keep in their minds different representations and simultaneously manage e.g. transformation from graphical representation to mathematical representation and vice versa. From Sweller's (1994) cognitive load theory it is known that understanding and learning new task will get more difficult when the amount of information exceeds working memory. Whereas a schema stored in the long-term memory permits a person to solve a problem that would be complicated to solve based on first principles. With time and practice a schema may become automatic and thus it does not require so much thinking. Without automation, performance is slow and it is easy to make error. Therefore students have to master all the different representations in an automatic level in order to be able to apply them fluently when needed and thus use working memory for new information.

What can a teacher do?

Different students respond differently to different ways of teaching. Some students like to have freedom and to take responsibility of their learning whereas some prefer a more structured approach. Also teachers like to use different ways in their teaching. However, learning will not happen if the student is not committed. Students have to be motivated and get interested. Demonstrating is a traditional method in teaching science that can raise interest and encourage students to think about a topic. When the teacher asks students to make inferences, utilizes whole class discussion or other more pupil-centered approaches, rather than lets students to follow passively at what is happening, students gain experience of the scientific way of thinking. Suomela, Juuti and Ahtee (2013) have applied Sawyer's (2004) ideas about disciplined improvisation in analyzing 4th graders' science lesson on floating. In an improvised classroom discussion, the teacher accepts and follows an idea offered by a pupil in spite of his/ her own plan. However, it is easy to bypass a pupil's proposition unwittingly, when the teacher has in his/her mind one correct answer to a question, or when s/he does not fully understand the pupil's response e.g. due to lack of articulation by the pupil.

Teachers' questions and students' responses are essential parts of a lesson in school. When a teacher wants to pay attention to his/her students' understanding and thinking process s/he has to listen carefully and interpretatively to the students. Pehkonen and Ahtee (2005) emphasize that it is important, in addition to giving guidance and advice, that the teacher also has a skill to evaluate, understand and react to students' responses. According to them in addition to evaluative listening in which the teacher evaluates the correctness of their students' answers, teachers should also use interpretative and open listening. When listening interpretatively the teacher strives to understand students' answers in their framework and in open listening the pupils and the teacher discuss the item until they reach a common understanding possibly finding a new point of view. Also in his Oersted lecture Redish (2013) points out that careful questioning is needed to identify how students frame their immediate context. Along his long career in teaching physics he has developed more respect for students' responses and opinions, and nowadays tries to follow up on "wrong" answer more persistently instead of giving a student the best possible answer that he can.

Final remark

In this essay I have tried to emphasize that it is important for students to learn the different representations quite early because they will often need the corresponding skills later. On the other hand, to my thinking it is fascinating to find a simple rule in the observations like that the relation between mass and volume of all the objects made of same material regardless of their shape is always the same. This caused Archimedes to run along the streets in Syracuse shouting "Eureka".

References

Ahtee, M., & Rikkinen, H. (1995). Luokanopettajaksi opiskelevien mielikuvia fysiikasta, kemiasta, biologiasta ja maantieteestä. [Primary student teachers' images about physics, chemistry, biology and geography.] *Dimensio*, 59(2), 54–58.

Angell, C., Guttersrud, Ø., Henriksen, E. K., & Isnes, A. (2004). Physics: Frightful, but fun. Pupils' and teachers' views of physics and physics teaching. *Science Education*, 88(5), 683–706.

Arons, A. B. (1997). *Teaching introductory physics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Hakkarainen, O., & Ahtee, M. (2011). Kognitiivisen kuormituksen teorian merkityksestä fysiikan oppimiselle ja opettamiselle. [Importance of cognitive load theory for learning and teaching physics.] *Dimensio*, 75(3), 44–49.

Havu, S. (2000). *Changes in children's conceptions through social interaction in pre-school science education.* Joensuu: University of Joensuu.

Kang, S., Scharmann, L. C., & Noh, T. (2004). Reexamining the role of cognitive conflict in science concept learning. *Research in Science Education*, 34(1), 71–96.

Kurittu, P., Ahtee, M., & Kurki-Suonio, K. (1988). Graafinen esitys peruskoulun fysiikan opetuksessa. [Graphs in physics teaching in basic education]. *Dimensio*, 52(7), 44–45.

Osborne, J., & Collins, S. (2001). Pupils' views of the role and value of the science curriculum: a focus-group study. *International Journal of Science Education*, 23(5), 441–467.

Pehkonen, E., & Ahtee, M. (2005). Kuunteleminen – tärkeä osa kommunikaatiota matematiikan tunnilla. [Listening – an important part of communication in mathematics lesson]. *Kasvatus*, 36(4), 299–306.

Redish, E. F. (1994). Implications of cognitive studies for teaching physics. *American Journal of physics*, 62(9), 796–803.

Redish, E. F. (2013). Oersted lecture 2013: How should we think about how our students think? Retrieved form http://arxiv.org/abs/1308.3911

Roth, W.-M. (1995). *Authentic school science*. Dordrecht: Kluwer.

Sawyer, K. (2004). Creative teaching: collaborative discussion as disciplined improvisation. *Educational Researcher*, 33(2), 12–20.

Suomela, L., Juuti, K., & Ahtee, M. (2013). The importance of engaging pupils actively in demonstrations. *Primary Science*, 130(4), 20–22.

Sweller, J. (1994). Cognitive load theory, learning difficulty, and instructional design. *Learning and Instruction*, 4, 293–312.

Keynotes

Trends in science education research - a German perspective

Elke Sumfleth
University of Duisburg-Essen

Abstract

In the article it is outlined how science education in Germany developed from a discipline at specialized universities of education, receiving scant attention, into fully-fledged scientific disciplines in their own right at full universities. It is described how the exploitation of pedagogical and psychological concepts advanced the development of subject-specific research methodologies and that the research results ultimately made it possible to design effective instructional material for science courses. In addition the education of the teachers themselves is an important research topic since it is their influence on teaching that determines success in science education to a large extent.

Introduction

Celebrating the 30th conference of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association gives reason to review the development of science education and to cast a look at the big challenges of the future.

In 1957, the sputnik shock virtually launched science education as an academic discipline in its own right, when a Russian satellite successfully orbited the earth for the first time. The American government decided to improve science teaching and learning in order to make up for lost time in technical advances. In Germany, the first professorships in science education were established in 1970, primarily at universities of education. In 1972, these specialized universities were integrated into full universities. Along with this, professorships in science education were integrated into the science departments as full professorships granting the formal right to award doctorates. Today, science education professors are still housed with science departments but at the same time they make up centers for teacher education and / or centers for empirical research in education, which have been established at most German universities. A German perspective on the development of a science education discipline derives from a timeline of the foundation of science education associations and journals as provided in table 1.

Table 1. Timeline of foundations of associations and journals (some examples)

Year	Association	Journal
1970	Special Interest Group “Chemieunterricht” in German Chemical Society (GDCh)	
1972	Associaton for Chemistry and Physics Education (GDCP)	
1979		European Journal for Science Education
1983	**Finnish Mathematics and Science Research Associaton**	
1995	European Science Education Research Association (ESERA)	German Journal for Science Education (ZfDN)

In Germany, the early years primarily saw funding of smaller research projects by the universities. A few years later, governmental authorities started to give grants for science education projects. By the end of the 1990s, first research projects in mathematics and science education were funded by the German Research Foundation (DFG). It was not before 2003 that the first research group and research training group funded by the DFG were established at Duisburg-Essen University. This eventually led in 2008 to the joint four-year-funding by the DFG and the Finnish Academy of the Finnish-German Research Training Group.

Science education caught between all chairs

The current situation of science education

For the past 40 years science education has been struggling for acceptance in the scientific community. Yet, what exactly is the scientific community with respect to science education or how could you characterize science education as an academic discipline? Depending on perspective, one could see science education – more specifically chemistry education, although this holds true for any subject-specific education – as either being ‘caught between all chairs’ or as being central to several relevant aspects (fig. 1).

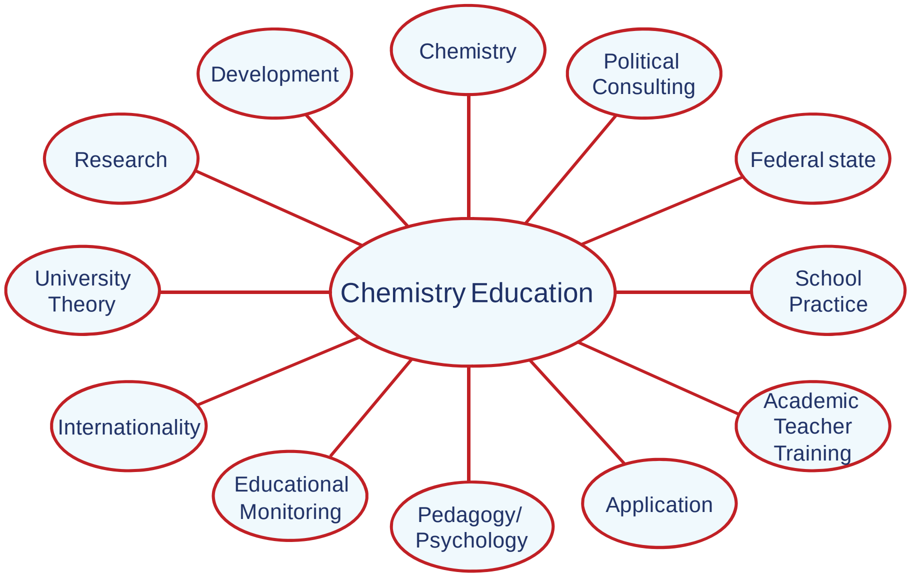


Fig. 1. Chemistry education – a multitude of perspectives

First of all, chemistry education is of course influenced by chemistry as its reference subject providing knowledge about content and content specific methods. Likewise, it underlies influences from pedagogy as well as from psychology since these social sciences provide knowledge about research methods, designs and perspectives from pedagogical and psychological theory. Combining these different points of view on learning science leads to research foci such as students' preconceptions, video studies on various aspects of giving chemistry classes, multi-media learning, or professional knowledge of teachers.

A second main axis in figure 1 runs between theory of chemistry education at universities and its practice at schools. In academia, chemistry education constantly and dynamically evolves through externally funded, theory-based research – e.g., by doctoral students – and dissemination of its results in the scientific community by either publications in (inter-)national journals or through presentations at (inter-)national conferences. As this kind of research needs time, a long-term perspective is predominant in how it is designed and conducted. The schools' perspective on chemistry education as an academic discipline, however, often is determined by short-term considerations. Teachers typically look for ready-made useful instructional materials and guidelines for teaching which are expected to take into account the specific local constraints and challenges that teachers experience at that time. The teachers need support in implementing new curricula; hence, they often search for solutions to immediate challenges.

Directly from this relation follows another axis of conflict, namely academia's simultaneous involvement in research and teacher training. While the research aspect is most important from the academic point of view – particularly with regard to constant struggles for the scientific community's appreciation as an autonomous discipline –, teacher training is an essential task for university science educators but, as everybody knows, time is limited.

Above all, academic science education is expected to provide instructional materials. The development of these needs to meet scientific criteria, i.e. it needs to be research-based and theory-driven. Simultaneously, developers need to take into account authentic teaching situations to ensure economic validity, i.e. that the instruction materials can stand the test of school practice.

The different expectations on science education posed by agents from university and school, respectively, are reflected in its dual frame of reference between the federal state perspective and an international view. The former perspective results from the administrative frames set for teaching at schools, while the latter is motivated by expectations of collaborations between research groups all over the world in common research projects and research training groups, or of exchange visits of doctoral students and researchers.

Over the past ten to fifteen years, the discussion about the German results in international comparative studies such as PISA and TIMSS has led to an increasing awareness of the intricate interdependencies for success in science teaching and learning and has changed the German perspective on the role that might fall to academic science education in this endeavour. In 2003, administrative authorities from the federal states commissioned the development of student-outcome-related education standards founded in (science) education research as well as their nationwide evaluation in a procedure that meets scientific criteria. In a unique approach, education administration and education research collaborated, the former by providing relevant infrastructure and administrative leverage, the latter by developing test items and subsequently interpreting data.

From research to the improvement of teaching – an example

As described above, research in science education is often confronted with interfering demands from the international research field on the one hand, and from administration in the federal states on the other hand. The former requires a more basic research oriented perspective while the latter emphasizes aspects from applied research implying immediate implementation in order to improve teaching, here: chemistry teaching. Below, I will give a short overview of interconnected research and development projects in chemistry education.

In 2000, we started a sequence of projects concerning the learning efficacy of collaborative experimental work in chemistry classes (Walpuski, Wahser, & Sumfleth, 2008). In our first study, we compared collaborative learning strategies when working with so-called interactive boxes (containing instruments, chemicals, some cue cards providing content knowledge and a description of the tasks but no pre-fabricated problem solving plan) with direct instruction by the teacher using similar demonstration experiments (Sumfleth, Rumann, & Nicolai, 2004). The interactive boxes provide students with opportunities to test their own ideas ultimately allowing for promoting conceptual change. A control group design was used with the independent variable *way of instruction* and the dependent variable *learning increase*. Each group, control group and intervention group, consisted of four classes. Participating teachers taught both the experimental groups to control for potential teacher influences. There were pre-, post- and follow-up data surveys and videotaping of all lessons for checking the treatment and for identifying students' inquiry processes. From a method point of view this is a combination of qualitative and quantitative data analyses. The results show significant effects with a medium effect size in favour of collaborative group work but, at the same time, the video data reveal some severe shortcomings of the group work. The main weaknesses are that students do not recognize their own theoretical and experimental mistakes during scientific inquiry, several correct ideas remain partly unconsidered and students do not draw conclusions from the experiments, respectively. So, it becomes evident that students need more assistance in dealing with mistakes and in structuring their group work. Often their working behaviour proves Lunetta's observation (1998, p. 250): *To many students, a lab means manipulating equipment but not manipulating ideas.*

As a consequence, two types of intervention were evaluated in a second study, one addressing feedback and one addressing process structuring (Walpuski & Sumfleth, 2007). This was realized in a 2 x 2-design with four different treatments: The control group A worked collaboratively without any additional aids, group B was given a structuring aid, group C could ask for feedback and group D was allowed both types of aid. The pre-post-test differences based on standardized residuals show that the control group gain significantly less increase in knowledge than all other treatment groups except group B. Group D outperformed all other groups except group C highly significantly. A test on between-subjects effects underlines that there is one factor which differs highly significantly between the students and accounts for a medium effect [$F(1;275) = 12.75$, $p < .001$, $eta^2 = .041$]. This difference is caused by the independent variable *feedback*. Qualitative data from video analyses (Walpuski & Sumfleth, 2009) show that students did not use the structuring aids in a goal-oriented way.

A metacognitive structuring training was developed to remedy these shortcomings. The training aimed at students' learning to reflect their own experimental working, paying particular respect to the structure of the process of conducting experiments (Wahser & Sumfleth, 2008). Results from this study show a significantly improved use of the structuring aids. "The students of the treatment group are passing the inquiry process more often in the right way than the other students and perform significantly better than the other students in the structuring test [$F(2;165) = 3.279$, $p = .036$, $eta^2 = .040$] as well as in the knowledge test [$F(2;165) = 17.063$, $p <.001$, $eta^2 = .174$]" (Walpuski, Wahser, & Sumfleth, 2008, p. 200).

Recently, we have implemented these results in professional development courses for chemistry teachers addressing the question whether or not there is any effect on chemistry teachers' attitudes, pedagogical content knowledge, or their use of experiments in chemistry classes. First results from a pilot study show that teachers' attitude towards experiments improved from pre to post ($t(28) = 5.18$, $p < .001$, $d = 0.99$, $N = 29$) and that their pedagogical content knowledge regarding experiments increases ($t(28) = -3.89$, $p = .001$, $d = 0.46$, $N = 29$) (Schmitt & Melle, unpublished).

In addition, these results were used to develop instructional material for introductory science courses in grades 5 and 6 (Emden & Sumfleth, 2009; Hübinger & Sumfleth, 2006; Hübinger, Emden, & Sumfleth, 2009), which was evaluated in instruction before publication. The materials are organized in a modular structure. Instruction materials come in six student workbooks and are accompanied by a teacher booklet providing theoretical background referring to the national educational standards and the core curricula of the federal states. This modular structure allows for flexible implementation throughout Germany despite different constraints from education administration.

All these studies contributed to a larger research project and thereby illustrate how results from basic research can lead to more application oriented research when evaluating implementation of research findings. This serves to underline how the different facets of science education research might interact. Returning to the overarching issue of science education research as a whole, I will outline changes and challenges in science education research that became manifest over the last thirty years.

Development in research fields over the past 30 years

In addition to the development of instructional units which traditionally has been a central working ground for academic science education, in the early years the most prominent focus of science education research was on empirical research on students’ preconceptions. Taking this focus as a starting point allows a description of the field in some trends (fig. 2) spanning from preconceptions to PISA, to quality of instruction and professional knowledge, and to multi-media learning, respectively.

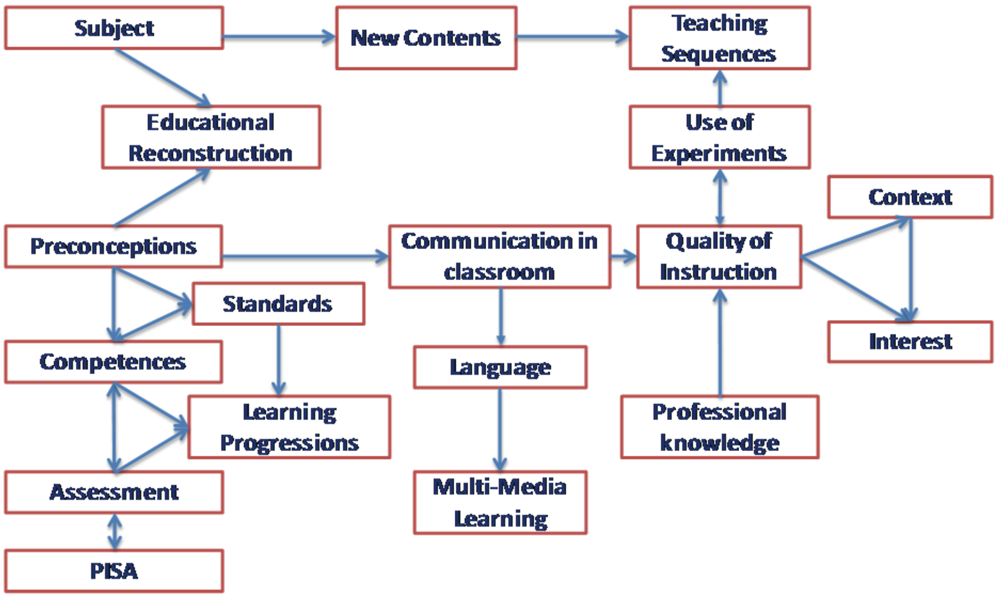


Fig. 2. Research foci in science education

One main trend might be read as leading from researching students' preconceptions to PISA (fig. 2). Research on students' preconceptions was predominantly qualitative research in order to get a clearer idea of students' thinking. The bibliography of Duit (2009) gives an impression of the huge amount of work done in this field. Today, the description of students' preconceptions has more or less been replaced by a discussion of PISA results or results from other (inter-)national large scale comparative studies. In comparison to the studies on students' preconceptions, PISA is carried out in order to get a clearer idea of students' knowledge. The results of the first PISA data collections led to the so-called PISA shock in Germany – comparable to the US's sputnik shock much earlier – and initiated, e.g., a lot of tourism to Finland who came out as the PISA 'winner'. In consequence, a lot of political decisions were made by the federal states to improve schooling outcomes. In Germany, not unlike in other countries, there is an increasing tendency among political decision makers to launch rash reforms in order to secure re-election. The most powerful of such decisions was the introduction of national educational standards by the Standing Conference of the Secretaries of Education and Cultural Affairs of the federal states in Germany for Mathematics, German, English, Biology, Chemistry, and Physics. In addition, they decided to evaluate students' achievement in the standards (Neumann, Fischer, & Kauertz, 2010). In this evaluation research project (ESNaS), a three dimensional model of competence is used for item construction (Kremer, Fischer, Kauertz, Mayer, Sumfleth, & Walpuski, 2011).

The decreed areas of competence – content knowledge, acquirement of knowledge, evaluation and judgement, and communication – form one dimension and, together with the other two dimensions – complexity (how much information has to be processed) and cognitive processes (type of students' information processing) –, are expected to determine the difficulty of test items. Results from the first study have just been published and compare students' achievement in the sciences between the federal states (Pant, Stanat, Schroeders, Roppelt, Siegle, & Pöhlmann, 2013). They show that the differences in Chemistry achievement between students from different federal states add up to two years of teaching. Results are similar for student achievement in Mathematics, Biology and Physics, irrespective of the area of competence.

Connected to this developmental trend from students' preconceptions to comparative performance studies, lots of novel research fields and aspects have surfaced. In Germany, there is a profound discussion on students' competences, on structural as well as on developmental models of competence, on item difficulty and on theory-based item construction. In science education research, this has led to a pronounced shift from more philosophic approaches to science education to an assessment and psychometry perspective on performance in science. In addition, in future research on competence development in sciences will increase relating to the better known American discussion on learning progressions (e.g., Neumann, Boone, Viering, & Fischer, 2013).

Another main trend can be interpreted as a development of science education research from students' preconceptions to quality of instruction (fig. 2). Research literature offers a wealth of papers dealing with quality of instruction. All these models address aspects of general education but are not easily adaptable for science instruction purposes. Therefore, some research groups focus on these topics investigating authentic science teaching in classrooms. Due to a rapid development in affordable technology, there has been a change from analyzing audio-records of lessons (e.g., Sumfleth & Pitton, 1997) to video-analyses (e.g., Janik & Seidel, 2009) obeying sophisticated manuals for recording, coding and interpreting, which ultimately leads to the description of instructional patterns. As a consequence of PISA, there have been video-studies comparing instruction between different countries. One example is a video-study of physics instruction in Finland, Germany, and Switzerland (Fischer, Labudde, Neumann, & Viiri, 2014). In summary, current science education research powerfully combines and interprets data from different test-instruments and from video-analyses.

With regard to quality of instruction, three big development projects focusing on the use of context were launched for biology (BiK), chemistry (ChiK) and physics (PiKo) in Germany. Unfortunately, the effects of contexts on student achievement and interest have not been investigated in depth to date (e.g., Bennett, Hogarth, & Lubben, 2003; Taasoobshirazi & Carr, 2008). Some studies find effects on improving interests and achievement, some other studies cannot show the effects so clearly. Two German studies comparing biology and chemistry instruction have found effects, especially on interest, for chemistry classes but not for biology classes (Fechner, 2009; Haugwitz, 2009; Kölbach, 2011; Kölbach & Sumfleth, 2011). The complicated relations and interdependencies in context-based learning are underlined by the results from another project (Harbach, 2013; Sumfleth, Harbach, & Fechner, 2013) which focused the main characteristics of context-based learning, namely problem orientation and interconnectedness of chemistry content and everyday life context.

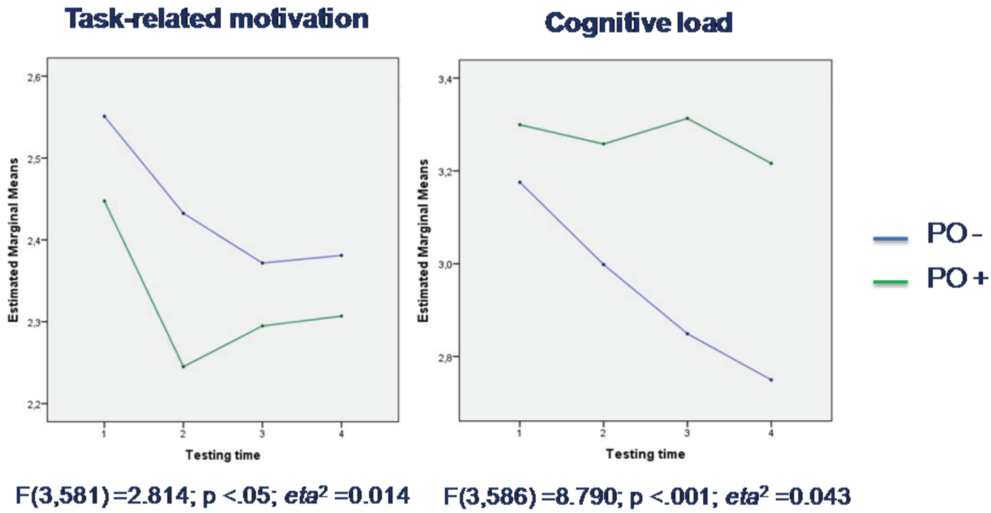


Fig. 3. Influence of problem-orientation (PO) on task-related motivation and cognitive load

While results on interconnectedness between content and context are inconclusive, there are some interesting effects of problem-orientation on task-related motivation and cognitive load (fig. 3). Problem-orientation appears to reduce task-related motivation and to enhance cognitive load. As these two influences might be related to each other, we calculated the relevant correlation coefficients (tab. 2). Cognitive load is decreasing topic-related interest, task-related motivation and achievement whereas interest and motivation are increasing achievement.

Table 2. Correlations between cognitive load, interest and achievement

	Cognitive load	Topic-related interest	Task-related motivation	Achievement
Cognitive load		-.247***	-.302***	-.417***
Topic-related interest			.744***	.261***
Task-related motivation				.339***
Achievement				

*** = p < .001

In hindsight, we understand that, as PO enhances cognitive load, it indirectly decreases interest and does not cause the increase that was expected. The consequences for future research on quality of instruction are to inquire more deeply the different aspects of instruction such as contexts, experiments, problems and tasks, or worked-examples. There will be a triangulation of data from video-analyses, achievement-tests and a multitude of questionnaires (interest, motivation, social background, etc.) and a combination of data from students and teachers. The pre-requisites for fruitful analyses are, e.g., sophisticated statistical models and high quality of qualitative approaches to avoid loss of information.

For the past five to ten years awareness of teacher education research has grown focusing particularly on the importance of teachers' professional knowledge, which is defined as the interplay of their content knowledge (CK), pedagogical content knowledge (PCK) and pedagogical knowledge (PK) (e.g., Baumert & Kunter, 2013). Several studies underline a growth in professional knowledge caused by learning opportunities (e.g., Blömeke, Felbrich, Müller, Kaiser, & Lehmann, 2008). Especially with regard to developing PCK, teaching experience and opportunities for discussions with mentors appear to be beneficial (van Driel, de Jong, & Verloop, 2002). Further studies show significant differences in CK and PCK between in-service teachers and student teachers and between teachers with a more intensified subject education (teachers at Gymnasium) and those with a less intensified subject education (teachers at Haupt- and Realschulen) (Borowski & Riese, 2010; Dollny, 2011). Nevertheless, discussion about the definition of professional knowledge and the validation of assessment instruments does not cease. There is further need for improving video analyses of teachers' and students' interaction in classroom to find answers to the key questions: Which knowledge is important for effective teaching and how can it be developed?

The third trend found in figure 2 runs from analyzing preconceptions to chemistry language problems up to issues of multi-media learning (Mayer, 2009), when it comes to handling graphs, visual models, or structural formulae. This encompasses, on the one hand, challenges to assess communication competence (Sumfleth, Kobow, Tunali, & Walpuski, 2013) and, on the other hand, to meet constraints caused by learners' severe language problems. Results from a study on training chemistry language illustrate the issue: Specifically designed tasks to advance chemistry language together with chemistry content lead to an increase in content knowledge and in chemistry language. The effectiveness of the instruction, however, is constrained by students' ability to use the language of instruction (German). In accordance with expectations, competence in chemistry language correlates positively with chemistry content knowledge. However, this effect is mediated via competence in language of instruction (Özcan, 2013)

Summary

This brief overview has tried to show that and how science education has changed over the past decades from its infancy in the late 1950s till today. Still, the importance of science education is growing as far as teacher education is concerned. This is due to the fact that student learning in the natural sciences is increasingly assigned societal meaning as the solutions to many current and future issues are expected to lie in this field. These are reasons for growing acceptance of science education as an autonomous discipline in science departments, even though it is growing slowly. Building on this basis future challenges include: established research on students' learning and students' interest in science must be complimented by implementing the research results in teaching at schools and at universities, thereby fostering general acceptance of empirical research results by teachers.

The main research topics for the next years, at least in Germany, might be teacher education with regard to professional knowledge and its influence on teaching, quality of instruction, assessment of students' knowledge and the role of language in science education. It is to be expected that studies will address science education from kindergarten to the university level. From a method point of view more qualitative and quantitative approaches will be developed and applied.

Acknowledgements

For financial support of our research at the university of Duisburg-Essen, mentioned in this paper, I want to thank the German Research Foundation and the Schering foundation.

References

Baumert, J., & Kunter, M. (2013). Professionelle Kompetenz von Lehrkräften. In I. Gogolin, H. Kuper, H.-H. Krüger & J. Baumert (Eds.), *Stichwort: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* (pp. 277–337). Wiesbaden: Springer Fachmedien.

Bennett, J., Hogarth, S., & Lubben, F. (2003). A systematic review of the effects of context-based and Science-Technology-Society (STS) approaches in the teaching of secondary science. In *Research Evidence in Education Library*. London: EPPI Centre, Social Science research Unit, Institute of Education.

Blömeke, S., Felbrich, A., Müller, C., Kaiser, G., & Lehmann, R. (2008). Effectiveness of teacher education. State of research, measurement issues and consequences for future studies. *The International Journal on Mathematics Education*, *40*(5), 719–734.

Borowski, A., & Riese, J. (2010). Physikalisch-fachdidaktisches Wissen - Was kommt in der Praxis an? [Physics pedagogical content knowledge – what is being used in practice?]. *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule, 5/59*, 5–8.

Dollny, S. (2011). *Entwicklung und Evaluation eines Testinstruments zur Erfassung des fachspezifischen Professionswissens von Chemielehrkräften [Development and evaluation of a test measuring subject-specific professional knowledge of chemistry teachers]*. Berlin: Logos.

Duit, R. (2009). Bibliography – STCSE; Students' and Teachers' Conceptions and Science Education. Retrieved from http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/stcse/download_stcse.html

Emden, M., & Sumfleth, E. (2009). *Materialien für den Naturwissenschaftlichen Unterricht der Klassen 5 und 6: Wasser, die vielen Gesichter eines Stoffes: Bausteine F-H [Material for science instruction, grades 5 and 6: water, the many faces of a substance: modules F-H].* Berlin: Schering-Stiftung.

Fechner, S. (2009). *Effects of context-oriented learning on student interest and achievement in chemistry education.* Berlin: Logos.

Fischer, H. E., Labudde, P., Neumann, K., & Viiri, J. (Eds.) (2014). *Quality of instruction in Physics. Comparing instruction in Finland, Switzerland and Germany*. Münster: Waxmann.

Harbach, A. (2013). *Problemorientierung und Vernetzung in kontextbasierten Lernaufgaben [Problem orientation and interconnectedness in context-based learning tasks]*. Berlin: Logos.

Haugwitz, M. (2009). Kontextorientiertes Lernen und Concept-Mapping im Fach Biologie [Context-oriented learning and concept-mapping in biology]. Doctoral thesis. University of Duisburg-Essen. Retrieved from http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-23401/Dissertation_Haugwitz.pdf

Hübinger, R., & Sumfleth, E. (2006). *Materialien für den Naturwissenschaftlichen Unterricht der Klassen 5 und 6: Mein Körper und ich auf Weltreise: Bausteine A-E [My body and I around the world: material for science instruction, grades 5 and 6: modules A-E]*. Berlin: Schering-Stiftung.

Hübinger, R., Emden, M., & Sumfleth, E. (2009). *Mein Körper und ich auf Weltreise & Wasser, die vielen Gesichter eines Stoffes: Materialien für den Naturwissenschaftlichen Unterricht der Klassen 5 und 6[My body and I around the world and water, the many faces of a substance: material for science instruction, grades 5 and 6].* Berlin: Schering-Stiftung.

Janík, T., & Seidel, T. (Eds.). (2009). *The power of video studies in investigating and learning in the classroom*. Münster: Waxmann

Kölbach, E. (2011). *Kontexteinflüsse beim Lernen mit Lösungsbeispielen [Context influences regarding learning with work-examples]*. Berlin: Logos.

Kölbach, E., & Sumfleth, E. (2011). *Analyzing Influences of a Real-life Context Compared to a Subject-related Context on Students' Interest and Achievement*, paper presented at NARST Annual Conference, Orlando, 2011.

Kremer, K., Fischer, H. E., Kauertz, A., Mayer, J., Sumfleth, E., & Walpuski, M. (2011). Assessment of Standard-Based Learning Outcomes in Science Education: Perspectives from the German Project ESNaS. In S. Bernholt, K. Neumann & P. Nentwig (Eds.), *Making it Tangible – Learning Outcomes in Science Education* (pp. 201–218). Münster: Waxmann.

Lunetta, V. N. (1998). The school science laboratory: Historical perspectives and contexts for contemporary teaching. In K. Tobin & B. Fraser (Eds.), *International handbook of science education* (pp. 249–264). Amsterdam: Kluwer.

Mayer, R. E. (2009). *Multimedia learning* (2nd ed). New York: Cambridge University Press.

Neumann, K., Boone, W., Viering, T., & Fischer, H.E. (2013). Towards a Learning Progression of Energy. *Journal of Research in Science Teaching, 50*(2), 162–188.

Neumann, K., Fischer, H. E., & Kauertz, A. (2010). From Pisa to Educational Standards: The Impact of Large Scale Assessments on Science Education in Germany. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *8*(3), 545–563.

Özcan, N. (2013). *Zum Einfluss der Fachsprache auf die Leistung im Fach Chemie [Influence of technical language on achievement in chemistry].* Berlin: Logos.

Pant, H. A., Stanat, P., Schroeders, U., Roppelt, A., Siegle, T., & Pöhlmann, C. (Hrsg.) (2013). *IQB-Ländervergleich 2012.* Münster: Waxmann.

Schmitt, A., & Melle, I. (unpublished preliminary results).

Sumfleth, E., Harbach, A., & Fechner, S. (2013). *Investigating the Effects of Problem-orientation and Interconnectedness in Context-based Learning Tasks*, paper presented at NARST Annual Conference, Rio Grande, Puerto Rico, 2013

Sumfleth, E., Kobow, I., Tunali, N., & Walpuski, M. (2013). Fachkommunikation im Chemieunterricht [Communication in chemistry classes]. In M. Becker-Mrotzek, K. Schramm, E. Thürmann & H. J. Vollmer (Eds.), *Sprache im Fach. Sprachlichkeit und fachliches Lernen [Language in a subject]* (pp. 255–276). Münster: Waxmann.

Sumfleth, E., & Pitton, A. (1997). Learning Chemistry Today: Examples Related to Different Groups of Learners. In W. Gräber & C. Bolte (Eds.), *Scientific Literacy* (pp. 349–376). Kiel: IPN Schriftenreihe.

Sumfleth, E., Rumann, S., & Nicolai, N. (2004). Schulische und häusliche Kooperation im Chemieanfangsunterricht [Experimental collaboration at school and at home]. In J. Doll & M. Prenzel (Eds.), *Bildungsqualität von Schule: Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsverbesserung* (pp. 284–302). Münster: Waxmann.

Taasoobshirazi, G., & Carr, M. (2008). A review and critique of context-based physics instruction and assessment. *Educational Research Review, 3*(2), 155–167.

van Driel, J., de Jong, O., & Verloop, N. (2002). The development of preservice chemistry teachers' PCK. *Science Education, 86*(4), 572–590

Wahser, I., & Sumfleth, E. (2008). Training experimenteller Arbeitsweisen zur Unterstützung kooperativer Kleingruppenarbeit im Fach Chemie [Training of experimental work to support collaborative group work in chemistry]. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 14*, 219–241.

Walpuski, M., & Sumfleth, E. (2007). Strukturierungshilfen und Feedback zur Unterstützung experimenteller Kleingruppenarbeit im Chemieunterricht [Structuring aids and feedback to support collaborative group work in chemistry classes]. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, 13,* 181–198.

Walpuski, M., & Sumfleth, E. (2009). The use of video data to evaluate inquiry situations in chemistry education. In T. Janík & T. Seidel (Eds.), *The power of video studies in investigating and learning in the classroom* (pp. 121–133). Münster: Waxmann.

Walpuski, M., Wahser, I., & Sumfleth, E. (2008). Improvement of Inquiry-Learning Using Collaborative Tasks. In B. Ralle & I. Eilks (Eds.), *Promoting Successful Science Education: The Worth of Science Education Research* (pp. 197–209). Aachen: Shaker.

The emperor's new clothes: PISA, TIMSS and Finnish mathematics

Paul Andrews
Stockholm University

Abstract

For nearly fifteen years, due to repeated successes on the Programme of International Student Assessment (PISA), Finnish education in general and mathematics education in particular have been construed internationally as benchmarks. In what is essentially a review paper I consider how the Finns explain their students' repeated PISA successes before contrasting these explanations with observational evidence indicating that typical classroom practice is unlikely to account for such successes. In addition, I examine the relative failure of Finnish students on the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS), particularly with respect to algebra and geometry, and highlight the extent to which Finnish students may be inadequately prepared for higher study of mathematics. I close by indicating that continued interest in Finland as a source of excellence in mathematics teaching may be misguided and that other European systems, like Flanders, may provide better warranted research locations for those interested in transferable insights.

Introduction

Finnish performance on the mathematics component of the Organisation for Economic Cooperation and Development's (OECD) Programme of International Student Assessment (PISA) has created much international interest. Finnish results have been viewed both internally and externally, as exceptional, although the recent publication of the PISA 2012 results showed scores significantly lower than previously (OECD, 2013a). However, prior to this, such has been the interest generated by Finnish successes that envoys from all around the world have visited Helsinki to uncover the story behind its success (Laukkanen, 2008). However, by drawing on available literature, I try to show not only how Finnish PISA performance may have been due to factors other than the quality of mathematics instruction but also why it is naïve to assume that success on any form of international test is a guarantee of transferable pedagogical quality.

So, by way of a starting point, let us examine the nature of PISA and its three year cycle since the first iteration in 2000. Its objective has been to evaluate the extent to which 15 year-old students "are prepared to meet the challenges of today's societies" (OECD, 2003, p. 9). This it addresses by means of assessments of students' literacy, mathematical literacy and scientific literacy at age 15, with each being the primary focus every third cycle beginning with literacy in 2000. With respect to mathematics, especially in 2003 and 2012, explicit attention has been paid to problems that move "beyond the kinds of situations and problems typically encountered in school classrooms" towards people's daily lives and the sorts of problems that expect the application of mathematical skills in unfamiliar contexts, and which require "decisions about what knowledge may be relevant, and how it might usefully be applied" (OECD, 2003, p. 24). In other words, PISA focuses "on the capacity of students to put mathematical knowledge into functional use in a multitude of different situations in varied, reflective and insight based ways" (Schleicher, 2007, p. 351). Such problems exemplify the nature of mathematical literacy, which has been consistently defined as

> "an individual's capacity to identify and understand the role that mathematics plays in the world, to make well-founded judgements and to use and engage with mathematics in ways that meet the needs of that individual's life as a constructive, concerned and reflective citizen" (OECD, 2003, p. 24).

Details concerning the manner in which mathematical literacy is assessed will be discussed later. For now it is important to note that PISA seems to have acquired an authority accepted by politicians and policy makers. For example, its outcomes have been viewed as benchmarks against which educational policies and practices have been evaluated, not least from the perspective of education as the linchpin of economic success. Indeed, following PISA 2009, the OECD asserted that it had used "recent economic modelling to relate cognitive skills – as measured by PISA and other international instruments – to economic growth" (OECD, 2010, p. 6) and concluded that;

> "A modest goal of having all OECD countries boost their average PISA scores by 25 points over the next 20 years – which is less than the most rapidly improving education system in the OECD, Poland, achieved between 2000 and 2006 alone – implies an aggregate gain of OECD GDP of USD 115 trillion over the lifetime of the generation born in 2010... Bringing all countries up to the average performance of Finland, OECD's best performing education system in PISA, would result in gains in the order of USD 260 trillion" (OECD, 2010, p. 6).

Unfortunately, beyond the assertion that it exploited "economic modelling", the OECD says nothing with respect to what this may mean, leaving the reader to take on trust such extraordinary assertions. Moreover, such assertions seem to have been accepted uncritically, with the consequence that governments pursue policies focused on raising PISA scores as though they were guarantees of economic growth. Such matter are all the more interesting when compared with trends across Europe showing relatively few countries, like Poland, with consistent and substantial increases in national mathematics scores over the PISA lifetime. The more general European trends are either for mathematics scores to remain relatively consistent or for them to experience a steady decline, as seems to be the case with the majority of the Nordic states (OECD, 2013a). Indeed, as shown in table 1, Poland's PISA growth of almost 50 points in twelve years reflects an unrivalled European achievement. As a consequence it will not be surprising if Poland succeeds Finland as the major focus of international interest; how has it raised its students' scores so impressively and which elements of its educational policy and practice are transferable to different cultural contexts? In short, in the international game of educational policy making, Poland may be the new Finland.

Table 1. Poland’s mathematics-related PISA performance

Year	2000	2003	2006	2009	2012
Mathematics	470	490	495	495	518

Finally, in this opening section, I highlight potential problems in the processes employed by the PISA test developers. Interestingly, over the last three iterations, the OECD has asserted that it employs “strong quality assurance mechanisms for translation” (OECD, 2006, p. 7; 2009a, p. 10; 2013b, p. 14). An international team, typically drawn from four or five countries, has developed a set of English language test items. These items, which may have been submitted by other national project teams, are then discussed among the project development team and, when agreed, translated into French. Typically, the

> “French version was developed at this early stage through double translation and reconciliation of the English materials into French, so that any comments from the translation team could, along with the comments received... be used in the finalisation of both source versions” (OECD, 2005, p. 71; 2009b, p. 86; 2012, p. 82).

Interestingly, despite this identical phrasing, only the early technical reports explain how *double translation* is construed. For example, the technical reports for PISA 2000 and 2003 note that double translation, involving “two independent translations from the source language, with reconciliation by a third person” (Adams & Wu, 2002, p. 58) was exploited in order to create a French version of the agreed English. Significantly, despite claims that “revisions were made to items as a result of the translation and verification process” (OECD, 2005, p. 23), no mention was made of the need to address the various equivalences necessary for satisfactory cross-cultural instrument adaptation (Osborn, 2004; Peña, 2007; Andrews & Diego-Mantecón, 2014). That being said, after the French version of the test is agreed, both the English and the French are distributed to national project teams with the invitation that whichever is the more appropriate template should be used for translation into, typically, a third language. In other words, despite the confident claims of procedural appropriateness embedded in its technical reports and assessment frameworks, the OECD falls short of the requirements of current practice in comparative research.

A focus on Finnish PISA performance

Any system that performs well in relation to its peers attracts outsider attention and, in this respect, Finland is no exception. For example, it has attracted “hundreds of visiting groups ... asking about the Finnish ‘secret’ (Laukkanen, 2013), including around 15,000 German-speakers alone (Isotalo, 2004). The significance of Finnish PISA performance can be seen in table 2.

Table 2. The ranking of Finnish students over five PISAs and three content domains

	2000	2003	2006	2009	2012
Literacy	1	1	2	3	6
Mathematical literacy	4	2	2	6	12
Scientific literacy	3	1	1	2	5
Participating systems	32	41	57	65	65

So, how do the Finns explain their PISA-related achievements? Välijärvi, Linnakylä, Kupari, Reinikainen and Arffman (2002), writing in a government-sponsored report on PISA 2000, comment that

> "Finland's high performance in the PISA assessment of mathematical and scientific literacy may further be explained by the fact that *the tasks* used in PISA were *well suited to the Finnish curriculum.* In mathematical literacy, for instance, the tasks placed great emphasis on the use and application of knowledge, which together with problem solving have played a central part in Finnish mathematics instruction" (Välijärvi et al., 2002, p. 22).

These are important claims, not least because observers of Finnish classrooms typically argue that the claimed curricular objectives are rarely experienced by Finnish students. That being said, curriculum alignment with the PISA objectives may play an important role in student achievement on such tests. For example, following PISA 2003, the Irish authorities, commissioned a report on the low level of Irish performance. Importantly, the report identified substantial mismatches between the mathematics of the Irish curriculum and the PISA assessment items, particularly for students following foundation level courses. Moreover, these disparities were found not only with respect to the curriculum content embedded in the PISA items but the contexts and the formats they exploited. In other words, PISA test items were largely unfamiliar to Irish students (Shiel, Perkins, Close, & Oldham, 2007). In other words, if a system's PISA success is due to a match between that system's curriculum and PISA objectives then this is a fortunate coincidence and little basis for the excessive interest generated by, say, Finland's repeated successes.

How do the Finns explain their successes?

So, putting notions of curriculum alignment to one side, what other factors have the Finns proposed for their PISA-related achievements? Interestingly, and this seems an appropriate place to start, successful systems share three key characteristics (Barber & Mourshed, 2007). They persuade the right individuals to become teachers; they enable those individuals to become effective practitioners; they ensure the best possible conditions for student learning. In the following, drawing on research reported by Finns themselves, we examine Finnish perspectives on these characteristics.

Persuading the right people to become teachers

In Finland, only the most talented applicants become teachers (Simola, 2005; Tuovinen, 2008), with teaching remaining a popular career choice among school leavers (Laukkanen, 2008), even though fewer than one in five applicants are successful (Laukkanen, 2008; Niemi & Jakku-Sihvonen, 2006). Finnish teachers work within a culture of trust (Sahlberg, 2007, 2011a; Tuovinen, 2008; Välijärvi, 2004), being viewed "as professionals who know what is best for their children" (Aho, Pitkänen, & Sahlberg, 2006, p.11). This trust extends from the top to the bottom of Finnish society (Sahlberg, 2007) and is independent of voters' political persuasions (Fladmoe, 2012). Moreover, Finnish society's "respect for learning and teachers' work" is deep-seated and stems from a time when "the Finnish Lutheran Church (…) demanded literacy as a basic requirement for obtaining permission to marry" (Niemi, 2012, p. 21). Interestingly, Sahlberg (2007, p. 157) notes that such a "culture of trust can only flourish in an environment that is built upon good governance and close-to-zero corruption".

Teacher education in Finland

Finnish teachers undertake "high quality teacher training" (Välijärvi, 2004, p. 32). They are well-qualified and professionally committed to their own and their students' development (Sahlberg, 2007; Tuovinen, 2008; Välijärvi, 2004). For several decades a master's degree has been an essential prerequisite for teaching in a comprehensive school (Antikainen, 2006; Laukkanen, 2008; Jyrhämä, Kynäslahti, Krokfors, Byman, Maaranen et al., 2008; Niemi & Jakku-Sihvonen, 2006; Sahlberg, 2007; Tuovinen, 2008), an expectation "which is still an exception internationally" (Savolainen, 2009, p. 286). Such degrees, requiring 4 to 5 years to complete, were introduced to ensure "an academically high standard of education for prospective teachers" (Niemi 2012, p. 29) and have been well received by teachers who see them as status enhancing (Jyrhämä et al., 2008). Importantly, while "every contemporary pre-service teacher education programme would locate its foundational principles in the theory of education rather than craft-practice, preservice teacher education in Finland seeks, in addition, to be research-based" (Westbury, Hansen, Kansanen, & Bjorkvist, 2005, p. 477), in order to develop autonomous teachers able to use research reflectively in their teaching and professional decision-making (Sahlberg, 2011a; Toom, Kynäslahti, Krokfors, Jyrhämä, Byman et al., 2010; Välijärvi, 2004; Westbury et al., 2005). Of more than 30 years' standing (Toom et al., 2010), research-based teacher education (RBTE) reflects Nordic values whereby the professional preparation of teachers is construed as a process of education in comparison with, for example, the training indicative of current English values (Webb, Vulliamy, Hämäläinen, Sarja, Kimonen, et al., 2004). Underpinning RBTE, which takes place in eight universities across Finland (Krokfors, Kynäslahti, Stenberg, Toom, Maaranen et al., 2011), are four key characteristics; programmes of study are based on systematic analyses of education, all teaching is research based, activities facilitate students' exploitation of argumentation and justification in relation to the solution of pedagogical problems and, finally, students learn formal academic research skills (Byman, Krokfors, Toom, Maaranen, Jyrhämä et al., 2009; Toom et al., 2010).

Teacher educators’ views, as elicited by interview studies, have generally yielded results resonant with such ambitions. For example, Ryve, Hemmi, & Börjesson (2011), in relation to teacher educators’ expectations of school practice, found that when mentored by “knowledgeable supervisors in a safe and competent milieu” (p. 11), students should not only be able to engage in pedagogical transformations of content knowledge but also develop additional mathematical competence through teaching. Further, RBTE, through the provision of opportunities for students to connect research and practice through an engagement with and reflection on practice-based research, facilitates students’ theory-based solutions to practice-based problems (Tryggvason, 2009). In so doing, through the application of concepts, RBTE develops student teachers’ pedagogical independence and provide an additional set of research-related skills (Krokfors et al., 2011; Toom et al., 2010). Of course, not all research has reported such positive outcomes. For example, as a consequence of prior experiences at school, many student teachers not only hold a behavioural view of teaching and learning (Niemi, 2002) but hold pedagogical theory in low regard because they believe it is remote from the problems and situations they meet in the teaching practice (Ojanen & Lauriala, 2006).

Conditions for learning in Finland

Within the literature can be found several issues pertaining to how the Finn establish appropriate conditions for learning. Firstly, internal commentators have presented a consistently positive perspective on the well-established comprehensive school system (Välijärvi et al., 2002; Sahlberg, 2011a) and its common compulsory nine year basic curriculum that is widely acknowledged as “the cornerstone of education for all Finnish citizens” (Aho et al., 2006, p. 11). Initiated in the 1970s and finally brought to fruition in the 1990s, the Finnish comprehensive school was based on principles of equity for all irrespective of gender, social status or ethnicity (Laukkanen, 2008; Välijärvi, 2004). Intended to provide education to age 16, a typical comprehensive school is local to the student, small, well-equipped (Aho et al., 2006; Lie, Linnakylä, & Roe, 2003; Sahlberg, 2011a) and funded sufficient for it to provide free school meals for all (Laukkanen, 2008). Students, who are neither tracked (Antikainen, 2006; Reinikainen, 2012) nor streamed (Halinen & Järvinen, 2008; Lie et al., 2003), are taught in small classes in schools typically construed as learning and caring communities (Aho et al., 2006; Sahlberg, 2007). Aho et al. (2006, 127) comment that the

> “fact that all children enroll in the same comprehensive school regardless of their socioeconomic background or personal abilities and characteristics has created a system where schools and classrooms are heterogeneous in terms of pupil profiles and diverse in terms of educational needs and expectations.”

So well established is the comprehensive school in the collective mind-set that the right to choose which schools their children attend seems to have little influence on parents’ decision making as they trust not only the quality of the Finnish comprehensive school but also the advice of the local school authority (Poikolainen, 2012).

Secondly, Finnish society is equitable. Across all iterations of PISA Finland has consistently shown the lowest between-school variation of participating nations. Indeed, Andreas Schleicher (2009, p. 253), the Head of the OECD’s programmes on indicators and analysis in the Directorate for Education, commented that in “Finland, the country with the strongest overall results in PISA, the performance variation between schools amounts to just 4% of the students’ overall performance variation. Thus, parents can rely on high and consistent performance standards across the entire school system”. Others, typically Finnish, have made similar observations. Halinen and Järvinen (2008, p. 78), for example, noted that across OECD nations between-schools differences accounted for 36% of the variation in students’ reading performances compared to only 5% in Finland. Reinikainen (2012, p. 12) reported “exceptionally small” between-schools differences in respect of students’ reading, mathematics and science, while Liang’s (2010) reanalysis of PISA 2003 data found only 5.35 per cent of Finnish mathematics performance due to between-school differences, in comparison with 21.35 per cent for Canada and 31.59 per cent for the USA.

Others have stressed related but different issues. Halinen and Järvinen (2008) found few Finnish students (2% compared with an OECD average of 16%) repeating years. Moreover, a student’s socio-economic background is much less a predictor of PISA-related reading competence than in almost all OECD countries (Grubb, 2007; Reinikainen, 2012). The standard deviations of Finnish PISA data are typically among the smallest of OECD countries, highlighting the achievement of all Finnish students (Hausstätter & Takala, 2011). Moreover, Reinikainen (2012, p. 12) writes that small between-school differences “indicate great equity in Finnish comprehensive schools”, which “seems to succeed in achieving both high quality and equality at the same time, which in turn promotes social cohesion” (Halinen & Järvinen, 2008, p. 78). That is, the lack of variation in all aspects of Finnish PISA-related performance presents the Finnish school “as not only the best school in the world, but also as the best school ‘for all’ in the world, that is, there are relatively small differences between the best and worst performances” (Hausstätter & Takala, 2011, p. 272).

Thirdly, the Finnish authorities have invested substantially in special educational needs provision, especially during the primary years (Grubb, 2007; Vislie, 2003; Hausstätter & Takala, 2011). In particular, there has developed over the last decades a

> “solid consensus in Finnish society about the goals of education and the importance of inclusion. It is widely accepted that the educational system must find the means to guarantee everyone a good education in an optimal learning environment and with adequate support. This inclusive policy resists exclusion, focusing on all students’ successful learning and wellbeing” (Halinen & Järvinen, 2008, p. 79).

Vislie (2003), for example, found that Finland identified a higher proportion of students - around one in six or three and a half times the OECD average - as having special educational needs but that the proportion of its students segregated for such purposes, one in 36 students, was commensurate with the OECD mean. That is, despite the high numbers, the vast majority remain in mainstream schooling. This integrated SEN provision, typically part time, is offered to around a fifth of all students, requires no formal confirmation of need, and typically begins when difficulties arise (Hausstätter & Takala, 2011; Savolainen, 2009) and has led Kivirauma and Ruoho (2007, p. 288) to the conclusion, somewhat heroically, that "Finland has the world record in terms of the quantity of special education given to basic education students".

This latter characteristic of Finnish SEN provision is construed as a great strength by outsiders (Grubb, 2007), not least because it has "reduced the stigma associated with special needs education and instead promoted inclusion" (Halinen & Järvinen, 2008, p.80). Importantly, and not insignificant in respect of Finnish PISA success, SEN in the primary years is typically focused on supporting pupils mother tongue and mathematical skills acquisition (Hausstätter & Takala, 2011; Kivirauma & Ruoho, 2007). Also, a recent study has shown that students' mathematical word problem competence is a function of their reading competence (Vilenius-Tuohimaa, Aunola, & Nurmi, 2008). Thus, since "the PISA test and the Finnish special education both focus on the same academic areas… it seems plausible that the special educational system in this country plays a positive role in relation to the PISA test" (Hausstätter & Takala, 2011, p. 276).

Other factors

There are a number of cultural and demographic factors thought to be implicated in Finland's PISA success. The first is that Finland is essentially culturally homogeneous (Hannula, 2007; Itkonen & Jahnukainen, 2007), something conducive to educational achievement (Välijärvi et al., 2002). Admittedly, there are Swedish- and Sami-speaking minority populations, which account for around six per cent of the total population, but these are taught in mother tongue schools under exactly the same conditions as Finnish-speaking Finns. The PISA-related performance of the Swedish-speaking minority raises an entirely different set of questions, to which I return below. Finally, with respect to demographics, Finland has experienced relatively little immigration, with, for example, 98 per cent of PISA test takers having been born in Finland compared with an OECD average of 91.4 per cent (Itkonen & Jahnukainen, 2007). Consequently, the "very small proportion of immigrant population in Finland is commonly considered to be one of the reasons for Finnish (PISA) success" (Reinikainen, 2012, p. 13).

In sum, the Finns attribute PISA success to a multiplicity of factors related to societal expectations concerning the preparation and professionalism of teachers and a collective acceptance that educational achievement should not be impeded by social inequity. Such characteristics Chung (2010) has related to the Finnish concept of *sisu*, or a collective tenacity in the face of adversity. However, such enviable systemic characteristics are unlikely to ensure repeated PISA successes independently of what occurs in classrooms. In the following, I review what is known about the quality of Finnish teaching in general and mathematics teaching in particular.

Perspectives on Finnish teaching

Interestingly, despite its repeated PISA successes, relatively little is known about Finnish mathematics classrooms and the teaching found within them (Ahtee, Lavonen, & Pehkonen, 2008). Indeed, what is known tends to present a picture of traditional and unexciting practice. For example, citing research undertaken in the 1980s, Carlgren, Klette, Myrdal, Schnack and Simola (2006, p. 313) report of classroom traditions that had changed little in fifty years; "the teacher talks more than two-thirds of the time, and the pupils give short responses". They conclude by quoting an earlier study characterising the Finnish comprehensive school classroom as a "wasteland not only of intelligence but also of emotions" (p. 314).

Concerns over the resilience of traditional modes of teaching have vexed policy makers for several decades. For example, a commission of enquiry initiated in the late 1980s advocated a shift from traditional emphases on routine skills to the development of student thinking along with more flexible teaching methods and expectations that students would apply what they had learned (Kupari, 2004). Consequently, a decentralized curriculum framework was introduced in 1994 (and further decentralized in 1999 and 2004) that continued, in line with earlier curricular expectations, to emphasize "problem solving and application of mathematical knowledge" (Kupari, 2004, p. 11). The curriculum was "based upon the assumption of the child as an active agent and a theory of teaching which sees the teacher as facilitator and not as the source of knowledge and transmitter of information" (Norris, Asplund, MacDonald, Schostak, & Zamorski, 1996, p. 23).

However, despite such innovations, a government commissioned external review of Finnish teaching and learning, found little change with respect to reform-related practice. They observed

> "whole classes following line by line what is written in the textbook, at a pace determined by the teacher. Rows and rows of children all doing the same thing in the same way whether it be art, mathematics or geography. We have moved from school to school and seen almost identical lessons, you could have swapped the teachers over and the children would never have noticed the difference". (Norris et al., 1996, p. 29)

More recently, a Prime Ministerial initiative aimed at improving the quality of mathematics teaching in Finnish schools (Kupari, 2004) provided substantial in-service opportunities for teachers to develop the understanding and skills necessary for overcoming the traditional dominance of procedural competence over conceptual understanding (Desimone, Smith, Baker, & Ueno, 2005). However, Finnish teachers continue to be slow to incorporate systemic expectations of mathematical problem solving into their practice (Pehkonen, 2009). So entrenched are such traditions that Finnish teachers will not adapt their long-held practices "as long as they do not have to" (Simola, 2005, p. 463). In sum, research on Finnish classrooms seems to have highlighted practices unlikely to explain repeated PISA successes.

My own analyses of Finnish teaching

Over the last few years I have been analysing four sequences of five videotaped lessons. I have found this a particularly challenging task because repeatedly I was seeing things that I felt could not explain Finnish PISA success. In the following, I outline the ways in which these analyses were undertaken and the findings that emerged. First, however, I say a little about how the data were collected and why, bearing in mind so few lessons were involved, some sense of generality may be inferred from them. The lessons were drawn from a video study of mathematics teaching undertaken in England, Finland, Flanders, Hungary and Spain. The aim was to examine how four teachers in each country, each selected against local criteria of quality, typically present mathematics to their students. To this end, sequences of four or five lessons were captured on the teaching of percentages to grades 5 or 6, polygons to grades 5 or 6, equations to grades 7 or 8 and finally, polygons again to grades 7 or 8. The decision to focus on sequences of lessons, unlike the TIMSS video studies which focused on single lessons taught to grade eight students (Stigler, Gonzales, Kawanaka, Knoll, & Serrano, 1999; Hiebert, Gallimore, Garnier, Bogard Givvin, Hollingsworth et al., 2003), was due to a desire to reduce the possibility of showpiece lessons. Topics were agreed cross-nationally to facilitate comparative analyses of how teachers approach the same topic in different contexts. Tripod-mounted cameras were placed discretely at the side or rear of project classrooms and videographers instructed to capture all teacher utterances and, where possible, whatever was written on the board. Teachers wore wireless microphones, while an additional static microphone captured as much whole class student talk as possible. With respect to this paper, all four teachers were working in partnership with the same mathematics teacher education department at the project university, which is well-regarded, having been nominated as a Centre of Excellence in Mathematics Teacher Education by the Higher Education Evaluation Council. Moreover, in addition to being construed locally as effective, project teachers would have had “to prove they are competent to work with student teachers” (Sahlberg, 2011b, p. 36). All four were experienced with between 12 and 30 years’ service and had remained in close contact with the same teacher education department since graduating from it. Thus, one can feel confident that the teachers, three males in their thirties and one female in her fifties, can be considered as reflecting Finnish expectations of teacher expertise. The first two videotapes in each sequence were transcribed and translated into English by English-speaking colleagues at the respective university. This enabled the production of subtitled videos that colleagues from all countries could view and analyse. The accuracy of the transcripts was checked by Finnish colleagues at the University of Cambridge, where I was working prior to moving to Stockholm in late 2013. In the following I present summaries of three differently framed qualitative analyses undertaken with the aim of understanding Finnish mathematics classrooms in relation to Finnish PISA successes. In so doing, I acknowledge the limitations of the data set with which I have been working but argue that the teachers involved, against a number of criteria, were likely to have been representative of Finnish perspectives on good practice.

Study 1: A qualitative analysis employing the constant comparison method focused on categorising Finnish classroom practice (Andrews, 2011).

In this study, the constant comparison process by grounded theorists (Corbin & Strauss, 1990), was exploited in the following manner. Firstly, all videos, with and without subtitles, were viewed several times in order to get a feel for how lessons played out. Secondly, the first video in the sequence on linear equations, for no other reason than it was the first alphabetically, was repeatedly viewed again to identify categories of teacher activity. With each new category the video was viewed again to determine whether or not the category had been missed in the earlier sections. Once the first video had been completed the second in the sequence was subjected to the same process. However, any new category to emerge from the second video prompted a return to the first to examine whether it, too, had been missed in the earlier viewings. In this manner a set of teacher behaviours emerged on which this paper was based and which, it is suggested, represent a unique Finnish mathematics didactic tradition.

The analyses showed the Finnish teachers emphasised constantly the development of their students' conceptual knowledge and procedural knowledge; and that the means by which these learning outcomes were realised by the four teachers were similar. That is, all employed extensive "exposition, various forms of whole class discussion and whole-class reflections on generative tasks" (Andrews, 2011, p. 12). However, moving beyond such well-known and internationally understood practices a different picture emerged, highlighting the role of comparative education in identifying those practices characteristic of the system under scrutiny. In this respect, the analyses indicated that few teacher-initiated public exchanges did not involve one or more act of implicit teaching and it is this sense of the implicit that seems to characterise the unique nature of Finnish mathematics teaching. That is, irrespective of the focus of attention, whether students' conceptual knowledge or procedural knowledge, teachers' actions and utterances were consistently implicit in their facilitation of student learning. A particular manifestation was evidenced in teachers' management of publicly-posed questions. Even when an offering was accepted as correct, typically indicated by a yes on the part of the teacher, observers of the exchange were rarely offered insight into why the response had been accepted. Similarly, when an offering was deemed incorrect or irrelevant, teachers either offered the same, yes, or ignored what was said. In similar vein, teacher exposition was managed with few explicit concessions to student understanding; students were offered procedures with no explicit justification as to the warrant for either the procedure itself or the manner of its implementation. Indeed, an important component of this emergent sense of implicit didactics lay in the frequently observed finding teachers neither sought nor offered clarification with respect to any public utterances.

This emergent sense of implicit didactics was complemented by three issues highlighted by the analyses. The first was that students were encouraged in both implicit and explicit ways, to make extensive notes. For example, teachers wrote extensive notes on the board and students, whether bidden or otherwise, spend much time copying and annotating what teachers had written. Also, three of the four case study teachers wrote in capitals, which not only seemed to provide more legible text for copying but slowed the writer in ways that facilitated student note-taking. The second was that teachers regularly exploited those students perceived as likely to make appropriately meaningful contributions. For example, all four teachers invited high proportions of responses from a small number of confident and competent students. Such practices frequently resulted in students spending long periods of their lessons waiting, having completed a task, for their peers to catch up. Thirdly, there were several occasions when teachers alluded to the involvement of parents in their students' work. In conclusion, the open analysis highlighted a number of teacher behaviours characteristic of a Finnish didactical tradition that falls “outside the descriptive frameworks used to describe mathematics teaching and learning in other countries” (Andrews, 2011, p.16).

Study 2: A qualitative analysis focused on identifying teacher actions commensurate with those promoted by the international reform movement in mathematics education (Andrews, 2013a)

This second study was a further attempt to understand the nature of Finnish mathematics didactics. It was framed by the objectives of the international reform movement as a proxy for the learning objectives embedded in the PISA assessment frameworks. In particular, this was represented by the five strands of mathematical proficiency synthesised by Kilpatrick, Swafford and Findell (2001). That is, all lessons were repeatedly scrutinised for evidence of teachers encouraging the following:

> *Conceptual understanding*, which refers to the student’s comprehension of mathematical concepts, operations, and relations;
>
> *Procedural fluency*, or the student’s skill in carrying out mathematical procedures flexibly, accurately, efficiently, and appropriately;
>
> *Strategic competence*, the student’s ability to formulate, represent, and solve mathematical problems;
>
> *Adaptive reasoning*, the capacity for logical thought and for reflection on, explanation of, and justification of mathematical arguments;
>
> *Productive disposition*, which includes the student’s habitual inclination to see mathematics as a sensible, useful, and worthwhile subject to be learned, coupled with a belief in the value of diligent work and in one’s own efficacy as a doer of mathematics.

The analyses indicated that all four teachers focused considerable attention on the development of students’ conceptual understanding and, to a slightly lesser extent, their procedural fluency, which matched the earlier analysis (Andrews, 2011). However, evidence of their encouraging adaptive reasoning, strategic competence or a productive disposition was rare. Beyond these immediate findings, other issues of interest emerged that seemed indicative of unique Finnish traditions. For example, research has shown that internationally, teachers’ public utterances tend to fall into triadic - initiate, respond, feedback (IRF) or initiate, respond, evaluate (IRE) - interrogative frameworks (Hellerman, 2003; Nassaji & Wells, 2000; Smith & Higgins, 2006). However, the evidence of this study found that teachers neither evaluated nor provided feedback to students' responses; observers were left to infer meaning from public exchanges. In so doing, the analyses confirmed that teachers neither offered nor sought clarification when confronted with student offerings. In sum, when compared with the objectives of the international reform movement in mathematics education, a movement resonant with current Finnish curricular aims, teachers' actions "are unlikely to account for repeated PISA success" (Andrews, 2013a, p. 206).

Study 3: A qualitative analysis focused on indentifying teacher actions commensurate with the objectives of the PISA assessment framework (Andrews, Ryve, Hemmi & Sayers, 2014).

This final study, also an attempt to understand the relationship between Finnish mathematics teaching and PISA success, exploited the PISA assessment framework. This drew on eight mathematical competences derived from the Danish KOM (Kompetencer og matematiklæring) project (OECD, 2003, p. 40), arranged in three hierarchical clusters of reproduction, connection and reflection.

> Reproduction cluster competences facilitate students solutions of the routine problems found in the typical mathematics classroom.
>
> Connections cluster competencies allow students to solve problems that "are not simply routine, but still involve familiar, or quasi-familiar, settings" (OECD, 2003, p. 44).
>
> Reflections cluster competences enable students "to plan solution strategies and implement them in problem settings that contain more elements and may be more "original" (or unfamiliar) than those in the connections cluster" (OECD, 2003, p. 47).

Importantly, those OECD reports that include data on the proportion of students achieving each competency level - and precise figures cannot be discerned due to their being reported graphically - indicate that typically more than three-quarters of Finnish students demonstrate connections level competence, while around a quarter show reflection level competence.

As with the earlier studies, lessons were repeatedly scrutinised for evidence of teachers encouraging their students' acquisition of the skills commensurate with the different levels of the eight mathematical competences. The analyses found that teachers' actions regularly focused on the development of reproduction level competences, across the eight competence domains. However, connections level competences were rarely encouraged and teacher actions that may have facilitated reflections level competences went unobserved.

Thus, taking the above three studies together, the evidence of differently focused analyses of classroom data suggests that Finnish mathematics-related PISA success is unlikely to be a consequence of the quality of Finnish mathematics teaching.

The issue of the Swedish-speaking minority

Earlier I indicated that Finland comprises a largely mono-cultural community, albeit with a Swedish-speaking minority somewhere between five and six percent of the population. This is an interesting group because, against a number of criteria, it is economically more powerful than the Finnish-speaking majority. For example, the Swedish-speaking minority occupies a disproportionately large number of places on the boards of the largest companies listed on the Helsinki stock exchange (Wallgren, 2011). Also, per capita, it invests three times as much in shares as the Finnish-speaking community (Karhunen & Keloharju, 2001). In such circumstances, it would seem reasonable to expect this economically powerful group to perform at least as well as the Finnish-speaking community, particularly as the systemic investment in schools is independent of the language group to which a student belongs (Kupiainen, Hautamäki, & Karjalainen, 2009). However, this is not the case; as can be seen in table 3, which shows PISA mathematics scores for Finnish-speaking Finns, Swedish-speaking Finns and, by way of an interesting comparison, Swedish-speaking Swedes. The figures for the Swedish-speaking Finns have been gleaned from various sources and, on occasion, have been inferred from graphs.

Table 3. PISA mathematics scores for three cultural groups

	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012
Finnish-speaking Finns	545	549	541	518
Swedish-speaking Finns	534	533	527	519
Swedish-speaking Swedes	509	502	494	478

The figures of table 3 highlight what seems to be an interesting juxtaposition of curriculum and culture. It can be seen that the Finnish-speaking Finns typically perform more highly than the Swedish-speaking Finns, who, in turn, always perform more highly than the Swedish-speaking Swedes. Admittedly, by 2012 there was no discernible difference in the scores of the two Finnish populations, but this is just as likely to be a consequence of both groups' scores having fallen, with the Swedish-speakers having fallen less far. Indeed, all three groups saw a decline in their mathematics scores from 2009 to 2012. However, the interesting questions concern the reasons why an economically powerful group, taught the same curriculum in equally well-resourced schools, should perform substantially less well than its Finnish-speaking peers.

In this respect, some internal commentators, referring implicitly to the Finnish-speaking majority, have suggested that understanding Finnish educational success requires an awareness of the role of education in Finnish society (Antikainen, 2005). For example, the Finnish identity, stemming from centuries of Swedish and Russian colonialism (Niemi, 2012), is thought to reflect a mind-set closer to those of Korea and Japan than other European; "there is something archaic, something authoritarian, possibly even something eastern, in the Finnish culture and mentality" (Simola, 2005, p. 458). The Finns have fought over many centuries for the legitimacy of their mother tongue, not least because the

Lutheran church expected its congregation to read the Bible in their own language. Indeed, for more than four hundred years, reading competence was a prerequisite for receiving Holy Communion and, therefore, permission to marry (Linnakylä, 2002). Such events have created a culture of high expectations with respect to learning in general and reading in particular as observed in the long-established tradition of reading at home during the long winter evenings (Välijärvi et al., 2002) and a great appreciation of Finnish literature (Halinen & Järvinen, 2008). As a consequence, the Finnish library network is among the world's densest, with Finns borrowing more books than anyone else (Sahlberg, 2007). Such matters allude to another pertinent issue; the Finnish language is not only phonetic, in the sense that the pronunciation of all letters is regular, but consistent in its always stressing the first syllable of a word (Suomi, Toivanen, & Ylitalo, 2008). Thus, when compared with students whose mother tongues are less straightforwardly learned, Finnish students may be at an advantage when working with text based problems. However, were this the case then it would be reasonable to assume, for example, that Hungarian students, who work within a similar linguistic tradition, would perform consistently highly on tests like PISA. This is not the case, although it could be one factor in explaining the improving scores of students in countries like Estonia and Poland.

In sum, these characteristics of Finnish language and culture may offer a more powerful explanation of not only Finnish PISA successes but also the difference in the outcomes of the two language groups. All this being said PISA is not the only major international test of student achievemen. One frequently missing from the Finnish PISA-related discourse, is the Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). In the following, I examine Finnish TIMSS-related performance, consider reactions to it, and introduce another European system by way of an interesting comparison.

Looking beyond PISA

The first thing to say is that TIMSS, at least in its current form, began in 1995 and is repeated every four years. The mathematics component of the various TIMSS assessments, given to students in grades 4 and 8, has been premised on an internationally agreed, but hypothetical, curriculum. Assessment focuses on both the subject matter to be assessed and the sorts of mathematical behaviours expected of students (Mullis, Martin, Ruddock, O'Sullivan & Preuschoff, 2009). Unlike PISA, its aim is not generally concerned with students' application of school mathematics but their technical competence. Finland has participated in two iterations of TIMSS, in 1999 and again in 2011. Its mean scores at grade 8, which is the nearest comparator to the 15 year-olds assessed by PISA, have been moderate at 520 and 514 respectively. However, on both occasions the mean achievement was significantly lower than that of the same Pacific Rim countries with which Finland has been a peer on PISA.

Table 4. Finnish students' scores on TIMSS content domains

TIMSS Grade 8	Fractions and number	Measurement	Data analysis and probability	Geometry	Algebra
1999	531	521	525	498	494
2011	527	***	542	502	492

Also, of concern to the Finnish academic mathematics community has not been the fact that Finnish students' TIMSS-related performance is poorer than their PISA but that repeated poor performance on algebra and geometry, as shown in table 4, has been masked by relatively high achievements on topics related explicitly to number and its applications. Thus, university mathematicians have voiced concerns that curricular reforms have compromised the intellectual integrity of mathematics. They argue that emphases on equity and preparation for a world beyond school may have secured PISA success but are incompatible with preparation for higher mathematics (Astala, Kivelä, Koskela, Martio, Näätänen & Tarvainen, 2006; Tarvainen & Kivelä, 2006). This is not a new problem as curricular shifts from the new mathematics of the 1960s and 1970s towards a back-to-basics perspective precipitated a decline in students' geometrical and algebraic competence, not least because the deductive approaches of the new mathematics courses were replaced by procedural approaches that marginalized logical thinking, elegance, structure and proof (Malaty, 2010). Moreover, even in terms of number, an area in which Finnish students appeared to do relatively well, there are problems of competence. For example, the

> "mathematics skills of new engineering students have been systematically tested during years 1999-2004 at Turku polytechnic using 20 mathematical problems. One example of poor knowledge of mathematics is the fact that only 35 percent of the 2400 tested students have been able to do an elementary problem where a fraction is subtracted from another fraction and the difference is divided by an integer" (Tarvainen & Kivelä, 2006, p. 10).

Such shortcomings have prompted some Finnish mathematicians to suggest that Finnish PISA success may been a "Pyrrhic victory" (Tarvainen & Kivelä, 2006, p. 10). Moreover, as I indicated at the start of this paper, the juxtaposition of Finnish PISA success and TIMSS shortcomings has created something of an enigma (Andrews et al., 2014), leading one to ask several pertinent questions

> What is happening in Finnish mathematics classrooms to produce such disparate outcomes?
>
> Why do the Finns typically ignore their TIMSS failings when celebrating their PISA successes?

In sum, it seems to me that the evidence presented above leads to the disappointing conclusion that the *Finnish PISA miracle* (Niemi, Toom & Kallioniemi, 2012; Sahlberg, 2011c; Simola, 2005; Simola & Rinne, 2011) is little more than new clothes for the Emperor, which is where I end my analysis of Finnish mathematics. Inevitably there will be omissions, but I hope that Finnish readers will recognise and understand the issues I have raised and that others, particularly outsiders looking for insights likely to facilitate warranted change in their own educational systems, will see that PISA's headline figures have questionable relevance (Chung, 2010; Meyer & Benavot, 2013). This leads me to my closing point. Having earlier identified Poland as the next Finland - which may yet prove to be an equally unlikely source of transferable insight - it is important to bring to readers' attention the fact that Finnish PISA success is not the unique European phenomenon typically reported. Flanders, the Dutch-speaking region of Belgium, has performed as well, if not better, than Finland on every iteration of PISA, but its successes have been masked by the OECD's tradition of reporting Belgium as a whole.

Table 5. PISA and TIMSS mathematics scores for Finland and Flanders over all possible iterations

	PISA (Age 15)					TIMSS (Grade 8)				
	2000	2003	2006	2009	2012	1995	1999	2003	2007	2011
Finland	536	544	546	541	518	***	520	***	***	514
Flanders	543	553	541	537	531	565	558	537	***	***

Moreover, as table 5 shows, Flanders' performance on the three TIMSS on which it participated made it the highest achieving European system on each occasion. In other words, Flemish students have not only shown themselves to be technically competent, as measured by TIMSS, but also able to apply that competence to the everyday situations assessed by PISA. As with Finland, analyses of Flemish classroom practice are rare. However, recent, but as yet unpublished analyses, indicate a tradition in which the rigours of Bourbakian mathematics are mediated by the interactive and interrogative approaches of realistic mathematics education (Andrews, 2014a, 2014b). In short, if deep mathematical learning is thought to be a worthwhile goal, then policy borrowers should understand that "Finnish PISA success appears to be a consequence of non-replicable cultural factors associated with what it is to be a Finn and replicable policies linked to the maintenance of social equity", while "Flemish PISA success, located in policies unlikely to foster equity, seems based on something missing in Finnish classrooms – a didactic tradition conducive to the acquisition of adaptive expertise" (Andrews, 2013b, p. 111). However, assuming politicians internationally continue to accept PISA scores as arbiter of an educational system's success - an assumption challenged recently by an open letter signed by more than 100 leading academics (The Guardian, 2014) - further research in this area will be necessary.

References

Adams, R. J., & Wu, M. (Eds.). (2002). *PISA 2000 technical report*. Paris: OECD.

Aho, E., Pitkänen, K., & Sahlberg, P. (2006). *Policy development and reform principles of basic and secondary education in Finland since 1968*. Washington: The World Bank.

Ahtee, M., Lavonen, J., & Pehkonen, E. (2008). Reasons behind the Finnish success in science and mathematics in PISA tests. *Problems of Education in the 21st Century, 6,* 18–26.

Andrews, P. (2011). Finnish mathematics teaching: a case of uniquely implicit didactics. In T. Dooley, D. Corcoran & M. Ryan (Eds.), *Proceedings of the Fourth Conference on Research in Mathematics Education (MEI 4): Mathematics Teaching Matters* (pp. 3–18). Dublin: St Patrick's College.

Andrews, P. (2013a). Finnish mathematics teaching from a reform perspective: A video-based case study analysis. *Comparative Education Review, 57*(2), 189–211.

Andrews, P. (2013b). What does PISA performance tell us about mathematics teaching quality? Case studies from Finland and Flanders. In H.-D. Meyer & A. Benavot (Eds.), *Who succeeds at PISA and why? The role of international benchmarking in the emerging global education governance system. institutional and policy perspectives* (pp. 99–114). Oxford: Symposium.

Andrews, P. (2014a). Flemish mathematics teaching: Bourbaki meets Realistic Mathematics Education? *Mathematical Thinking and Learning*. (Paper under review)

Andrews, P. (2014b). Flemish mathematics teaching: Bourbaki meets RME? In S. Pope (Ed) *Proceedings of the Eighth British Congress on Mathematics Education* (pp. 17–24), Nottingham.

Andrews, P., & Diego Mantecón, J. (2014). Instrument adaptation in cross-cultural studies of students' mathematics-related beliefs: Learning from health care research. *Compare: A Journal of Comparative and International Education,* (In press at doi: 10.1080/03057925.2014.884346).

Andrews, P., Ryve, A., Hemmi, K., & Sayers, J. (2014). PISA, TIMSS and Finnish mathematics teaching: An enigma in search of an explanation. *Educational Studies in Mathematics* (In press at doi: 10.1007/s10649-014-9545-3).

Antikainen, A. (2005). Introduction: The Construction of a Learning Society. In A. Antikainen (Ed.), *Transforming a learning society: The case of Finland* (pp. 5–21). Berne: Peter Lang.

Antikainen, A. (2006). In search of the Nordic model in education. *Scandinavian Journal of Educational Research, 50*(3), 229–243.

Astala, K., Kivelä, S. K., Koskela, P., Martio, O., Näätänen, M., & Tarvainen, K. (2006). The PISA survey tells only a partial truth of Finnish children’s mathematical skills. *Matilde,* 29, 9.

Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world’s best-performing school systems come out on top*. London: McKinsey and Company.

Byman, R., Krokfors, L., Toom, A., Maaranen, K., Jyrhämä, R., Kynäslahti, H., & Kansanen, P. (2009). Educating inquiry-oriented teachers: students' attitudes and experiences towards research-based teacher education. *Educational Research and Evaluation, 15*(1), 79–92.

Carlgren, I., Klette, K., Mýrdal, S., Schnack, K., & Simola, H. (2006). Changes in Nordic teaching practices: From individualised teaching to the teaching of individuals. *Scandinavian Journal of Educational Research, 50*(3), 301–326.

Chung, J. (2010). Finland, PISA, and the implications of international achievement studies on education policy. In A. W. Wiseman (Ed.), *The impact of international achievement studies on national education policymaking* (pp. 267–294). Bingley: Emerald Group Publishing Limited.

Corbin, J., & Strauss, A. (1990). Grounded Theory Research: Procedures, Canons, and Evaluative Criteria. *Qualitative Sociology, 13*(1), 3–21.

Desimone, L. M., Smith, T., Baker, D., & Ueno, K. (2005). Assessing Barriers to the Reform of U.S. Mathematics Instruction From an International Perspective. *American Educational Research Journal, 42*(3), 501–535.

Fladmoe, A. (2012). The nature of public opinion on education in Norway, Sweden and Finland – measuring the degree of political polarization at the mass level. *Scandinavian Journal of Educational Research, 56*(5), 457–479.

Grubb, W. N. (2007). Dynamic inequality and intervention: Lessons from a small country. *The Phi Delta Kappan, 89*(2), 105–114.

Halinen, I., & Järvinen, R. (2008). Towards inclusive education: the case of Finland. *Prospects, 38*(1), 77–97.

Hannula, M. (2007). Finnish research on affect in mathematics: blended theories, mixed methods and some findings. *ZDM, 39*(3), 197–203.

Hausstätter, R. S., & Takala, M. (2011). Can special education make a difference? Exploring the differences of special educational systems between Finland and Norway in relation to the PISA results. *Scandinavian Journal of Disability Research, 13*(4), 271–281.

Hellermann, J. (2003). The interactive work of prosody in the IRF exchange: Teacher repetition in feedback moves. *Language in Society, 32*(1), 79-104.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Bogard Givvin, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: results from the TIMSS 1999 video study*. Washington: National Center for Educational Statistics.

Isotalo, T. (2004). *Kaikki tiet vievät Suomeen: Selvitys Suomen Pisa-menestyksen aiheuttamasta mielenkiinnosta saksankielisissä maissa*. Helsinki: Opetushallitus (Board of Education)

Itkonen, T., & Jahnukainen, M. (2007). An analysis of accountability policies in Finland and the United States. *International Journal of Disability, Development and Education, 54*(1), 5–23.

Jyrhämä, R., Kynäslahti, H., Krokfors, L., Byman, R., Maaranen, K., Toom, A., & Kansanen, P. (2008). The appreciation and realisation of research-based teacher education: Finnish students' experiences of teacher education. *European Journal of Teacher Education, 31*(1), 1–16.

Karhunen, J., & Keloharju, M. (2001). Shareownership in Finland 2000. *Liiketaloudellinen Aikakauskirja (The Finnish Journal of Business Economics),* 2, 188–226.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press.

Kivirauma, J., & Ruoho, K. (2007). Excellence through special education? Lessons from the Finnish school reform. *International Review of Education, 53*(3), 283–302.

Krokfors, L., Kynäslahti, H., Stenberg, K., Toom, A., Maaranen, K., Jyrhämä, R., Byman, R., & Kansanen, P. (2011). Investigating Finnish teacher educators' views on research-based teacher education. *Teaching Education, 22*(1), 1–13.

Kupari, P. (2004). Recent developments in Finnish mathematics education. *Nordic Studies in Mathematics Education, 9*(2), 7–20.

Kupiainen, S., Hautamäki, J., & Karjalainen, T. (2009). *The Finnish education system and PISA*. Helsinki: University of Helsinki and the Ministry of Education.

Laukkanen, R. (2008). Finnish strategy for high-level education for all. In N. Soguel & P. Jaccard (Eds.), *Governance and Performance of Education Systems* (pp. 305–324). Dordrecht: Springer.

Laukkanen, R. (2013). Finland's experiences of compulsory education development. *Artseduca, 5*, 140–167.

Liang, X. (2010). Assessment use, self-efficacy and mathematics achievement: comparative analysis of PISA 2003 data of Finland, Canada and the USA. *Evaluation & Research in Education, 23*(3), 213–229.

Lie, S., Linnakylä, P., & Roe, A. (2003). Northern lights on PISA. In S. Lie, P. Linnakylä & A. Roe (Eds.), *Northern Lights on PISA: Unity and diversity in the Nordic countries in PISA 2000* (pp. 7–20). Oslo: Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.

Linnakylä, P. (2002). Reading in Finland. In C. Papanastasiou & V. Froese (Eds.), *Reading Literacy in 14 Countries*. Nicosia: University of Cyprus Press.

Malaty, G. (2010). *Mathematics and mathematics education development in Finland: the impact of curriculum changes on IEA, IMO and PISA results.* Paper presented at the Proceedings of the 10th International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project, Dresden University of Applied Sciences.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y., & Preuschoff, C. (2009). *TIMSS 2011 Assessment Frameworks*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College.

Meyer, H.-D., & Benavot, A. (Eds.) (2013) *Who succeeds at PISA and why? The role of international benchmarking in the emerging global education governance system. institutional and policy perspectives*. Oxford: Symposium.

Nassaji, H., & Wells, G. (2000). What's the use of 'triadic dialogue'?: An investigation of teacher-student interaction. *Applied Linguistics, 21*(3), 376–406.

Niemi, H. (2002). Active learning - a cultural change needed in teacher education and schools. *Teaching and Teacher Education, 18*(7), 763–780.

Niemi, H. (2012). The societal factors contributing to education and schooling in Finland. In H. Niemi, A. Toom & A. Kallioniemi (Eds.), *Miracle of education: The principles and practices of teaching and learning in Finnish schools* (pp. 19–38). Rotterdam: Sense.

Niemi, H., & Jakku-Sihvonen, R. (2006). Research-based teacher education. In R. Jakku-Sihvonen & H. Niemi (Eds.), *Research-based teacher education in Finland* (pp. 31–50). Turku: Finnish Educational Research Association.

Niemi, H., Toom, A., & Kallioniemi, A. (Eds.) (2012). *Miracle of education: The principles and practices of teaching and learning in Finnish schools*. Rotterdam: Sense.

Norris, N., Asplund, R., MacDonald, B., Schostak, J., & Zamorski, B. (1996). *An independent evaluation of comprehensive curriculum reform in Finland*. Helsinki: National Board of Education.

Ojanen, S., & Lauriala, A. (2006). Enhancing professional development of teachers by developing supervision into a conceptually-based practice. In R. Jakku-Sihvonen & H. Niemi (Eds.), *Education as a societal contributor: Reflections by Finnish educationalists* (pp. 71–88). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2003). *The PISA 2003 assessment framework: Mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2005). *PISA 2003 technical report*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework for PISA 2006*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2009a). *PISA 2009 assessment framework: Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2009b). *PISA 2006 technical report*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2010). *The high cost of low educational performance: The long-run economic impact of improving PISA outcomes*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2012). *PISA 2009 technical report*. Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2013a). *PISA 2012 results: What students know and can do - Student Performance in mathematics, reading and science* (Vol. 1). Paris: OECD.

Organisation for Economic Cooperation and Development. (2013b). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris: OECD.

Osborn, M. (2004). New methodologies for comparative research? Establishing 'constants' and 'contexts' in educational experience. *Oxford Review of Education, 30(2)*, 265–285.

Pehkonen, E. (2009). How Finns learn mathematics: What is the influence of 25 years of research in mathematics education? In M. Lepik (Ed.), *Teaching mathematics: Retrospectives and perspectives* (pp. 71–101). Tallinn University: Institute of Mathematics And Natural Sciences.

Peña, E. D. (2007). Lost in translation: Methodological considerations in cross-cultural research. *Child Development, 78*(4), 1255–1264.

Poikolainen, J. (2012). A case study of parents' school choice strategies in a Finnish urban context. *European Educational Research Journal, 11*(1), 127–144.

Reinikainen, P. (2012). Amazing PISA results in Finnish comprehensive schools. In H. Niemi, A. Toom & A. Kallioniemi (Eds.), *Miracle of education: The principles and practices of teaching and Learning in Finnish schools* (pp. 3–18). Rotterdam: Sense.

Ryve, A., Hemmi, K., & Börjesson, M. (2011). Discourses about School-based Mathematics Teacher Education in Finland and Sweden. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 1–16.

Sahlberg, P. (2007). Education policies for raising student learning: the Finnish approach. *Journal of Education Policy, 22*(2), 147–171.

Sahlberg, P. (2011a). The Fourth Way of Finland. *Journal of Educational Change, 12*(2), 173–185.

Sahlberg, P. (2011b). The professional educator: Lessons from Finland. *American Educator*(Summer), 34–39.

Sahlberg, P. (2011c). PISA in Finland: An education miracle or an obstacle to change? *C·E·P·S Journal, 1*(3), 119–140.

Savolainen, H. (2009). Responding to diversity and striving for excellence: The case of Finland. *Prospects, 39*(3), 281–292.

Schleicher, A. (2007). Can competencies assessed by PISA be considered the fundamental school knowledge 15-year-olds should possess? *Journal of Educational Change, 8*(4), 349–357.

Schleicher, A. (2009). Securing quality and equity in education: Lessons from PISA. *Prospects, 39*(3), 251–263.

Shiel, G., Perkins, R., Close, S., & Oldham, E. (2007). *PISA mathematics: A teacher's guide*. Dublin: Department of Education and Science.

Simola, H. (2005). The Finnish miracle of PISA: historical and sociological remarks on teaching and teacher education. *Comparative Education, 41*(4), 455–470.

Simola, H., & Rinne, R. (2011). Education politics and contingency: Belief, status and trust behind the Finnish PISA miracle. In M. A. Pereyra, H.-G. Kotthoff & R. Cowen (Eds.), *PISA under examination: Changing knowledge, changing tests, and changing schools* (pp. 225–244). Rotterdam: Sense.

Smith, H., & Higgins, S. (2006). Opening classroom interaction: the importance of feedback. *Cambridge Journal of Education, 36*(4), 485–502.

Stigler, J., Gonzales, P., Kawanaka, T., Knoll, S., & Serrano, A. (1999). *The TIMSS videotape classroom study*. Washington, DC: National Center for Educational Statistics.

Suomi, K., Toivanen, J., & Ylitalo, R. (2008). *Finnish sound structure: Phonetics, phonology, phonotactics and prosody*. Oulu: University of Oulu.

Tarvainen, K., & Kivelä, S. K. (2006). Severe shortcomings in Finnish mathematics skills. *Matilde*(29), 10.

The Guardian. (2014). *Open letter to Andreas Schleicher.* Retrieved from http://www.theguardian.com/education/2014/may/06/oecd-pisa-tests-damaging-education-academics

Toom, A., Kynäslahti, H., Krokfors, L., Jyrhämä, R., Byman, R., Stenberg, K., et al. (2010). Experiences of a Research-based Approach to Teacher Education: suggestions for future policies. *European Journal of Education, 45*(2), 331–344.

Tryggvason, M.-T. (2009). Why is Finnish teacher education successful? Some goals Finnish teacher educators have for their teaching. *European Journal of Teacher Education, 32*(4), 369–382.

Tuovinen, J. E. (2008). Learning the craft of teaching and learning from world's best practice. The Case of Finland. In D. M. McInerney & G. A. D. Liem (Eds.), *Teaching and Learning: International Best Practice* (pp. 51–77). Charlotte: Information Age Publishing.

Välijärvi, J., Linnakylä, P., Kupari, P., Reinikainen, P., & Arffman, I. (2002). *The Finnish succes in PISA - and some reasons behind it*. Jyväskylä: Institute for Educational Research, University of Jyväskylä.

Välijärvi, J. (2004). The system and how does it work: Some curricular and pedagogical characteristics of the Finnish comprehensive school. *Education Journal, 32*(1), 31–55.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 28*(4), 409–426.

Vislie, L. (2003). From integration to inclusion: focusing global trends and changes in the western European societies. *European Journal of Special Needs Education, 18*(1), 17–35.

Wallgren, D. (2011, August 28). Swedish-speaking Finns have strong presence in major corporations*. Helsingin Sanomat - International Edition*

Webb, R., Vulliamy, G., Hämäläinen, S., Sarja, A., Kimonen, E., & Nevalainen, R. (2004). A comparative analysis of primary teacher professionalism in England and Finland. *Comparative Education, 40*(1), 83–107.

Westbury, I., Hansen, S.-E., Kansanen, P., & Björkqvist, O. (2005). Teacher education for research-based practice in expanded roles: Finland's experience. *Scandinavian Journal of Educational Research, 49*(5), 475–485.

Papers

Teacher-guided practice with problem sequences

Lars Burman
Åbo Akademi University, Faculty of Education

Solveig Wallin
Åbo Akademi University, Vasa övningsskola

In this article the authors address teaching of problem solving and the introduction of modeling in mathematics education and propose teacher-guided practice with problem sequences. This supplement to ordinary teaching in mathematics in lower-secondary school, i.e. grades seven to nine in the Finnish primary school, is designed and tested in a Finnish reality but the design of the teaching process is based on earlier research often connected to ProMath-conferences, combined with Nordic research. The article is based on a teacher (Wallin) - researcher (Burman) collaboration and thus, the teaching experiments are conducted in three of the teacher's classes, representing the grades eight and nine. The authors find the results promising enough to suggest further research built on the proposed basis in a larger scale in Finland and in other countries, as well.

Introduction

In the Finnish Matriculation Examination there is an extremely long tradition to test the students' competencies in mathematics by giving them ten tasks to solve in six hours. Consequently, there is a very strong focus on tasks which can be solved within half an hour and tasks of other types, e.g. modeling projects, are not given so much focus. The Finnish Matriculation Examination has got a great influence, not only on the instruction in upper-secondary school, but also in the grades seven to nine. In the grades seven to nine projects in mathematics are rare, which can be concluded from the competition MatCup, the Finnish part of the Nordic Mathematics Competition for Classes (NMCC) in grade eight. In the recent years, from more than sixty classes not proceeding to the national semifinal (where they have to accomplish a project), only a couple of classes yearly participate in the project competition although they have the chance to win a project price for non-semifinalists. Pehkonen and Rossi (2007) concluded that the conventional teaching method is still the dominant one although alternative teaching methods (including project work, the authors' remark) have been delivered to Finnish teachers since more than twenty years, and according to their knowledge, have gained some ground. The experience from the MatCup competition, revealing that even the most interested teachers do not proceed to the project competition with their classes, indicates that project work is not frequently used as method in the grades seven to nine in Finland. The author

Burman is the Finnish leader of the MatCup competition and this information is found in his notes from ten years of the Finnish participation in the competition, i.e. from 2004 to the present. A brief presentation of the NMCC can also be found in Burman (2008).

In a recent review paper by Andrews (2014), he considers that repeated PISA successes are unlikely explained by typical classroom practices indicating e.g. very little increase in the use of elements of problem solving. Moreover, in comparison to other Nordic countries, Finland cannot compete with the tradition of projects in grades seven to nine, for instance in Denmark, as described by Gregersen and Jensen (1998) and later in the Ph.D.-dissertation by Jensen (2007). Denmark is also well-known for the competence perspective on mathematics education, as presented in Danish research by Niss and Jensen (2002). For instance, Blomhøj and Jensen (2007) define the concept competence as someone's insightful readiness to act in response to the challenge of a given situation. Out of the eight competences in mathematics in their visual representation, the four competences with a special interest for this article are mathematical thinking competence, reasoning competence, problem tackling competence and modeling competence.

In Sweden, Lithner (2004) has studied strategies for solving exercises in textbooks. He found that only 10 % of the tasks in the textbooks offer training of reasoning built on a deeper understanding and require what is often called higher-order thinking. Although he refers to studies of Swedish calculus textbooks for upper-secondary school, it cannot be neglected that Finnish textbooks for the grades seven to nine also consist of a great majority of tasks, which can be solved by imitating already solved tasks. In addition, more demanding tasks are often found last in the chapters, making them tasks for fast pupils.

Aim of research

Inspired by the facts above, the authors have aimed at finding tasks, larger than short problem-solving tasks (and the tasks in the Finnish Matriculation Examination), but not as extended as projects. The purpose of the tasks is to develop the instruction in the grades seven to nine and more precisely to strengthen the pupils' skills in mathematical thinking and reasoning, problem solving and readiness to work with applications and modeling. It can be stressed that the aim is to design some kind of supplement to the courses in mathematics, which teachers would consider an opportunity and not an obstacle when covering the normal content in the courses of the curriculum.

Starting point and framework

In the introduction to the 14th ICMI Study Volume, Niss, Blum and Galbraith (2007) provide a brief history of the field "applications and modeling", and recognise several phases of research and development concerning applications and modeling in mathematics instruction. The second phase (1975 - 1990) is called the "development phase", when actual curricula and materials at various levels were developed.

A very useful collection of good thoughts from that period of time have been published by Mason, Burton and Stacey (1985). They argued that the rapid question/answer format of many mathematics classrooms is the antithesis of the time and space, upon which developing mathematical thinking depends, and that the practice demands ample time for tackling each question independently. Furthermore, the quality of the reflection depends upon the time to review thoughtfully, to consider alternatives and to follow extensions. The teacher is supposed to turn the pupils' previous indifference or only mild interest to curiosity, to choose questions which can provoke thinking, to recognise how essential confidence is and to create a supportive environment, in which each pupil gets to experience success to some extent. Accordingly, working in groups is helpful, and mathematical thinking can be improved by practice with reflection.

Furthermore, Lithner (2008) states that we want the students to become good problem solvers, but after 20 years of research and reform, many students still do rote thinking and solve tasks by imitative reasoning and lack the training of creative mathematical reasoning. To solve this problem, he suggests the use of a conceptual research framework. As this article deals with the space where problem solving meets application and modeling, it is appropriate to use a framework, very similar to the framework outlined by Niss, Blum and Galbraith (2007). According to them, a *problem* is a task that cannot be solved by using only previously known standard methods. In addition, a method may be standard to one individual but not to another. In this article, the concept "problem" is preferably used in a broad sense, including not only practical problems, but also problems of a more intellectual nature, aiming at describing, explaining, understanding or even designing parts of the world. Problems taken from the *real world* have to do with nature, society or culture, including everyday life. In this article, the term *modeling* includes the entire process of structuring, generating real-world facts and data, mathematising, working mathematically, interpreting and validating. The process might also include possible repetitions of one or several steps. Furthermore, an *application* (of mathematics) is a real-world problem that has been addressed by means of mathematics. A *competency* is the ability of an individual to perform certain appropriate actions in problem situations, where these actions are required and desirable. Consequently, *problem-solving competency* can be defined as the ability to find the solution to a task not corresponding to the previously known standard methods. Furthermore, (*mathematical*) *modeling competency* is the ability to identify relevant questions, variables, relations or assumptions in a given real-world situation, to translate these into mathematics and to interpret and validate the solution of the resulting mathematical problem in relation to the given situation. Since the problem-solving competency and the modeling competency are not sufficient to solve real-world tasks, *other competencies* are also needed, such as appropriately representing mathematical objects involved and arguing and justifying what is being done when applying mathematical algorithms and procedures. As problem solving and modeling often are used as a group activity, *social competency*, more or less specific for mathematics, is needed for an effective cooperative teamwork. Finally, dealing with applications and modeling in mathematics, there is a *challenge*, a dilemma or a problem, as well as there are *questions*, which together form an *issue*. In the following, issues from the second of the four outlined perspectives by Niss, Blum and Galbraith are in focus, i.e. the perspective *development and design*, and more precisely, development and design *of materials and activities*, or just tasks.

Since 1999, a group of researchers in mathematics education, as well as teachers in mathematics from several European countries have gathered at ProMath-conferences, to discuss **pro**blem solving in **math**ematics education. In an article in the proceedings of the 11th ProMath conference 2009, in Budapest, Henze and Fritzlar (2010) also examine model-building processes by the example of Fermi questions, and they illustrate that there are several similarities between problem solving and modeling. They also state that model-building processes play a major role in current discussions and research on mathematics education. After having compared processes in modeling and problem solving, Henze and Fritzlar conclude that modeling processes can be understood as one specific type of problem solving, and later, that good modeling problems can be described by attributes such as realistic, data-based, complex, open and differentiating.

In his doctoral thesis, Ärlebäck (2009) also refers to Fermi problems, as he addresses the issue of how to introduce mathematical modeling to upper-secondary students. He defines realistic Fermi problems in terms of five characteristics, of which three are of special interest. Firstly, he finds the real-world connection, i.e. the problems are realistic and not just intellectual exercises. Secondly, the problem formulation is open and not immediately associated with a known strategy or procedure to solve the problem. Thirdly, the problems have an inner momentum that invite to and promote discussion.

Particularly interesting is a basic idea in the second paper in Ärlebäck (2009). He connects problem solving and modeling as follows: if groups of students engaged in solving realistic Fermi problems display problem-solving behavior resembling sub-activities of the modeling process, then their problem-solving experiences of such an encounter in the classroom could be used as a basis and point of departure for a classroom discussion on what mathematical modeling is, and the demands of engaging in a modeling activity. Consequently, if there is a problem-solving behavior resembling sub-activities of the modeling process, it might be possible to find certain problems or tasks which could be used as an introduction to and exercise for future mathematical modeling tasks.

In addition to the definition of the word problem above, Pehkonen (1997) provides two useful definitions. He deals with methods promoting educational change and suggests the use of problem fields as such a method. In this context, he defines a *problem field* as a set of connected problems, these forming a sequence of problems. He also notes that in a problem field, the difficulty of the problems may range from very simple ones that can be solved by the whole class, to more difficult problems, which only the more advanced students might be able to solve. Pehkonen´s definition of problem fields is acceptable, but in this context, it is preferable to use the concept *problem sequence*, when focusing on problems formed by a sequence of subproblems more than on separate problems linked to each other, or problems as more or less separate extensions from a certain problem.

Conclusions and the design product

Based on the theoretical background above, it seems highly relevant

* to improve mathematical thinking and the quality of reflection and thought by offering the pupils challenges and good questions, possibilities to work with a somewhat more extended problem in steps and discussions with the whole class and the teacher between the steps

* to use real-world (or realistic) problems and elements from modeling in mathematics and create a supportive environment, where working in groups and good teamwork are important, both as means and as result .

Based on these conclusions, a work with tasks (issues), which originated in real-world situations, was started. Desirable was a combination of the pupils' own problem solving in groups with discussions about the results so far, and the teacher's giving new information and new directions for the on-going work, thus creating steps. Nevertheless, it was important to plan the work and take advantage of the possibility of having the pupils to accomplish certain steps of the work as individual homework. The teacher was supposed to give new information between the steps and sometimes to give the work a more or less new orientation. As a conclusion, the final "design product" was

teacher-guided problem sequences.

The (groups of) pupils were also informed to document their results and consequently, they produced paper documentations from each step in the pilot-tests. In the following, one example (issue) is described, although one example cannot highlight all the benefits the project aim at.

The actual test situation and one example (issue)

The pilot-tests were conducted in one group in grade 8 (5 girls and 9 boys), and in three different groups in grade 9, (14 girls and 12 boys; 12 girls and 10 boys; 11 girls and 7 boys). The pupils in the third group in grade 9 were also included in the first group, but they had another course in mathematics later the same year. These 18 pupils were the only ones participating in two different pilot-tests. The problem sequence in the following example was tested in the group in grade 8 and the first group in grade 9.

Example How many trees are there in the forest?

Step 1 Pupils answer an inquiry about how familiar they are with being in the forest.

After step 1, the teacher introduces the task and emphasizes that the pupils should search for a good approximation of the number of trees in the forest and not for an exact number of trees. She also mentions the measure hectare and asks how many square meters one hectare is.

Step 2 Pupils are asked to find out an approximate number of trees in a forest. Calculating the number of trees is not an option since the area of the forest is 6.0 hectares. More precisely, they are asked to make a plan and describe how they would find an approximation, as good as possible, of the number of trees in the forest.

In the discussion after step 2, it is agreed that an estimation of the number of trees requires taking some samples. The teacher encourages the pupils to imagine that they are standing in the middle of the forest and want to take some samples.

Step 3 Pupils are asked to estimate the number of trees by taking some samples and to describe how they would take the samples.

The groups can make suggestions, but after a discussion about different alternatives, the pupils and the teacher agreed to take samples using a circle with a rope as radius. Of course, it is possible that in another class, a different conclusion is more in focus, but for instance, the pupils might notice the difficulty in getting the right angles and knowing where to put the corners if they choose a square or a rectangle.

Step 4 Pupils are told that the forest center suggests an estimation of the number of trees by calculating the number of trees in a circle with radius 4 m. Then, they are asked why they think the Finnish Forest Centre suggests that the radius should be 4 m.

This step is one of the most crucial in the problem sequence. The area of a circle with a 4 m radius is approximately 50 m^2, which makes it much easier to count how many circles of that size the forest contains, and to find a number to multiply the number of trees in the circle with. Briefly, the pupils are offered a golden chance to feel the great pleasure of finding a brilliant solution to the problem.

Step 5 Pupils are given the task with the assumption that there are 13 trees in a circle with the radius of 4 m. They are asked to estimate the number of trees in the forest if the area of the forest is 6.0 hectares.

To make the result more concrete and to connect to the original value in step 2, the problem sequence is ended by a quite simple calculation that every pupil can understand.

The task is a very classic one, but it was chosen to be implemented in steps as a teacher-guided problem sequence. In this sequence, step 1 was done individually and the other steps in groups. The steps 2 to 5 focus on making an estimation with samples, deciding how to take samples, solving the problem with the radius of 4 m, and finally, applying the result. In the first pilot group, step 4 was given as homework, while in the other pilot group, the whole problem sequence took place within a 75 minute lesson. This fact illustrates the possibility of this problem sequence to be conducted within a lesson or split into two parts. Moreover, the comparison between the groups proved it easier for the pupils to find the right solution in the classroom than at home without the aid of the others.

Evaluation of the issue

In order to evaluate the issue, the pupils' papers and the teachers' experiences from the pilot study have been confronted with quality criteria for rich tasks, as proposed by Burman (2009). These quality criteria for tasks are arranged in pairs, referring to the introduction of mathematical content, the development of pupils' understanding, the relations between different areas of mathematics, the relevance of the task, and finally, affective values.

A rich task is supposed to possess several of the following qualities:

Introduction

a) The task can be used to introduce new thoughts and strategies.

b) The task possesses a potential to serve as a challenge for students.

Understanding

c) The task has a potential to serve as a key task in order to understand mathematics.

d) The task encourages the building of new cognitive schemes.

Relations

e) The task can be solved in several ways.

f) The task combines at least two areas of mathematics.

Relevance

g) The task is authentic and relevant to its context.

h) The task initiates and promotes discussions (communication) in the classroom.

Affection

i) The task creates opportunities for the pupils to experience surprise and pleasure.

In this special case, the problem sequence is based on a real-world situation, focusing on the pupils' working in groups. Consequently, it is natural to particularly underline the criteria g) and h), but indications for e.g. (a combination of) b) and i) may also be expected.

Concerning the example, the following remarks could be added:

b) the challenge in the task is to find out why the radius 4 m is preferable

d) at least for some pupils a new cognitive scheme may be needed when they have to find out how to make a good estimation

f) the task shows an example of a relation between geometry and statistics

g) the authenticity of the task is proved by both the Finnish Puuntuottaja and the Swedish Forest Agency (the Internet sources can be found in the reference list)

h) there was not so much discussion in this example, because the pupils seemed to agree about the results in every step. The only exception occurred when the pupils were to decide which type of sample to take, since the first thought for many pupils was a rectangle. Concerning h), as well as a) and d), in the steps 2, 3 and 4, and especially when trying to find reasons for the value 4 m, the pupils were invited to think in a creative way, because they could not imitate any previous tasks. Although the pupils had little experience of this kind of work, some of them could produce creative suggestions, e.g. a reason for the value 4 m.

i) it might be a surprise (at least for those who are not so familiar with forests and forestry) that it is important but also easy to make an estimate of the number of trees in a forest .

Concluding remarks

The use of problem sequences in the grades seven to nine has proved to be very useful, since several quality criteria for rich tasks are fulfilled, and creative reasoning among pupils, individually or in groups, has been noticed. In a problem sequence with various difficulties in different steps, every pupil is also given several possibilities to contribute to the solution of the problems. Some pupils, who usually do not show much interest in mathematics, were now engaged in at least some of the tasks in a sequence. Group activities possess the potential to offer everybody the feeling of having solved problems together. Last but not least, with problem sequences it was possible to come closer to a higher-order thinking, because the pupils had no previously solved tasks to imitate. The results seem promising enough to suggest further research built on the proposed basis, in Finland as well as in other countries.

References

Andrews, P. (in this volume). *The Emperor's new clothes: PISA, TIMSS and Finnish mathematics.*

Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 45–56). New York: Springer Science Business Media.

Burman, L. (2008). A nordic competition in problem solving. In T. Fritzlar (Ed.), *Problem Solving in Mathematics Education* (pp. 49–58). Hildesheim, Berlin: Verlag Franzbecker.

Burman, L. (2009). On the classification of tasks in mathematics instruction. In L. Burman (Ed.), *Problem Solving in Mathematics Education* (pp. 53–59). Vaasa: Åbo Akademi University.

Gregersen, P., & Jensen, T. H. (1998). *Problemløsning og modellering i en almendannende matematikundervisning*. Tekster fra IMFUFA, nr 353. Roskilde: Roskilde universitetscenter.

Henze, J., & Fritzlar, T. (2010). Primary school children's model building processes by the example of Fermi questions. In A. Ambrus & È. Vásárhelyi (Eds.), *Problem Solving in Mathematics Education* (pp. 60–75). Budapest: Eötvös Loránd University.

Jensen, T. H. (2007). *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* Roskilde: Roskilde universitetscenter.

Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 405–427.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255–276.

Mason, J. with Burton, L., & Stacey, K. (1985). *Thinking mathematically*. Wokingham: Addison-Wesley Publishing Company.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith. P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 3–32). New York: Springer Science Business Media.

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring.* København: Undervisningsministeriet.

Pehkonen, E. (1997). Use of problem fields as a method for educational change. In E. Pehkonen (Ed.). *Use of open-ended problems in mathematics classroom* (pp. 73–84). Helsinki: University of Helsinki.

Pehkonen, E., & Rossi, M. (2007). Some alternative teaching methods in mathematics. In E. Pehkonen, M. Ahtee & J. Lavonen (Eds.), *How Finns Learn Mathematics and Science* (pp. 143–154). Rotterdam: SensePublishers.

Puuntuottaja (2012). *Taimikon runkoluvun määrittäminen.* Retrieved from http://www.puuntuottaja.com/taimikon-runkoluvun-maarittaminen/

Skogsstyrelsen (2010). *Att röja är att investera*. Retrieved from http://www.skogsstyrelsen.se/Aga-och bruka/Skogsbruk/Skogseko/ Artikelregister/SkogsEko-22010/Att-roja-ar-att-investera/

Ärlebäck, J. B. (2009). *Mathematical modelling in upper secondary mathematics education in Sweden.* Linköping: Linköping University.

Shifts in teacher trainees' views of factors influencing the learning of mathematics

Pasi Eskelinen, Lenni Haapasalo
University of Eastern Finland

The results of a long-term study among elementary teacher trainees during two consecutive courses in mathematics didactics suggest that the subjects' views of key factors influencing the learning of mathematics can be shifted from textbook-oriented and teacher-centred working culture towards collaborative one, emphasizing visualization and utilization of technology.

Introduction

In the teacher education program for elementary teachers at the Philosophical Faculty of the University of Eastern Finland there are only two courses in the didactics of mathematics (3 credits in September –November, and followed by 4 credits in January-April). To monitor elementary level trainee teachers' professional development, the authors conducted a long-term study during these courses in 2012-2013. At the first stage of the study the main aim was to find out what the subjects find as key issues when learning mathematics in school, how this reflects their views as teachers, and which kind of support for NCTM standards and for the eight Zimmermann (2003) activities (order, find, play, construct, apply, calculate, evaluate, and argue) they gained from school mathematics and the own use of ICT, respectively. The genesis of those sustainable activities has been described in detail by Haapasalo and Eskelinen (2014) in this volume.

The second stage of our study was to find out which kinds of shifts in these views can be gained during those two pedagogical courses. The main issues in this article are shifts in views of learning materials, visualization, and utilization of technology. In our second article in this volume (Haapasalo & Eskelinen 2014) we represent findings regarding NCTM standards and the sustainable activities. The dashed lines in the figures of both articles serve the purpose of illustrating the results of the first stage of the study.

Background

The results of the first stage of our study (see Haapasalo & Eskelinen, 2013) suggest that the main source of mathematical knowledge was textbook that was hoped to contain more real application tasks. Both technology and visualizations were seldom utilized in the classroom even though the subjects found that especially visualizations helped to understand mathematics. The most important factor to learn mathematics was the own interest. This does not seem to come from the use of technology because the subjects did not use ICT for the learning of mathematics outside the classroom but obviously rather for entertainment. The support gained form ICT for the Zimmermann activities was even more modest than that gained from mathematics teaching.

When orchestrating our pedagogical courses, we keep in mind that there are numerous paradigmatic tensions to be handled at the same time (see Haapasalo, 2008). Because of the importance of procedural knowledge in the human construction of knowledge, we interpret learning environments as so-called *investigation spaces* which allow learners to come up with their spontaneous procedural knowledge. However, this knowledge type cannot be dominant because the main goals of any education are to promote a skilful drive along knowledge networks and the ability to apply knowledge in new situations, requiring linkage between the Zimmermann activities. The recent dissertation of Lauritzen (2012) reveals two crucial determinants: firstly, procedural knowledge is necessary but not sufficient for conceptual knowledge, and secondly, to be able to apply knowledge, students need conceptual knowledge. Combining these demands we can conclude that the so-called *developmental approach* based on a genetic view emphasizing procedural knowledge needs to be combined with the *educational approach* based on dynamic interaction emphasizing conceptual knowledge (Haapasalo, 2007). To understand these approaches it might be appropriate to open up the following characterizations (see Haapasalo & Kadijevich, 2000):

• *Procedural knowledge* denotes dynamic and successful use of specific rules, algorithms or procedures within relevant representational forms. This usually requires knowledge of the subjects being used, and also knowledge of the format and syntax required for the representational system(s) expressing them.

• *Conceptual knowledge* denotes knowledge of particular networks and a skilful "drive" along them. The elements of these networks can be concepts, rules (algorithms, procedures, etc.), and even problems (a solved problem may introduce a new concept or rule) given in various representational forms.

Aims and Methods

The research subjects consisted of elementary teacher trainees during their two courses that can be opened up shortly as follows.

During *Course 1* the developmental approach meant that the subjects worked in collaboration 16 h in small groups discussing how they would use concrete learning materials from Internet (e.g. Junttila & Ristola, 2011), NCTM standards and other sources for their teaching and how their plans would fit the Finnish School Curriculum. Educational approach meant supporting this discussion with synchronized lessons (16 h) representing theories of teaching and learning, especially the MODEM –framework for the interaction between conceptual and procedural knowledge (see Haapasalo, 2007; 2008). One of the mathematical topics was 'measuring (decimals)' because the dissertation of Eskelinen (2005) gives a research-based model to consider simultaneously mathematical knowledge and pedagogical knowledge, and even the usage of technology. At the end of the course, the subjects represented their portfolio type of works regarding NCTM standards.

Course 2 was based even more on collaboration within small groups (20 h), the amount of lessons being decreased to only 4 hours. One of the core mathematical topics was 'fractions' while technology appeared mainly by using GeoGebra.

The *research questions* in the study were, which kinds of shifts occur between the beginning of the first course and the end of the second course in the subjects' views of

(i) factors influencing subjects' own learning of mathematics?

(ii) the amount of different task types that the subjects found in textbooks?

(iii) the usage of ICT and visualization appearing in their own learning of mathematics.

(iv) how ICT might be used nowadays in the learning of mathematics.

For gaining the data, the subjects twice answered a web-based questionnaire (https://elomake.uef.fi/lomakkeet/5106/lomake.html) that consisted of 26 questions within a 5-step Likert scale (from 1=very weak to 5=very strong), and of four open-ended questions. The first questionnaire was answered by 116 subjects, and the second one by 95, respectively. The data for the comparison has been taken from the objects participating in both questionnaires.

The significance of the shifts between the two measurements were analyzed statistically by using Wilcoxon's test (Siegel & Castellan, 1988, p. 87). In addition to that, the Effect Size was calculated to indicate the strength of the change.

Results

The dashed lines indicate the results at the beginning and the normal lines at the end, respectively. An unorthodox graph type has been chosen for visual clarity. Figure 1 illustrates that there are quite modest shifts in how subjects experienced each factor influencing on their own learning of mathematics. Perhaps the collaboration in small groups opened up social aspects of mathematical learning causing almost significant positive shift regarding teacher's personality and help gained from parents.

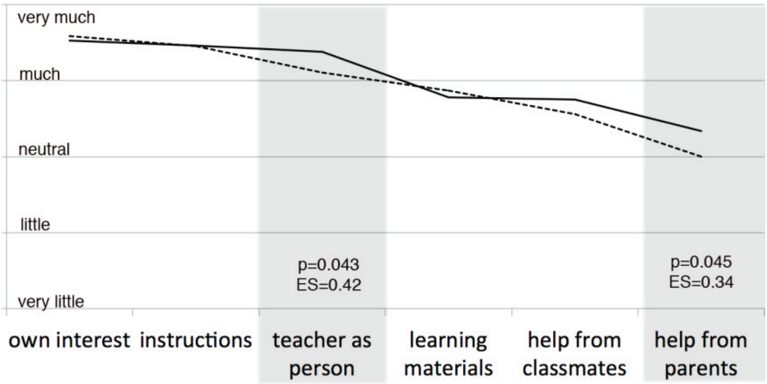


Figure 1. Shifts in the factors influencing on subjects' own learning (averages).

Figure 2 represents shifts in the different task types the subjects found in their textbooks. The significant increase in symbolic tasks and the significant decrease in verbal tasks refer to the fact that the subjects were able to apply the pedagogical theories in an appropriate way. They probably did not classify simple verbalizations of mechanical tasks as verbal tasks as was the case at the beginning of the course.

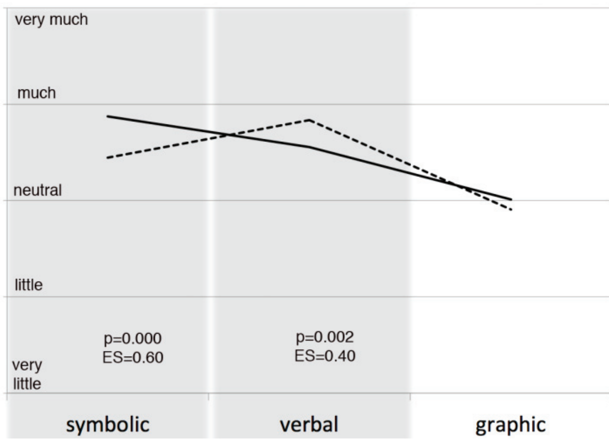


Figure 2. Shifts in the views regarding the amount of different task types that the subjects found in textbooks (averages).

Figure 3 shows that the subjects seem to gain help for their own learning most from visualisation. The use of ICT for mathematics learning is even more modest outside than inside the classroom, and also the help gained from ICT is low. However, the pedagogical courses caused statistically very significant shifts in all factors except in one where the shift is significant. Still, the activity to use ICT for mathematics learning is stronger inside than outside the classroom, and also the help gained from ICT is lower than other kind of visualization.

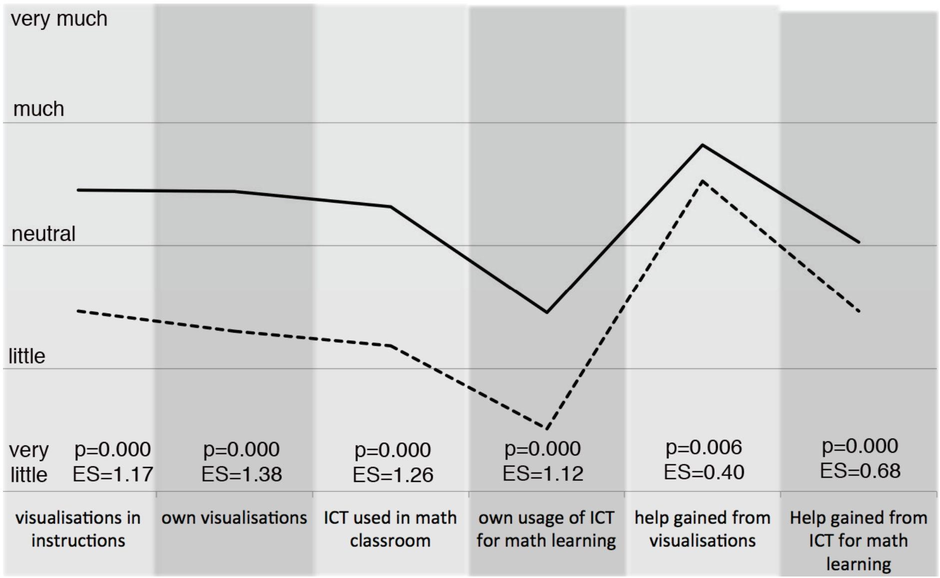


Figure 3. Shift in the views regarding how the subjects found the usage of ICT and visualization appearing in the learning of mathematics.

Figure 4 illustrates that the subjects are quite careful in expressing their wishes regarding the use of ICT in mathematics learning in general. Interestingly almost significant increase occurs in the so-called ICT-weighted math as the subjects were asked if they would like to shift mathematics teaching so that pupils could learn more by using their own computers. Even though they believe that their own future pupils would like to use interactive ICT (games, simulations, applets etc.) at home with their siblings and parents, they still believe rather on the power of traditional homework whereby technology could be used just partly.

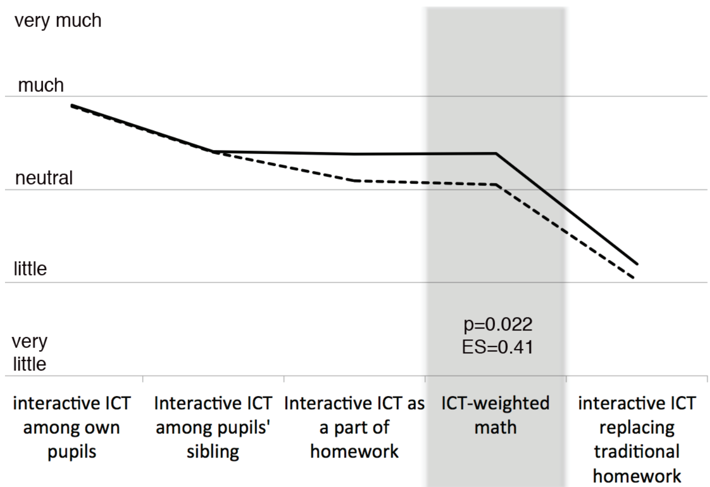


Figure 4. Shift in the views regarding how the subjects think ICT might be used in the learning of mathematics.

Conclusions

Recalling the findings that the most explaining factors that support the Zimmermann activities seem to come from outside of both mathematics teaching and the use of ICT (cf. Haapasalo & Eskelinen, 2013; 2014), interestingly also factors influencing on subject's own learning seem to be different than what the subjects think might impact on the learning of their own pupils. Using the terms of Aviram and Talmi (2005), the results refer rather to technocratic than reformist or holistic paradigm of the educational use of the ICT. According to a technocratic view, the use of the ICT does not essentially bring anything new to the teaching. The structures and functions of the present school organization will not significantly change with the technological development. According to reformist and holistic view, the new technology can be used to reform teaching, primarily by developing more active didactic approaches to the teaching. The ones representing a holistic paradigm are unanimous about the fact that the development of the ICT will cause major pressures for change for the whole school system and that the large-scale transition to the information society will radically change not only our conceptions of the information, learning, work, communication and cooperation but also our conception of the identity of an individual. However, our results encourage to a hypothesis that by increasing the volume of pedagogical courses in mathematics and linking progressive technology as CAS and dynamic geometry, for example, could trigger even reformist view and finally accept the fact that the development of ICT will cause a shift in whole school system as it does outside the school. The dissertation of Eskelinen (2005) and the findings of Eronen and Haapasalo (2011) suggest that design of technology-based learning environments within an adequate constructivist theory linked to the knowledge structure offers promising responses to get students understand to the basic components for teaching and learning in mathematics and in more general.

References

Aviram, A., & Talmi, D. (2005). The Impact of ICT on Education: The Missing Discourse between Three Different Paradigms. *E-Learning,* 2(2), 169–191.

Eronen, L., & Haapasalo. L. (2011). Shifting mathematical Profiles among Elementary Teacher Students and Mathematics Students. In L. Burman, O. Björkqvist & A-S. Röj-Lindberg (Eds.) *Long-term Research in the Didactics of Mathematics and Science* (pp. 49–54). Vaasa: Åbo Akademi University.

Eskelinen, P. (2005). *Collaborative design activities of student primary school teachers to promote their constructivist views on teaching and learning.* Joensuu: University of Joensuu.

Haapasalo, L. (2007). Adapting Mathematics Education to the Needs of ICT. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology,* 1(1), 1–10. Retrieved from https://php.radford.edu/~ejmt/deliveryBoy.php?paper=eJMT_v1n1p1

Haapasalo, L. (2008). *Perspectives on Instrumental Orchestration and Assessment - from Challenges to Opportunities*. Plenary speech in the 13th Asian Technology Conference in Mathematics. (ATCM 2008), December 15–19, 2008, Suan Sunandha Rajabhat University, Bangkok, Thailand.

Haapasalo L., & Eronen L. (2011). Looking Back and Forward on the Light of Survey Studies Related to Mathematics Teacher Education. In H. Silfverberg & J. Joutsenlahti (Eds.), *Integrating Research into Mathematics and Science Education in the 2010s* (pp. 67-84). Proceedings of Annual Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association October 14–15, 2010.

Haapasalo, L., & Eskelinen, P. (2013). Elementary level trainee teachers' views of teaching mathematics and the usage of technology at the beginning of their didactical courses. In M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (E ds.), *Proceedings of the annual conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association* (pp. 25–33). Jyväskylä: University of Jyväskylä.

Haapasalo, L., & Eskelinen, P. (In this volume). *Shifts in Teacher Trainees' Views of NCTM Standards and Sustainable Activities*.

Haapasalo, L., & Kadijevich, Dj. (2000). Two Types of Mathematical Knowledge and Their Relation. *Journal für Mathematik-Didaktik,* 21(2), 139–157.

Junttila, J., & Ristola, K. (2011). *Alkuopetuksen matematiikkaa toiminnallisesti.* Retrieved from http://www.edu.fi/download/135858_nappituntuma.pdf

Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematical Functions*. Publications of the University of Eastern Finland. Dissertations in Education, Humanities, and Theology.

Siegel, S., & Castellan, N. J. Jr. (1988). *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. NY: McGraw-Hill.

Zimmermann, B. (2003). On the genesis of mathematics and mathematical thinking – a network of motives and activities drawn from the history of mathematics. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), *Towards meaningful mathematics and science education* (pp. 29–47). Joensuu: University of Joensuu.

Shifts in teacher trainees' views of NCTM Standards and sustainable activities

Lenni Haapasalo, Pasi Eskelinen
University of Eastern Finland

The article summarizes outcomes of a long-term study among elementary teacher trainees during their two consecutive pedagogical courses of mathematics. It suggests that collaborative working culture utilizing learning technologies can cause a positive shift in the subjects' professional development when using two types of indicators: NCTM Standards and the eight sustainable activities from the history of mathematics.

Introduction

To evaluate the quality of 'mathematical education', 'mathematics teaching' and 'teacher education', there are two types of relevant indicators that have been neglected in educational research. Firstly, even though the first five of the NCTM (1989) standards (problem solving, communication, reasoning, connections, evaluation) have been emphasized in the research community of mathematics education since a quarter of century, there is next to nothing empirical research of how they appear in mathematics teaching in spite that their starting point was to emphasize the most crucial components of mathematical instruction. Secondly, to obtain a more solid view of mathematics, it is important to know how and from where mathematical knowledge and mathematical thinking might appear and come into life and action. Based on "human laboratory within 5000 years", Zimmermann's (1991, 2003) study of the history of mathematics reveals eight main activities, which proved to lead to new mathematical results at different times and in different cultures for more than 5000 years: order, find, play, construct, apply, calculate, evaluate, and argue (see Figure 1).

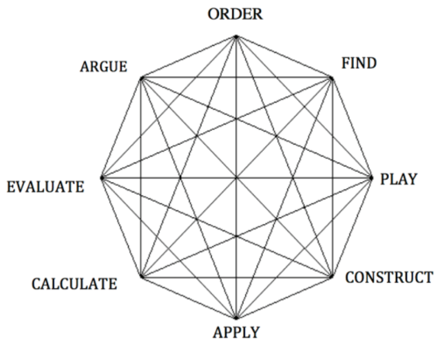


Figure 1. Activities proved to be especially successful in making of mathematics (Zimmermann, 2003).

To justify why it is appropriate to take these activities (to be called Z-activities in this article) as an element not only in a theoretical framework for structuring of learning environments or analyzing student's cognitive and affective variables but also to assess the quality of teacher education, we discuss here two components: *relevance* and *significance* (cf. Haapasalo & Hvorecky, 2011).

To assess the *theoretical relevance*, it is appropriate to know about the experiences that have been important for Zimmermann to gain a competence to recognize, analyze and interpret mathematical thinking processes from several viewpoints and disciplines at the same time. The Z-activities and their connections have been crystallized from the history of mathematics based on more or less original sources within intensive research during more than 25 years. Zimmermann (2003, pp. 42-43) has been inspired to this octagon by an old picture from a book of Leibnitz, who took it from Clavius from 1585, representing parts from the philosophy of Aristotle.

The development of the Octagon must be seen as an extension of Zimmermann's research on mathematical beliefs and on history of problem solving during several decades (Zimmermann, 1991, 2003). This has been carried out using theoretical analyses of heuristic problem-solving and philosophy of science and cognition. Based on case studies and hermeneutic analysis of some 1000 resources from history of mathematics he classified key movements in mathematical development. As regards other methods, for his dissertation he carried out an exploratory study with pupils and students including videotaped think-aloud sessions of students when solving problems from incidence-geometry. Based on this, he constructed a theoretical framework referring to problem-solving perception and mistakes, and developed a new category on the basis of this theoretical framework to describe and analyze problem-solving processes. He also developed statistical methods (e.g. sequence-analysis) helping to determine sequences of actions that occur more frequently in solution ideas, heuristics, mode of representation, etc. in order to design methods of their prevention. Furthermore, he observed and analyzed problem solving among gifted students to determine different types of giftedness. On the basis of several hypotheses and their evaluation using corresponding statistical methods, he developed in his habilitation work (Zimmermann, 1991) a new comprehensive questionnaire, having been administered for 100 mathematics teachers and for more than 2700 students.

As regards the *pragmatic relevance*, if the Z-activities have been sustainable and viable for more than 5000 years in human history, why wouldn't they be that also for us modern citizens? Furthermore, they are in accord with NCTM process standards and the fundamental ideas represented by Schweiger (2010), also a long-term expert in the research of history of mathematics from cognitive perspective. Finally, the relevance of the Octagon can be justified also from the perspective of Knowledge Management (see Haapasalo & Hvorecky, 2011).

Regarding the significance of the Octagon, it may be described by three indicators: *gap bridging, research embedding,* and *research novelty*. They denote the extent to which the research is linked to previous studies and generates new knowledge on the field (see Simon, 2004). To emphasize the novelty, Kilpatrick (1993) and Sierpinska (1993) speak about *originality.* Each of those three indicators of significance depends on the other two, especially in Zimmermann's research. Even though there is a huge amount of pages written of the history of mathematics, only minimal part of it concerns cognitive perspective. To know which thinking tools (heuristics) have proved themselves to be especially productive is a key question of education and classroom management. When shifting the focus to mathematics teaching, we should know how mathematical knowledge and mathematical thinking might come into student's heads, into life and into action. There is unlikely "the ideal approach" as the answer depends on the local culture, economic and social status of the country and other factors. Concerning *research originality* and *research novelty*, to our knowledge, Zimmermann might be the only researcher who has carried out a long-term study of cognitive and motivational processes and activities, which again and again lead to new mathematics, the outcome might be an encompassing system of structures, principles and concepts for the generation of mathematical thinking. By examining, introducing, and sometimes even operationalizing issues that have a previously established niche to be occupied, he brings an important contribution to the neglected topic 'human aspects of mathematics', being emphasized in the dissertation of Kadijevich (2004). Zimmermann tries to take advantage of available resources and not tending to operate in own narrow research circles by ignoring the work of others in the field.

Instrument development

Now that the reader is informed about the originality of Zimmermann's framework, he or she might understand that the gap bridging to other studies of this article cannot be made in "housebroken way by quoting sufficiently many recent studies", contaminating our educational community within the well-known Brousseau paradox "80% of research in our field is nothing but old answers to old questions" (Gjone, 1999, p. 51; Brousseau, 1997, p. 263). Thus, the research embedding can be made within studies of the team Haapasalo, only.

When conducting two international studies and finding that the professional development of mathematics teacher trainees was supported poorly within Educational Technology Standards (see Kadijevich et al., 2005; Haapasalo, 2007), the first author got in 2005 an idea to develop some kind of standards related to mathematics education. A survey among 102 elementary teacher trainees suggests that teacher education is not able to respond student expectations concerning NCTM standards, released about 15 years ago (see Eronen & Haapasalo, 2011, pp. 69–70).

After representing in close co-operation with Professor Zimmermann each of the Z-activities through three sub-activities that might be more understandable within a questionnaire, Haapasalo and Eronen (2011) developed a Likert-scale instrument to measure three profiles among teacher trainees:

• *Identity -profile:* How good the student thinks he or she is performing each Z-activity,

• *Math -profile:* How strong the student thinks mathematics teaching in school supports each Z-activity,

• *ICT -profile:* How strong the student thinks the usage of Information and Communication Technology supports each Z-activity.

To find appropriate sub-activities that would describe the Z-activities in unique and understandable way, several instrument versions were tested during 2005-2007 for different target groups. The entry of ICT becomes important after amazing outcomes of the so-called *ClassPad1 project.* Even a mediocre pupil at 8th grade was, namely, capable in doing mathematics with CAS calculator voluntarily during her summer holiday (see Eronen & Haapasalo, 2010).

Regarding the above-mentioned profiles, the study of Eronen and Haapasalo (2011) among elementary teacher trainees suggests that mathematics teaching in school does not support the Z-activities except calculation. When repeating the survey among mathematics teacher trainees in Finland and in Germany, they found that support gained from university mathematics was even weaker than that from school mathematics, especially regarding creative activities as order, find, play, and construct (see pp. 75–76). The first study year at the Department of Mathematics rather degenerated than extended those profiles. However, using modern technology within a constructivist framework during authors' pedagogical courses elementary teacher trainees extended their views of mathematics.

Background

This study is a part of the long-term study at the Philosophical Faculty of the University of Eastern Finland, described in more detail in our second article in this volume (Eskelinen & Haapasalo, 2014). Its pedagogical framework can be found in Haapasalo and Eronen (2010), respectively. The aim of the first stage of the study (Haapasalo & Eskelinen, 2013) was to find out what elementary teacher trainees find as key issues when learning mathematics in school, how this reflects their views as teachers, and which kind of support for the Z – activities they gained from school mathematics and the own use of ICT, respectively. The subjects found that mathematics teaching, based on textbooks utilizing neither visualizations nor technology, offered modest support for the Z-activities except calculating. On the other hand, the support the subjects gained from their own usage of ICT was found to be even lower except in playing and constructing, suggesting that ICT was used rather for entertainment than for work that requires or promotes the activities for which computers were originally designed.

Aims and Methods

Encouraged by the results above we wanted to study which kinds of shifts regarding the views of the NCTM standards and the Z-activities could be caused among elementary teacher trainees during their two consecutive courses (3 + 4 credits) in the Didactics of Mathematics. The main research questions were:

• Q1: Which kinds of shifts can be found in the Identity –profiles, Math–profiles, and ICT –profiles among the subjects?

• Q2: How the subjects think the NCTM standards and the Z-activities appeared in different types of study modules during the first course?

Regarding Q1, a web-based questionnaire using a 5-step Likert scale (from 1=very weak to 5=very strong) was repeated in September 2012 at the beginning of the first course, and in March 2013 at the end of the second course (see https://elomake.uef.fi/lomakkeet/4831/lomake.html). Answers to the first survey came from 112, and to the second one from 83 subjects. Within the latter ones there were possibly few students who did not answer the first query. Regarding the ICT –profile, it is appropriate to emphasize that the second query begun with an important sentence: ”Imagine that mathematics teaching in school and the usage of ICT would follow the guidelines emphasized during the two pedagogical courses. Evaluate how they could support each of the Z-activities.”

The data for Q2 was gained from 115 subjects who answered a paper-and–pencil questionnaire at beginning of the second course in January 2013. The questions considered how each of the standards appeared during the lectures and small group of the first course, mutual discussions outside the classroom, and when observing mathematics teaching in the training school. During the first course the subjects did not give own mathematics lessons but though observed the teaching in the training school.

The significance of the shifts between the two measurements were analyzed statistically by using Wilcoxon’s test (Siegel & Castellan, 1988, p. 87). In addition to that, the effect size was calculated to indicate the strenghth of the change. As regards the instrument, the consistency and reliability of the instrument was measured by calculating the Cronbach’s alpha in both of the measurements regarding all of the three types of profiles. In the first test the average alpha values varied between 0.67 and 0.80, and in the second test between 0.67 and 0.82, respectively.

Result

Regarding Q1, Figures 2-6 represent the shifts in the profiles among the subjects during the two pedagogical courses. The dashed curves represent the findings at the beginning of the first course, reported in Haapasalo and Eskelinen (2013, p. 31). Figure 2 illustrates that the Identity -profile (i.e. self-confidence in doing each of the Z-activities) remains quite constant during the two courses. Statistically almost significant shifts (increase) occurred in ordering and playing. Figure 4 represents the outcome within the sub-activities. Statistically almost significant shifts (decrease) occurred in the first, second and ninth variable.

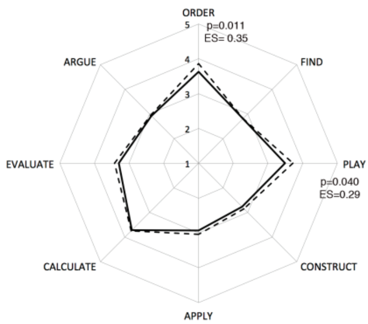


Figure 2. Shifts in the Identity profiles.

Concerning the support gained from mathematics teaching, increase occurred in all Z-activities but calculating. The shifts are significant in ordering, playing and evaluating, and almost significant in finding and applying (Figure 3 left). When analysing the same within the sub-activities (Figure 5), significant or almost significant increase occurred in six activities, whilst the only significant decrease occurred in one. As regards the ICT –profiles, in all Z-activities but playing and finding significant increase occurred (in finding almost significant, (Figure 3 right). Figure 7 reinforces the outcome when analysing the sub-activities.

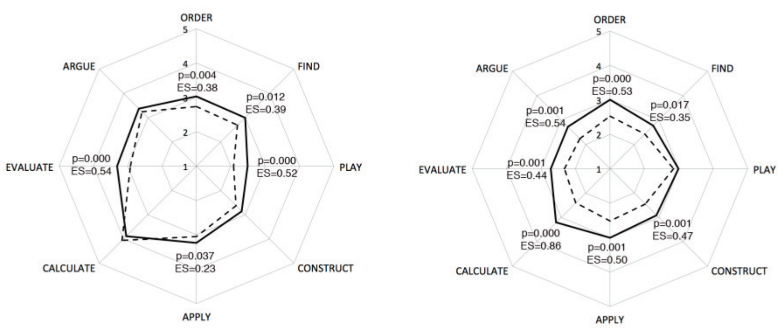


Figure 3. Shifts in the Math -profiles (left) and ICT –profiles (right).

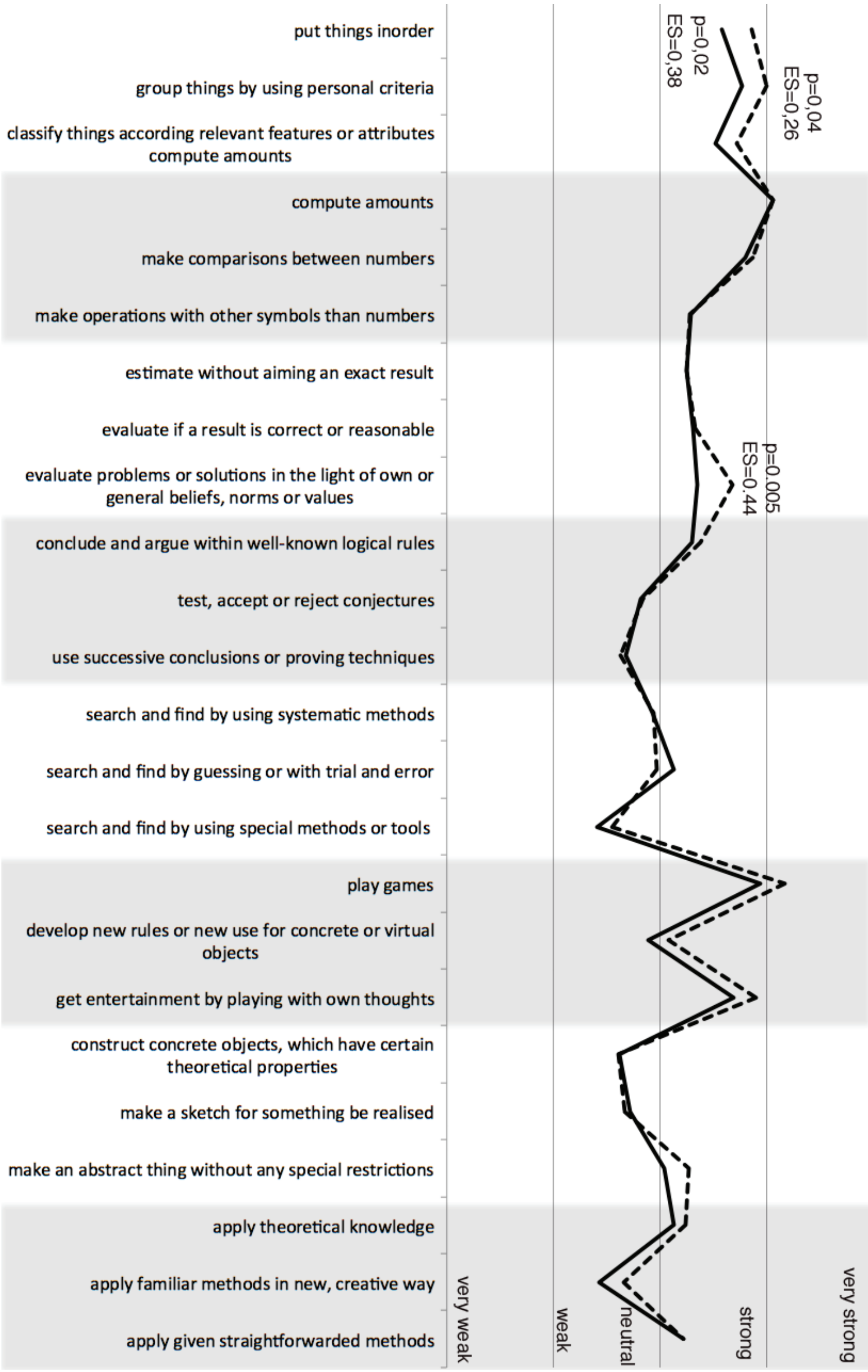


Figure 4. Shifts in the Identity profiles regarding the sub-activities. The unorthodox graph type has been chosen for visual clarity.

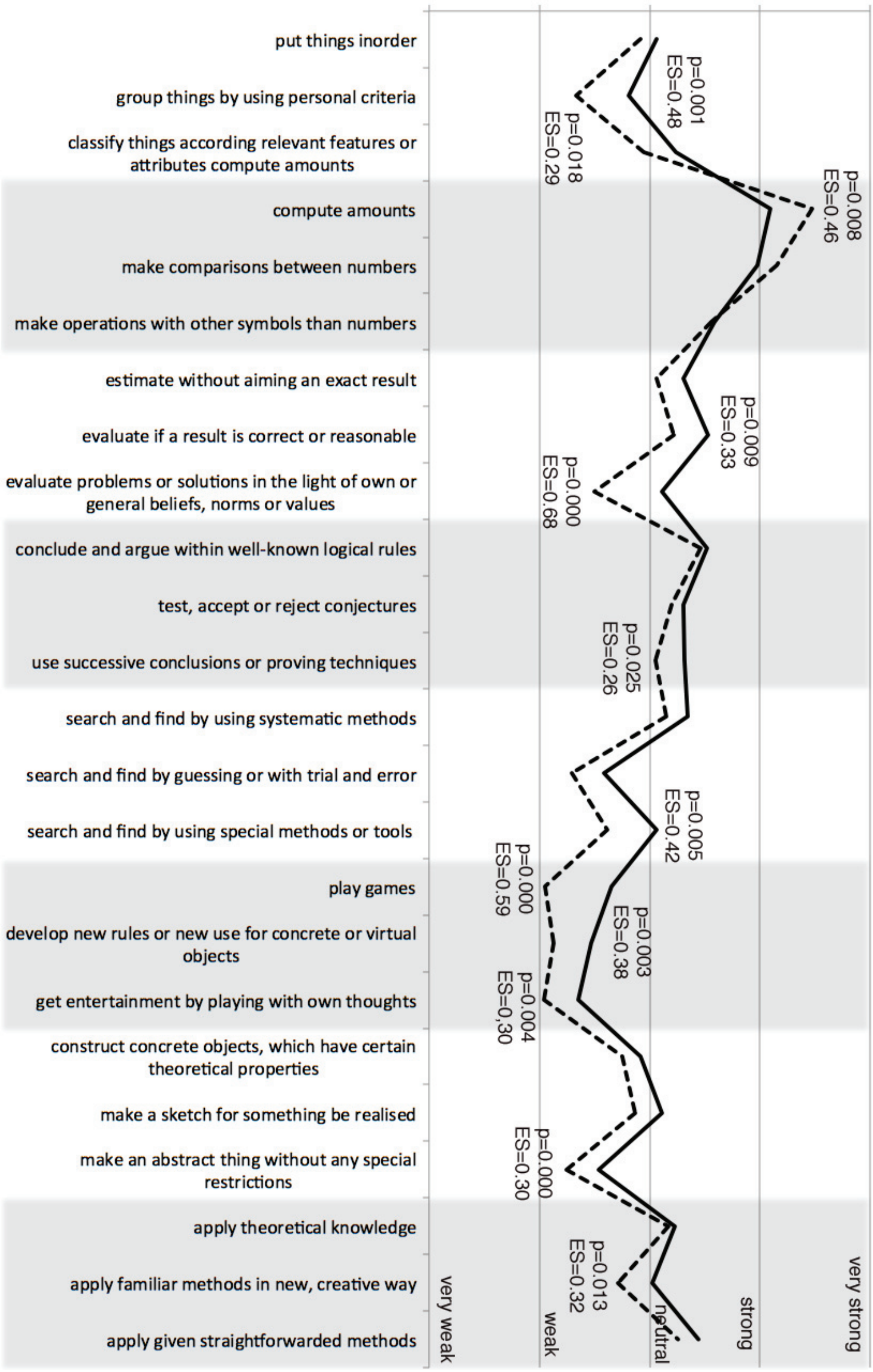


Figure 5. Shifts in the Math- profiles regarding the sub-activities.

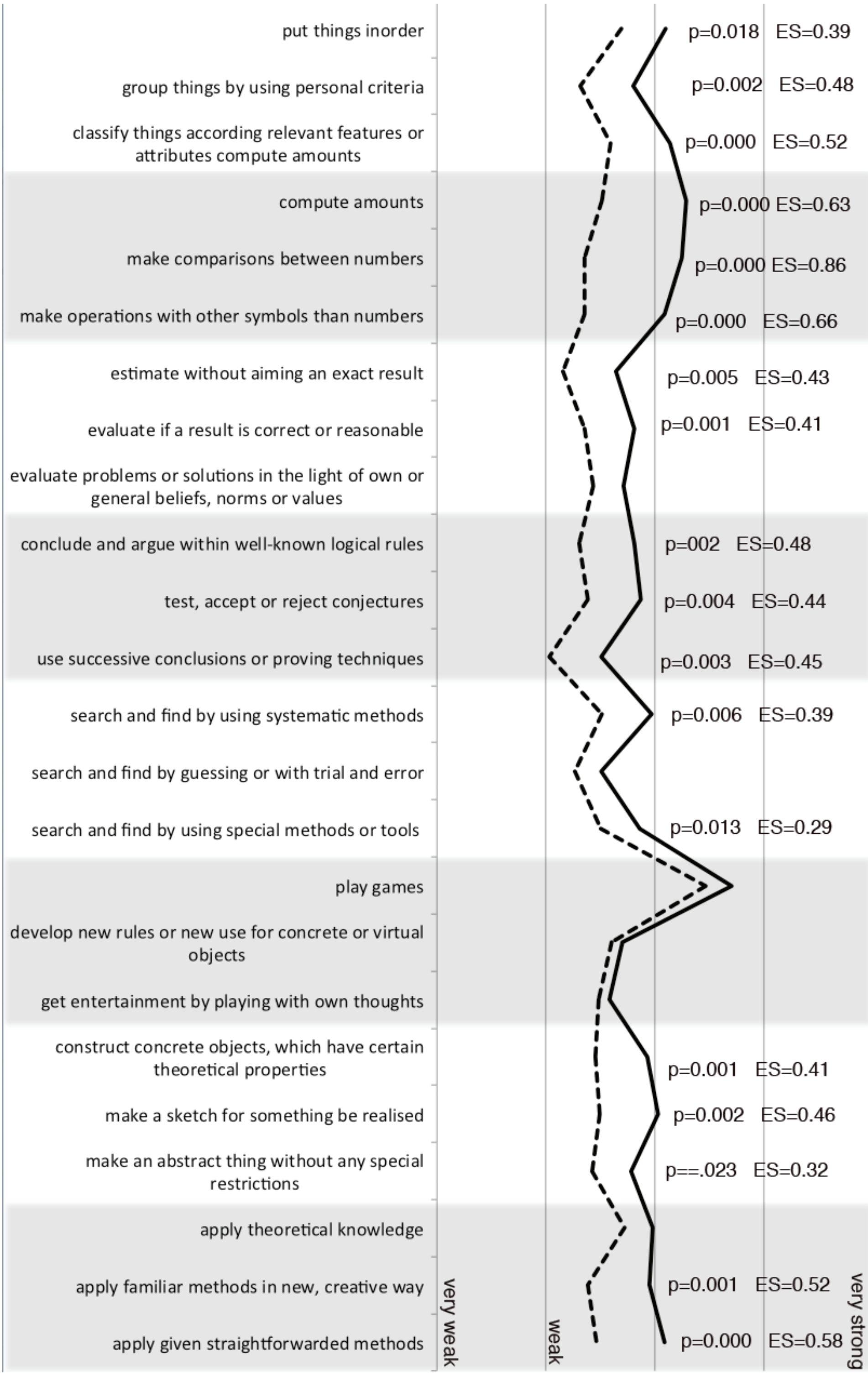


Figure 6. Shifts in the ICT-profiles regarding the sub-activities.

Concerning Q2, during the first course the subjects were able to make presentations based on the material on the NCTM websites. Figure 7 reveals, however, that the subjects evidently took it as a neutral task among many of the mandatory duties during their studies. Again, the unorthodox graph type has been chosen for visual clarity. The most interesting outcome is a strong contrast between what happened within the course of pedagogics and what happened in the training school. The subjects seem to think that whilst the Z-activities and NCTM standards have been emphasized during the pedagogical course, the current teaching in school seems to reflect same kind of deficiency as during their own school time.

To see the stability of our instrument, the same query was repeated for new students at the end of their first pedagogical course in November 2013. Amazingly the modes are exactly the same for every variable, and there are only small differences in the averages and standard deviations.

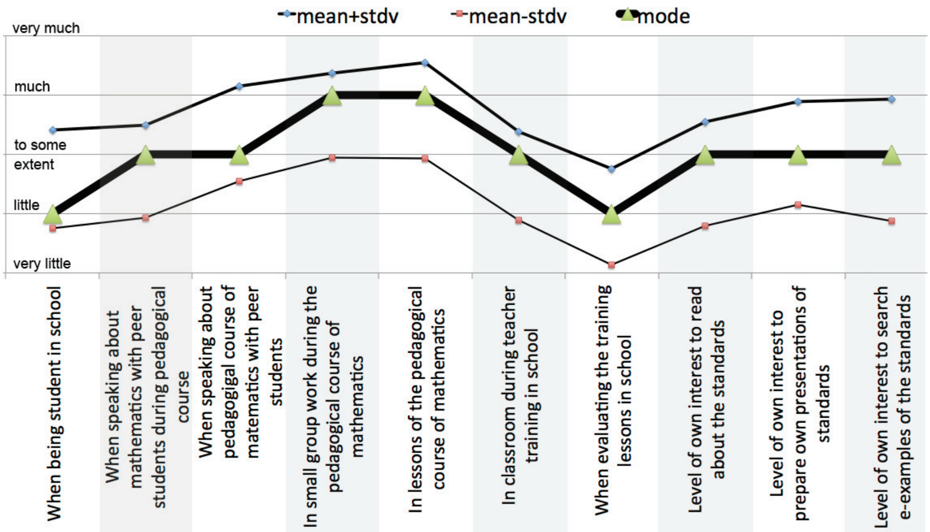


Figure 7. How the subjects thought the NCTM standards and the Zimmermann activities appeared in different types of modules during the first course.

Conclusions

Contrary to curricula, written mainly by educational policy makers, both the sustainable activities and the first well-known five NCTM standards have scientific justification to be used as indicators throughout teacher education no matter if the question is about contact teaching in pedagogical studies or how students proceed when giving their own teaching. Our study suggests that the standards do not appear neither in students' own learning history nor in current mathematics teaching in the training school, even though about a quarter of century has gone since the standards were released and have since been alive in publicity. Even more surprising is the finding at the first stage of our long-term study (see the dashed lines in Figures 2–7 and Haapasalo & Eskelinen, 2013) that students seem to use ICT for entertainment purpose and not for work that requires or promotes the main activities. Surprisingly even order, argue, calculate and apply seem to be absent when the objects use ICT.

At the beginning of the first course we felt humble in front of the huge challenges for teacher education especially regarding the creative activities (i.e. the right-hand half of the Octagon) and utilisation of ICT. After our long-term study we feel that the usage of ICT as learning technologies in constructivist spirit shifted both Math –profiles and ICT –profiles among the subjects, referring to a remarkable shift even in paradigm of teaching and learning as Haapasalo and Eronen (2011, p. 77–80) found in their study.

When assessing the quality of our study, *research usefulness* is linked *to* theoretical and pragmatic relevance, and research *relatedness*. Those components have been discussed in the introduction part with *research originality and novelty* (cf. Kilpatrick, 1993, Sierpinska, 1993). As regards the *rigor*, it refers to how rigorously and precisely the empirical or theoretical basis and analysis of the study is designed, and the study carried out and reported. This is related to *validity a*nd *precision of meaning*. Both of them refer to the conclusions drawn from the study (Kilpatrick, 1993). The validity is connected to *predictability* and *reproducibility*: A good report of a research study ought to lay out the procedures used by the investigator so clearly that another person could, at least in principle, reproduce the study (Sierpinska, 1993). Quoting Freudenthal (1991): Knowledge can successfully be presented as a product if the process of its acquisition is reproducible. We feel anybody can quite easily use our instrument to repeat the study. The recent dissertation of Eronen (2014) justifies this view because the same instrument for the sustainable activities is one of the essential components of his thesis. Our next step is to carry out an extended international study, hopefully triggering a new kind of assessment practice.

References

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht: Kluwer.

Eronen, L., & Haapasalo, L. (2010). Making Mathematics through Progressive Technology. In B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. Dahl & L. Haapasalo (Eds.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (pp. 701–710). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Eronen, L., & Haapasalo. L. (2011). Shifting Mathematical Profiles among Elementary Teacher Students and Mathematics Students. In L. Burman, O. Björkqvist & A-S. Röj-Lindberg (Eds.) *Long-term Research in the Didactics of Mathematics and Science* (pp. 49–54). Vaasa: Åbo Akademi University.

Eronen, L. (2014). *Quasi-systematic minimalism within socio-constructivist learning of mathematics*. Joensuu: University of Eastern Finland. Retrieved from http://oili.uef.fi/en/uef/-/31-5-oppilaskeskeisessa-matematiikan-opetuksessa-opitaan-ilman-perinteista-luokkatyoskentelya-ja-kotitehtavia

Eskelinen, P., & Haapasalo, L. (in this volume). *Shifts in Teacher Trainees' Views of Factors Influencing the Learning of Mathematics.*

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. *China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.

Gjone, G. (1999). Review of the book Theory of didactical situations in mathematics, Didactique des mathematiques, 1970–1990. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 7, 47–52.

Haapasalo, L. (2007). Does professional support match and influence student teacher's interest to attain Educational Technology Standards? *The Electronic Journal of Mathematics and Technology* 1(1), 1–10. Retrieved from https://php.radford.edu/~ejmt/deliveryBoy.php?paper=eJMT_v1n1p1

Haapasalo, L., & Eronen, L. (2010). Design of Pedagogical Studies to Shift Mathematical Profiles among Student Teachers. In B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. Dahl & L. Haapasalo (Eds.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (pp. 711–717). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Haapasalo, L., & Eronen L. (2011). Looking Back and Forward on the Light of Survey Studies Related to Mathematics Teacher Education. In H. Silfverberg & J. Joutsenlahti (Eds.), *Integrating Research into Mathematics and Science Education in the 2010s* (pp. 67–84). Proceedings of Annual Symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association 14.–15.10.2010.

Haapasalo, L., & Eskelinen, P. (2013). Elementary level trainee teachers' views of teaching mathematics and the usage of technology at the beginning of their didactical courses. In M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (Eds.), *Proceedings of the annual conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association* (pp. 25–33). Jyväskylä: University of Jyväskylä.

Haapasalo, L., & Hvorecky, J. (2011). Evaluating the Zimmermann octagon within research standards. In T. Fritzlar , L. Haapasalo, F. Heinrich & H. Rehlich (Eds.), *Konstruktionsprozesse und Mathematikunterricht* (pp. 145–152). Hildesheim: Franzbecker.

Kadijevich, Dj. (2004). *Improving Mathematics Education: Neglected Topics and Further Research Directions*. Joensuu: University of Joensuu.

Kadijevich, Dj., Haapasalo, L., & Hvorecky, J. (2005). Educational Technology Standards in professional development of mathematics teachers: An International Study. *The Teaching of Mathematics,* 8(1), 47–52. Retrieved from http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/14/tm814.pdf

Kilpatrick, J. (1993). Beyond face value: Assessing research in mathematics education. In G. Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics* (pp. 15–34). Roskilde: Danish Research Council for the Humanities.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Schweiger, F. (2011). Fundamentale Ideen, Kreativität und Stabilität mathematischen Handelns. In T. Fritzlar , L. Haapasalo, F. Heinrich & H. Rehlich (Eds.), *Konstruktionsprozesse und Mathematikunterricht* (pp. 281–294). Hildesheim: Franzbecker.

Siegel, S., & Castellan, N. J. Jr. (1988). N*onparametric statistics for the behavioral sciences*. Second Edition. NY: McGraw-Hill.

Sierpinska, A. (1993). Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics. In G. Nissen & M. Blomhøj (Eds.), *Criteria for scientific quality and relevance in the didactics of mathematics* (pp. 35–74). Roskilde: Danish Research Council for the Humanities.

Zimmermann, B. (1991). *Heuristik als ein Element mathematischer Denk- und Lernprozesse. Fallstudien zur Stellung mathematischer Heuristik im Bild von Mathematik bei Lehrern und Schülern sowie in der Geschichte der Mathematik*. Hamburg: Universität Hamburg.

Zimmermann, B. (2003). On the genesis of mathematics and mathematical thinking – a network of motives and activities drawn from the history of mathematics. In L. Haapasalo & K. Sormunen (Eds.), *Towards meaningful mathematics and science education* (pp. 29–47). Joensuu: University of Joensuu.

Semi-automatic derivation of conceptual graphs from interview transcripts using key term co-occurrence relations

Henri Kauhanen
University of Manchester

Tommi Kokkonen, Otto Lappi, Terhi Mäntylä
University of Helsinki

Students' conceptual structures have previously been modelled as conceptual graphs which have been manually constructed from interview data. This paper introduces a computational method of deriving such conceptual graphs which automates parts of this process. We illustrate the operation of this method with two case studies, arguing that the method complements manual analysis in important ways, and discuss opportunities for further refinement, automation and validation of the method.

Introduction

At all levels and in all domains of science education, one recurring challenge is that students' ideas and conceptions are not consistent with scientific information – even after ample instruction. This seems to be due in part to the fact that students bring many pre-theoretic, intuitive notions to the classroom, notions which interfere with scientific explanations of the phenomena under consideration. From a scientific point of view, these notions often constitute misconceptions. In science education studies, then, the learning process may fruitfully be examined from the viewpoint of conceptual change, defined as the process by which new concepts are acquired and existing conceptual structures revised.

That conceptual change is difficult to achieve is well established empirically. Students often struggle with adopting key theoretical concepts and may continue to hold on to pre-theoretic views long after receiving formal instruction in the domain of interest. This, among other reasons, has led to a long-standing debate concerning how best to describe students' knowledge in the various stages of the process of conceptual change, with so-called theory views regarding conceptual knowledge as coherent and theory-like, and so-called knowledge-in-pieces views regarding initial knowledge as a more fragmentary collection of primitive information (Özdemir & Clark, 2007; Brown & Hammer, 2008). A recent proposal is to synthesize these two views by modelling conceptual knowledge as a network-like structure consisting of nodes, which represent both conceptual and non-conceptual cognitive elements, and of links, which represent various kinds of interconnections between those elements (Koponen & Huttunen, 2013; Koponen, 2014). Conceptual change, then, may be investigated by considering the ways in which such network or graph structures change and transform by introduction or removal of either nodes or links.

In previous research, such conceptual graphs have been constructed from interview data manually, using established principles of content analysis (Koponen & Huttunen, 2013; Kokkonen, 2013). While manual content analysis is indispensable in the expertise the analyst brings to the interpretation of data, it does have certain shortcomings. Firstly, there is an unavoidable element of subjectivity in such analysis. While it is possible to diminish the amount of this subjectivity by employing more than one analyst, the procedure is time-consuming, and even when multiple analysts are used, all concern about possible idiosyncrasies and theoretical biases in the interpretative process cannot be dispelled. Secondly, interesting facets of the data may be overlooked by the human analyst even if his or her interpretation is otherwise immaculate.

In this paper, we investigate the possibility of deriving conceptual graphs from student interview data in a semi-automatic manner, using simple tools from the field of natural language processing. In the following sections we first introduce our data and domain of investigation (direct current circuits) and briefly review previous work on conceptual change in this domain. We then introduce the semi-automatic method and apply it to the interview transcripts of two university students. With these case studies we demonstrate that the method is able to pick out interesting features in the data concerning both conceptual structure and conceptual change. We then discuss advantages and limitations of the method, arguing that although certain obstacles remain, the method does complement manual content analysis in important ways. Finally, we elaborate on possibilities of further refinement, automation and validation of the method.

Domain and data

The domain of our investigation is that of direct current (DC) circuits (Figure 1). The behaviour of such circuits is usually first taught at secondary school level and is later expanded on in university, polytechnic or other form of tertiary education. The key theoretical concepts in this domain are current, resistance and voltage, and theoretical knowledge relating these concepts is required to fully understand the behaviour of DC circuits. Previous studies (e.g. McDermott & Shaffer, 1992; Engelhardt & Beichner, 2004; Kokkonen, 2013; Koponen & Huttunen, 2013) have discovered several difficulties students encounter in acquiring this knowledge, spanning from misconceptions to lack of sufficient models to difficulties understanding circuit topology. For example, in one recurring misconception, the battery is thought of as a source of constant current; in another one, current is believed to be used up in the circuit or to degrade as it flows around the circuit. On more advanced levels, students exhibit difficulties in applying formal laws and principles such as Ohm’s law and Kirchhoff’s rules to simple circuits. A related difficulty arises from the inability, typically present at (but not confined to) early stages of instruction, to differentiate between concepts which are on the surface similar but which, from the point of view of the normatively correct theory, are nonetheless crucially different. In the domain of DC circuits, current and voltage represent such a pair of similar yet different concepts.

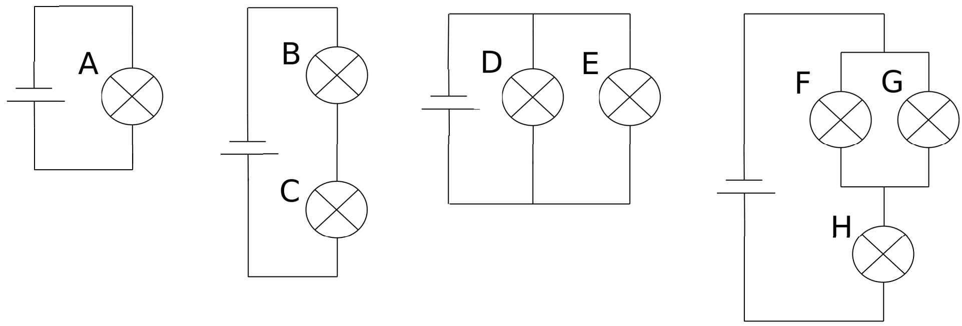


Figure 1. The DC circuits under consideration in this study. As discussed in more detail below, students had to predict and explain the behaviour of these four circuits – in particular, to rank the eight bulbs (A–H) for their relative brightness. All components are assumed to be ideal. The correct brightness ranking, which can be deduced with Ohm's law and Kirchhoff's rules, is A = D = E > H > B = C > F = G.

In order to map such misconceptions and trace their transformation into more scientifically sound conceptual structures, we have previously modelled students' conceptual structures in this domain as graphs, which we have determined from interview data manually (Kokkonen, 2013; also see Koponen & Huttunen, 2013). The nodes in these graphs refer to various kinds of conceptual elements, links between nodes representing epistemic connections between such elements. Leaning on psychological theories of concepts (e.g. Machery, 2009), we have construed conceptual elements as composed of attributes, constraints, determination schemes, explanatory models and predictions. Each of the three key concepts in the domain of DC circuits – current, resistance and voltage – is thought to attach to a set of attributes describing features of that concept. Different attributes may become active under different constraints, which govern the use of the concepts in different circumstances. We will shortly give examples of these. Different kinds of determination schemes, in turn, relate the concepts one to another, and these determination schemes are then used to form broad explanatory models, which embody complicated and overarching information, such as Ohm's law. Different explanatory models, finally, lead to different predictions concerning circuit behaviour.

In this paper, we describe a method of producing conceptual graphs that are somewhat simpler than those just described. We focus on the lower-level elements of such graphs, namely attributes, constraints and concepts, leaving explanatory models and predictions for further study. We include one determination scheme in our investigation, of the broad type "X causes Y (possibly under some moderating condition Z)". Thus, the graphs we here investigate may be considered sub-graphs of the more comprehensive graphs studied by Koponen and Huttunen (2013) and Kokkonen (2013). Table 1 provides a full list of the attributes, constraints and concepts under consideration in this paper.

Our data come from interviews, each of which was conducted with a group of two or three university students, either physics majors or minors; the interview sessions were videotaped with the consent of the participants. In each interview, the students were shown the four circuit arrangements reproduced in Figure 1, and instructed to predict the relative brightnesses of the bulbs in the four circuits and to explain their predictions. The students had five minutes of time to consider the circuits and lay out their predictions individually. After this, a lengthy discussion followed, during which the goal for the students was to reach mutual agreement in their predictions. Two interviewers guided this discussion with questions but generally kept their interventions to a minimum. The interviewers were not informed about the purpose of the research or about the theoretical framework of the study. The interviews were conducted in Finnish and the quotes we give below are translations from original Finnish transcripts.

After the post-prediction discussion, the students were instructed to actually construct the four circuits using components provided for this purpose. At this junction, the students had to compare their earlier predictions with actual observations, and in the ensuing discussion had to try to explain any recalcitrant observations, revising their explanatory models if necessary. The discussion was interrupted upon successful revision or when the interviewers determined that successful revision was not forthcoming within a reasonable period of time. At this point the group moved on to consider the next assignment.

In what follows, we refer to the first phase in these interviews – the one prior to circuit construction – as the *prediction phase*, and to the phase following circuit construction as the *explanation phase*.

Table 1. The attributes (a1–a9), constraints (d1–d3) and concepts (I, R, U) under consideration in this study; there is also a single determination scheme (c). Each of these constructs refers to a cognitive representation entrenched in the mind of the student – a representation which may be realized in spoken discourse in a number of ways. Here, we show for each construct one representative realization, picked from the interview transcripts.

a1	is the same, is conserved	"…because they're connected in series… the **same** current goes through both [bulbs]…"
a2	divides (at a junction)	"…so, here the current **divides** into both branches equally…"
a3	degrades, is consumed, "eaten" or used up	"…there the battery **degrades** faster, as more current is **consumed**…"
a4	flows, goes	"…a smaller current **goes** into A…"
a5	is (at a point)	"…so, the resistance is then bigger than in **point** A…"
a6	is between (two points)	"…this voltage drop **between** these two points is the same as that one there…"
a7	is larger	"…and then there's a **larger** drop in potential…"
a8	is smaller	"…the load on one battery is **smaller**…"
a9	adds up, is summed	"…I think the resistance of a parallel connection is the **sum** of inverses…"
d1	in series	"…here the same amount [of voltage] is consumed because they're in **series**…"
d2	in parallel	"Because all components **in parallel** are equally big the current splits evenly…"
d3	directionally	"…well, in a battery the current goes from one terminal to the other and in that **direction** only…"
I	current	"…each branch gets the same **current**…"
R	resistance	"…I didn't think of the **resistances** of these bulbs…"
U	voltage	"…well, the **voltage** gets smaller and smaller here…"
c	X causes Y (possibly moderated by factor Z)	"…**as** current equals voltage divided by resistance, you can make the current larger, **because** there's the same resistance anyway…"

Method

Our method works by looking for statistically significant associations between key terms in the students' utterances in the interview transcripts: roughly, two key terms bear such an associative relation if they occur near each other in the interview transcript more often than a null hypothesis of statistical independence would predict. We now describe this method in some detail, beginning with our conventions of transcribing and normalizing the interview data, then moving on to describe the actual algorithm used to detect key term associations.

Transcription and normalization

The interview videotapes were first transcribed into a computer-readable text document using a simple scheme conforming to the specifications of XML, or extensible mark-up language (Bradley, 2002). The transcription scheme includes means for indicating turn-taking and non-verbal information concerning, for example, ostensive gestures and hesitations. XML was chosen not only for the ready availability of software for dealing with XML-encoded texts, but because this format makes it very easy to pull relevant information out of the linear sequence of the interviews. For instance, we can easily extract all speeches by a particular student in a particular phase of the interview and consider them apart from the utterances of interviewers or other students taking part in the interview.

Once we had the transcripts in computer-readable form, we needed a way of identifying key terms – those terms referring to the concepts, attributes, constraints and determination scheme discussed above – in these transcripts. This is a highly non-trivial problem for any automated method when the corpus in question consists of spoken language data originating in an interview setting with multiple participants: synonyms abound, non-standard pronunciations (which our transcripts retain) are routinely employed, and heavy use is made of non-textual anaphora for example in the form of pronouns referring to the immediate environment of the speakers. A further complication is due to the agglutinating morphology of Finnish. Together with the idiosyncrasies of spoken language, this leads to a wealth of non-identical surface forms for any given lexeme (e.g. *jakaantunut* "divided", *jakaantuu* "divides", *haarautu* "did fork" and *jakaantus* "would divide" – among several others – for the verb "divide").

Although methods exist for the automatic detection of key terms in textual corpora (and we will briefly discuss the prospect of extending our procedure with such methods towards the end of this paper), we felt that the challenges just noted justified identifying key terms manually, rather than by some automated algorithm, in the case of our corpus. To this end, we read portions of the corpus carefully, taking heed of the various forms in which words referring to important concepts, attributes and constraints appeared. Based on this heuristic, we compiled a hash table which relates each of the normal forms listed in Table 1 to a set of possible surface forms (Table 2). The corpus was then normalized using this hash table and case-insensitive regular expression matching. For instance, any word containing the string "pysy" would be normalized to "a1", indicating that this word refers to attribute a1 ("is the same, is conserved"; corresponding to instances of the Finnish verb *pysyä*), but so would synonymous expressions containing the string "säil" (corresponding to the synonymous *säilyä*). Words falling outside the set of forms listed in the hash table were left untouched.

The first ten entries of the hash table used to normalize the interview corpus, displayed below (Table 2) in two columns. The normalization algorithm makes a pass through the students' utterances in the corpus, looking at each word in turn to see if it matches any of the forms on the left. If so, the word would be normalized to the corresponding symbolic form on the right. The dollar sign means that the form would only be matched if it occurred at the end of a word; there are other such special symbols to do with regular expression matching whose details we cannot consider here. The entire hash table has 118 entries.

Table 2: The first ten entries of the hash table

Form	Normalized form	Form	Normalized form
pysy	a1	vakio	a1
tietty	a1	erkane	a2
säil	a1	haara$	a2
yhtä	a1	haarat	a2
sama	a1	haaroittumis	a2

The derivation of conceptual graphs is based on this normalized version of the corpus: with the normalized key terms in place, the algorithm looks for statistically significant co-occurrences of key terms in order to estimate the strength of their association. Very roughly, a link is established between two nodes in the conceptual graph of a student if, and only if, the two key terms represented by those nodes are statistically associated in the student's utterances. We now proceed to give a somewhat more detailed account of this procedure, although an explicit mathematical and statistical treatment must fall outside the purview of this paper.

Key term co-occurrences

The ultimate goal of natural language processing is to come up with algorithms which are able to understand and generate natural language in all its aspects, from phonology and morphology through syntax and semantics all the way to the intricate phenomena of discourse and pragmatics. A constituent goal of this endeavour is lexical association determination – determining the extent to which two given words are associated. Here, most methods centre on the notion of co-occurrence: the strength of lexical association is measured as a function of the tendency of the two words to occur close to each other in linear text. This tendency of co-occurrence may be estimated from language corpora using one of several techniques, such as the t test, the χ^2 test or pointwise mutual information (Manning & Schütze, 2003). Most of these methods operate by estimating the probability of co-occurrence of two words w and w', $P(w,w')$, from a corpus, and then comparing this estimate to a theoretical probability predicted under a null hypothesis of statistical independence, according to which $P(w,w') = P(w)P(w')$.

Our algorithm is an extension of Dunning's (1993) log-likelihood ratio, a co-occurrence-based association measure which in recent years has become something of a standard in computational and corpus linguistics (for an introduction to likelihood ratio tests in general, see e.g. Dudewicz & Mishra, 1988, 514–520). The log-likelihood ratio is particularly well suited for use with small corpora and infrequent lexical items, and is thus a natural choice in our case, as the interview transcripts are relatively short and many words of interest are rather rare. Our algorithm works in a loop: for each student, for each key term (cf. Tables 1 and 2), the algorithm identifies the instances of this particular key term in the student's utterances and calculates how many times other key terms occur in its immediate environment, defined by a window size parameter. In the case studies reported below the window size parameter was set to the value of 5, meaning that the lexical environment of a word extended five words both to its left and to its right. These calculations form the basis for a statistical analysis in terms of the log-likelihood ratio, which in turn produces, for each term–term pair (w,w'), an estimate of the strength of their association, $G(w,w')$, for the student under consideration. By Wilks' Theorem (Wilks 1966, 408–411), the log-likelihood statistic $G(w,w')$ is asymptotically χ^2 distributed with one degree of freedom, so that the statistical significance of the association between w and w' may be estimated using that well-known distribution. Figure 2 illustrates this stage of the procedure.

Strictly speaking the $G(w,w')$ measure is asymmetric, as the tendency of term w to occur in environments of term w' may differ from the tendency of w' to occur in environments of w. In our graphs, a link is established between the nodes representing key terms w and w' if and only if both $G(w,w')$ and $G(w',w)$ exceed the 0.01 critical value of the χ^2 distribution with one degree of freedom (6.64). Also, we do not draw links from attributes to attributes or from constraints to constraints, even though such within-category lexical associations will of course exist in the transcripts.

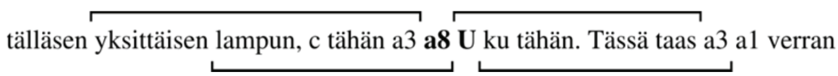


Figure 2. Illustration of the concept of lexical environment.

In Figure 2 the two brackets above the line of text (taken from an interview transcript) show the left and right-hand environments of the normalized term a8 when a window size of 5 words is used. The brackets below the line of text show the corresponding environments for the next term in the linear sequence, U. The environments or windows are thus overlapping. Each key term appearing in the environment (either left or right) of another key term contributes to a higher value of association for those key terms. Punctuation is ignored.

To recap, our semi-automatic method runs as follows. We first (1) prepare the corpus of interview transcripts into computer-readable XML format. We then (2) normalize the instances of key terms using a manually compiled hash table. Next, we (3) let an algorithm pass through the corpus, looking for statistically meaningful co-occurrence patterns between key terms, for each student separately. This yields, for each term–term pair, a measure of the strength of their association. Finally, we (4) use these association strengths to draw conceptual graphs for individual students. Stages (3) and (4) of this procedure are entirely automated. Only the second stage involves significant manual intervention (the first stage is, of course, fully manual). We will return to the prospect of further automation in the second stage towards the end of the paper.

Case studies

We now proceed to give two case studies which illustrate the operation of the semi-automatic method. Both subjects, John and Peter, were physics majors at university at the time of the interviews and were enrolled on an introductory course in electromagnetism. We will give brief quotations from translations of the interview transcripts where appropriate alongside the graphs produced by the semi-automatic method, but space limitations preclude us from reproducing the transcripts in full.

John

Initially, John employed a hybrid model with some correct and some incorrect elements. In the prediction phase of the interview, his ranking of the brightnesses of the eight bulbs was A > B = C = H > D = E > F = G. Here is how he reasoned concerning the two bulbs in the simple series connection (B and C) in relation to the solitary bulb (A):

> Well I'd say that… probably they [B and C] are not a lot dimmer [than A], but I feel that, because they both have some resistance, they both eat up some current. I mean, current is used up when a bulb lights up, and as there are two bulbs, there's not so much current for both of them as in here [points at A].

When questioned on the simple parallel connection (D and E), John justified his ranking in the following terms:

> Well, I think it goes like – is it Kirchhoff's law or something – that here at this junction [points at the DE connection] the current arriving from here equals the sum of these [points at the branches of D and E]. Like, as much current goes into both of them, so that half of it goes there [points at D] and half there [points at E].

While this is a basically correct application of Kirchhoff's junction rule, John's ranking is incorrect because of an underlying assumption which seems to conceive of the battery as a source of constant current, irrespective of the topology of the circuit. Such an assumption will lead to the incorrect prediction that bulbs in the simple parallel connection (D and E) "receive" less current than the bulbs in the simple series connection (B and C). This underlying assumption is, however, never explicitly verbalized in John's utterances.

Figure 3 shows the conceptual graph produced by our semi-automatic method, when applied to John's utterances in the prediction phase of the interview. The graph makes it evident that John's explanatory strategies revolve around the concept of current, and that this concept has significant connections with attributes a1 ("is the same"), a2 ("divides"), a5 ("is at a point") and a9 ("is summed"). These connections highlight the centrality of John's proto-Kirchhoffean explanatory model. Crucially, however, the concept of resistance – which a normatively correct explanatory model would have to employ – is unconnected, and the concept of voltage attaches to one attribute only (a1). The constraints also play a very minor role, with only one link from d1 ("in series") to a1; nor are there evident causal connections, a state of affairs which is reflected in the disconnectedness of the determination scheme node c in John's prediction phase conceptual graph.

In the explanation phase many of John's predictions are falsified, such as the one concerning the relative brightnesses of bulbs in the simple series and parallel connections (B = C > D = E). Here are John's own musings on the matter upon observing this:

> John: Okay. First of all I see that this one [points at the DE connection] is brighter than this one [points at BC]. I think I got these the wrong way round. So, is it… I mean, why doesn't it burn as bright as this parallel connection… well. I got it wrong somehow then. […] I don't know the difference between current and voltage, or sometimes it seems I get them confused.
>
> Interviewer: Right. Well, how about the comparison between A and DE?
>
> John: In fact, they seem to have quite the same brightness.
>
> Interviewer: Mm-hmm.
>
> John: Okay. Is the voltage there then of the same size [points at DE]? If you compare this [points at A] and this [points at the DE connection].
>
> Interviewer: Where do you mean?
>
> John: Like, if you measure here [points across A] and then there and there [points across DE], the voltage is probably the same.

From here, John continues to devise an explanation which focuses on the concept of potential difference across two points in a circuit. With this, using a version of Kirchhoff's loop rule, he is able to accommodate the recalcitrant observation (D = E > B = C). The explanatory strategy does not, however, generalize to cover the more complex behaviour of the combined circuit with bulbs F, G and H. At this point, John tries to employ the concept of resistance to arrive at an explanation, but the connections of this concept to the other two concepts and to circuit topology are not sufficiently clear to him:

> I don't know. Is it then because of some resistance or something that it [brightness] goes, like, unevenly.

In fact, John is never able to give a satisfactory explanation of why bulb H should be brighter than bulbs F and G in the combined circuit.

Figure 4 displays John's conceptual graph in the explanation phase, as produced by the semi-automatic method. Crucially, all three concepts are now at least minimally connected, with current attaching to attributes a1 ("is the same") and a4 ("flows, goes"), voltage attaching to a1, a6 ("is between two points") and a8 ("is smaller"), and resistance attaching to the determination scheme node c. The method thus correctly identifies John's focus on voltage across two points in a circuit in the explanation phase. The solitary connection from R to c is equally interesting. In the absence of other connections, the solitary connection highlights the fact that John *believes* resistance to be a concept with explanatory (causal) importance, but is unable to attach any attributes or constraints to it, or to connect it with the other two concepts.

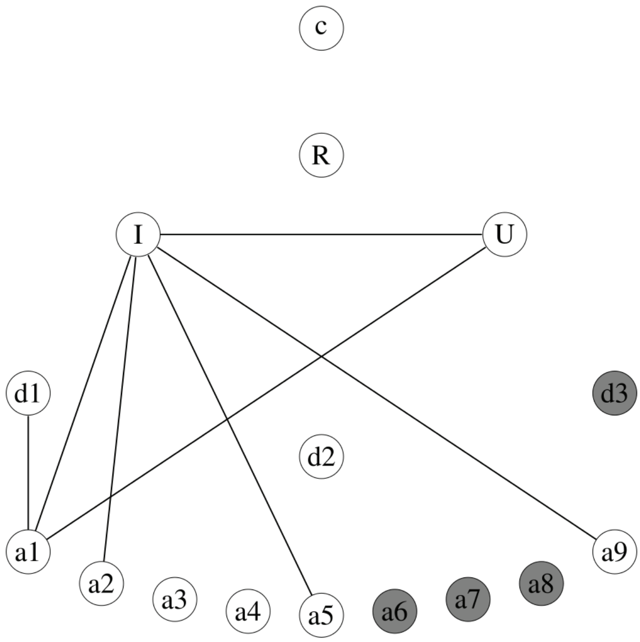


Figure 3. John’s conceptual graph in the prediction phase. Shaded nodes represent key terms which do not occur in John’s utterances in this phase of the interview. For the meanings of node labels cf. Table 1.

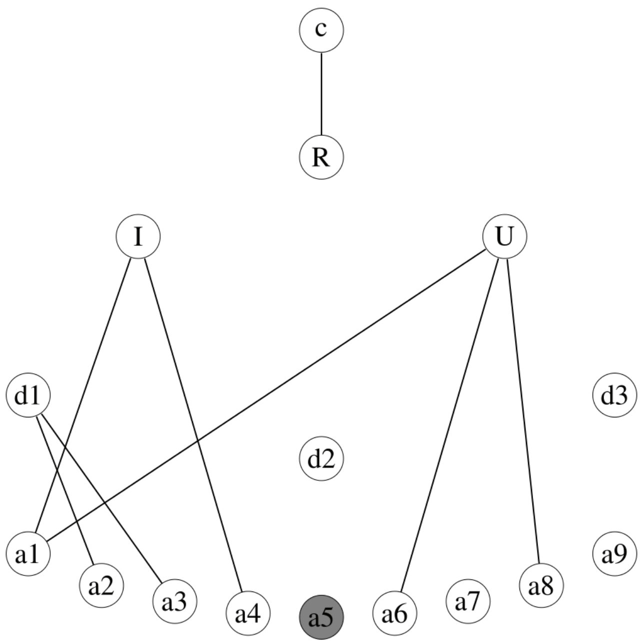


Figure 4. John’s conceptual graph in the explanation phase.

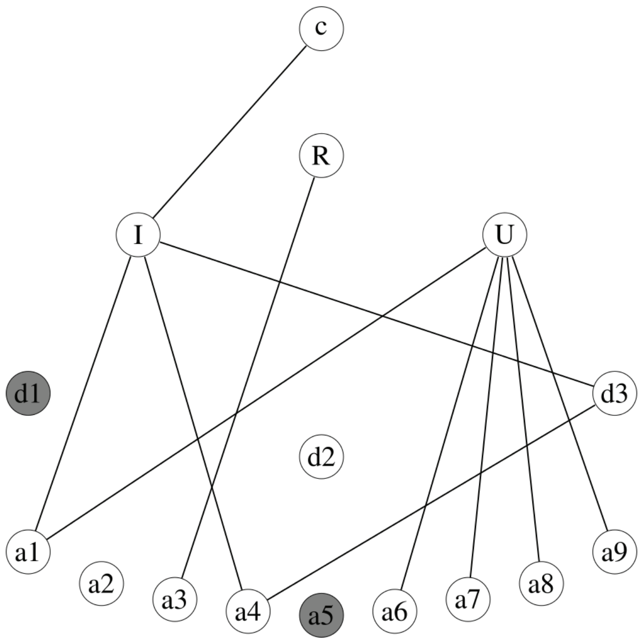


Figure 5. Peter's conceptual graph in the prediction phase.

Peter

John's transcript offers an example of a hybrid conceptual structure with some correct and some incorrect elements, a structure which changes as falsifying evidence is met. As an example of a more stable conceptual structure, and one that also comes closer to the normatively correct explanation, we briefly consider the interview transcript of Peter.

In the prediction phase, Peter is able to correctly predict the relative brightnesses of all bulbs in the various circuits (A = D = E > H > B = C > F = G). He has a grasp of Ohm's law and Kirchhoff's rules, and uses all three concepts of current, resistance and voltage in a consistent and coherent manner. Here is his prediction concerning the most complex, combined circuit:

> This one [points at H] is the next brightest, because… first of all, I started thinking about its relationship to the brightness of these two [points at F and G]. I first calculated their [F and G], like, net resistance, which is… because there are two of them in parallel… when you calculate the resistance of this block [F and G] it is smaller than here [H], so the voltage from here [points at the battery] divides so that bulb H grabs more than F and G, so there's a larger voltage across here [H], so it's brighter than these [F and G]. And these [F and G] are indeed of the same brightness, as there's an identical voltage across.

This competence is reflected in Peter's prediction phase graph (Figure 5). Both current and voltage fan out with multiple connections, and resistance is attached to one attribute. Especially interesting is the way constraint d3, of directionality, participates in linking current and attribute a4 ("flows, goes"). Equally important is the fact that current and voltage share only one attribute; thus for Peter, the two concepts appear to be well differentiated.

In the explanation phase, all of Peter's predictions are borne out, so the extent of his speeches in this phase of the interview is limited (the total word count being only 47). No meaningful associations between key terms arise here – indeed, Peter's speeches in this phase of the interview include no key terms.

Discussion

In this paper, we have introduced a semi-automatic method for deriving conceptual graphs from interview transcripts based on simple tools from the field of natural language processing. We have demonstrated the utility of this method with two case studies, which show that the method is able to pick out interesting facets from its data and that it is sensitive both to differences between individuals and to conceptual change within an individual. To our mind, the method presents one initial starting point from which to continue developing objective methodology for the description and analysis of students' conceptual structures, as well as change in such structures. Such objective methodology will help to diminish the subjectivity inherent in traditional, manual content analysis. Furthermore, adopting a computational approach to the study of conceptual change will facilitate many kinds of inquiry which would be toilsome, if not impossible, to conduct manually. We will discuss these possibilities in a moment; first, however, we turn to some of the limitations of the semi-automatic method.

For our method to work, a reasonably large quantity of data is required. For the two students considered in this paper, the total word count of their utterances in a single phase of the interview is about 400–500. This appears to represent a lower bound, as shorter lengths simply do not allow the co-occurrence based association measure to give statistically meaningful output. This is to say that if one plans to analyse interview data using an automated method such as the one we have considered, one has to make sure that the interviews are long enough and that students are forced to verbalize as much of their knowledge as possible.

There is also a problem of false positives that deserves mention. Because of its focus on co-occurrence (rather than, e.g., syntactic structure), our algorithm sometimes deduces connections which are difficult to interpret. For instance, Peter's graph (Figure 5) includes a link between R and a3, attaching the attribute of consumption/degradation to the concept of resistance. Yet this seems difficult to accept, given the sophisticated mental model that Peter's transcript suggests. A related problem exists in the normalization stage of the procedure, where our method cannot distinguish between homonymic pairs. For instance, in Finnish the word form *laskea* is the infinitive of two verbs, "to count" and "to diminish". Our method would normalize all instances of "to count" as instances of the attribute a3 of consumption/degradation.

On the other hand, it is clear that our method does not succeed in recovering *all* relevant conceptual structure from the interview transcripts. John is a case in point – while it is evident from a reading of the transcript that John thinks current to be “eaten up” by bulbs (attribute a3) in the prediction phase of the interview, the semi-automatic method fails to detect the presence of this conception (cf. Figure 3).

Turning now to ways of extending and refining the method, we first note that the use of a strictly co-occurrence based algorithm for determining key term association is in no way a necessity. It is possible to supplement such co-occurrence based information with more sophisticated methodology from the field of natural language processing. One interesting step in this direction would be to tag the corpus for part-of-speech information, so that the method could be made sensitive to the fact that the word class of a word (whether noun, verb, adjective and so on) is usually indicative of its syntactic role in the sentence. On a related note, we emphasize that the use of a hash table to normalize the corpus is by no means necessary. In fact, a natural extension of the method would be to identify key terms automatically, e.g. by a comparison to a reference corpus (Kageura & Umino, 1996). This might help to alleviate any concerns over the validity of our handcrafted hash table and would also serve to bring the automation of the method to completion.

The computational analysis of interview data facilitates ways of inquiry that would be time-consuming, even impossible in a manual approach. Vast quantities of data are easily investigated with a single pass of an algorithm, and the results are easily visualized. One could for example use the method as a sort of heuristic tool to sift through vast amounts of transcribed interview data to identify and locate potentially interesting features, cases or analysis classes, which one could then analyse in detail manually. On the other hand, it is possible to apply the conceptual framework of network theory to the graphs produced by the semi-automatic method, for instance to assess the coherence of the graphs or to quantify between-graph comparisons (cf. Koponen, 2014). Finally, the use of XML as an encoding scheme facilitates the quantitative study of discourse dynamics, as the format makes it easy to track the interviews and, for instance, to relate the content of a student’s utterance to the content of a previous question posed by an interviewer or another student.

The application of computational methodology to the study of conceptual structures and conceptual change has only just begun, and work is under way to further refine and validate this methodology. All of this work turns, however, on the availability of data in a suitable form. We would therefore like to end this paper with a suggestion, one that we call the “4C Rule”: compile consistent, computer-readable corpora. Sophisticated data analysis methodology is of use only when there is input in the form of logically structured data.

Acknowledgements

This research was carried out at the University of Helsinki and was in part supported by The Finnish Cultural Foundation. We thank Johanna Jauhiainen and Anu Saari for their efforts in data collection and transcription. We are grateful to two anonymous reviewers for fruitful comments.

References

Bradley, N. (2002). *The XML Companion*. Boston, MA: Addison-Wesley.

Brown, D. E., & Hammer, D. (2008). Conceptual change in physics. In S. Vosniadou (Ed.), *International Handbook of Research on Conceptual Change.* New York, NY: Routledge.

Dudewicz, E. J., & Mishra, S. N. (1988). *Modern Mathematical Statistics*. New York, NY: Wiley.

Dunning, T. (1993). Accurate methods for the statistics of surprise and coincidence. *Computational Linguistics*, 19, 61–74.

Engelhardt, P. V., & Beichner, R. J. (2004). Students' understanding of direct current resistive electrical circuits. *American Journal of Physics,* 72, 98–115.

Kageura, K., & Umino, B. (1996). Methods of automatic term recognition: A review. *Terminology*, 3, 259–289.

Kokkonen, T. (2013). *Käsitteet ja käsitteellinen muutos tasavirtapiirien kontekstissa* [Concepts and conceptual change in the context of direct current circuits]. Master's thesis, University of Helsinki.

Koponen, I. T. (2014). Systemic view of learning scientific concepts: A description in terms of directed graph model. *Complexity*, 19(3), 27–37.

Koponen, I. T., & Huttunen, L. (2013). Concept development in learning physics: The case of electric current and voltage revisited. *Science & Education*, 22, 2227–2254.

Machery, E. (2009). *Doing without concepts.* Oxford: Oxford University Press.

Manning, C. D., & Schütze, H. (2003). *Foundations of Statistical Natural Language Processing*. Cambridge, MA: MIT Press.

McDermott, L. C., & Shaffer, P. S. (1992). Research as a guide for curriculum development: An example from introductory electricity. Part I: Investigation of student understanding. *American Journal of Physics*, 60, 994–1003.

Wilks, S. S. (1962). *Mathematical Statistics*. New York, NY: Wiley.

Özdemir, G., & Clark, D. B. (2007). An overview of conceptual change theories. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education,* 3(4), 351–361.

Työssä olevien matematiikanopettajien ja opettajankouluttajien näkemyksiä opettajankoulutuksen opetusmenetelmistä

Mika Koponen, Mervi Asikainen,
Antti Viholainen, Pekka E. Hirvonen
Itä-Suomen yliopisto

Tässä artikkelissa tarkastelemme Itä-Suomen yliopiston opettajankouluttajien (N=19) ja Itä-Suomen yliopistosta valmistuneiden matematiikanopettajien (N=101) näkemyksiä matematiikan opettajankoulutuksen opetusmenetelmistä. Tutkimuksemme mukaan valtaosa matematiikan opetuksesta vastaavista opettajankouluttajista suhtautui käyttämiinsä opetusmenetelmiin positiivisesti ja kuvaili suosivansa opetuksessa demonstroivia opetusmenetelmiä. Vastaavasti suurin osa Itä-Suomen yliopistosta valmistuneista matematiikanopettajista näki matematiikan opetuksessa käytettävät opetusmenetelmät yksipuolisena ja opettajakeskeisenä toimintana, ja sen vuoksi heidän suhtautumisensa opetusmenetelmiin oli kielteistä. Monet tutkimukseen osallistuneet matematiikanopettajat kertoivat arvostavansa oppijakeskeisiä ja yhteistoiminnallisuutta lisääviä opetusmenetelmiä, sillä he näkevät ne oppimista ja opettajan työtä tukevana toimintana. Tutkimustuloksemme viittaavat siihen, että useat valmistuneet matematiikanopettajat ovat itse omaksuneet modernin oppimiskäsityksen, jonka vuoksi he suhtautuvat kriittisesti opettajankoulutuksen opettajakeskeistä toimintaa kohtaan.

Johdanto

Koulutuksen arvioinnista saatavaa tietoa voidaan käyttää koulutuksen kehittämiseen (Palomba & Banta, 1999). Matematiikan opettajankoulutuksen kehittäminen keskittyy usein vain sisältöjen uudistamiseen vaikka myös opetusmenetelmien kehittämisellä on keskeinen rooli tässä kehitystyössä (Ball, 2003). Opetuksen toteutukseen vaikuttavat erityisesti opettajan näkemykset oppimisesta ja opettamisesta (Prosser & Trigwell, 1999; Philipp, 2007). Usein nämä valinnat vaikuttavat myös opiskelijoiden oppimistuloksiin (Trigwell, Prosser, & Waterhouse, 1999). Opetusmenetelmillä on todettu olevan yhteys oppimistuloksiin myös suomalaisessa kouluopetuksessa (Metsämuuronen, 2013).

Tutkijat eivät kuitenkaan ole yhtä mieltä siitä, mikä on tehokkain tapa opettaa (ks. Kirschner, Sweller, & Clark, 2006; Hmelo-Silver, Duncan, & Chinn, 2007; Schmidt, Loyens, van Gog, & Paas, 2007; Sweller, Kirschner, & Clark, 2007). Kirschner ym. (2006) väittävät, ettei konstruktivistinen opetus sovi etenkään noviisioppijalle, vaan opetuksessa tulee antaa suoraviivaisia ohjeita siitä kuinka prosessit etenevät ja kuinka käsitteet liittyvät toisiinsa. Näin myöskään väärinymmärtämiselle ei jätetä mahdollisuutta. Tämä näkemys on kuitenkin ristiriidassa useiden modernien oppimisteorioiden (esim. konstruktivismi ja tutkiva oppiminen) kanssa, joissa oppijalle pyritään luomaan mahdollisuuksia rakentaa itse omaa tietorakennettaan. Suoraviivaiset ohjeet ja kaiken selittävyys ovat Felderin ja Brentin (2005) mukaan johtaneet ongelmiin esimerkiksi teknisten alojen korkeakouluopetuksessa. He kuvailevat ongelman olevan se, että ”professori luennoi ja opiskelijat kuuntelevat sekä yrittävät omaksua kaiken tiedon, jotta he pystyvät toistamaan asiat tentissä”. Felderin ja Brentin (2005) mukaan ongelman ydin on passiivinen ja vuorovaikutukseton luennointi, jossa asiat selitetään aukottomasti, joten opetusmenetelmänä se rikkoo lähes kaikkia moderneja oppimisteorioita ja sopii siten vain harvojen oppimiseen. Heidän mukaansa opiskelijat yleensä muistavat asiat ja osaavat sijoittaa oikeat luvut kaavoihin, mutta heillä on vaikeuksia ymmärtää oppimaansa ja soveltaa tietoa esimerkiksi ongelmanratkaisussa.

Tutkimuksen tavoite ja tutkimusongelma

Tässä tutkimuksessa tarkastelemme yliopisto-opetusta sekä opettamisen että oppimisen näkökulmasta. Selvitimme kuinka Itä-Suomen yliopiston ainelaitoksen matematiikan opetuksesta, soveltavan kasvatustieteen opettajankoulutusosaston pedagogisista opinnoista ja normaalikoulun opetusharjoittelusta vastaavat opettajankouluttajat suhtautuvat käyttämiinsä opetusmenetelmiin. Lisäksi selvitimme kuinka Itä-Suomen yliopistosta vuosina 2002–2012 valmistuneet matematiikanopettajat suhtautuvat yliopistossa käytettyjä opetusmenetelmiä kohtaan. Tutkimuksessa vertailemme vastaajien suhtautumista opettajankoulutuksen opetusmenetelmiin ja vastaamme kolmeen tutkimuskysymykseen:

1. Kuinka työssä olevat matematiikanopettajat suhtautuvat opettajankoulutuksen matematiikan opetuksessa käytettäviin opetusmenetelmiin?
2. Kuinka työssä olevat matematiikanopettajat suhtautuvat opettajankoulutuksen pedagogisissa opinnoissa ja opetusharjoittelussa käytettäviin opetusmenetelmiin?
3. Kuinka opettajankouluttajat suhtautuvat käyttämiinsä opetusmenetelmiin?

Uskoimme, että suhtautuminen ja niihin liittyvien perusteluiden vertailu paljastaa mahdollisia yliopisto-opetuksen ongelmakohtia. Tämän tiedon selvittäminen on tärkeää, jotta uudistusta kaipaavia opetusmenetelmiä voidaan kehittää. Opetusmenetelmiä koskevat tutkimukset ovat tärkeitä opettajankoulutukselle, sillä niiden avulla voidaan kehittää yliopisto-opetusta ja niistä saatavaa tutkimustietoa voidaan hyödyntää myös uusien opettajien kouluttamisessa.

Teoreettinen viitekehys

Kirjallisuudessa opetusmenetelmät pyritään usein jakamaan jollakin tapaa kahteen luonteeltaan erilaiseen luokkaan (vertaa *perinteinen* vs. *moderni*, *konstruktivistinen* vs. *instruktivistinen*, *minimaalinen ohjeistaminen* vs. *suoraviivainen ohjeistaminen*, *tiedon siirtäminen* vs. *ajattelun muuttaminen*). Vaikka opetusmenetelmäparit eivät ole täysin toistensa vastakohtia, on niistä usein löydettävissä toisilleen vastakkaisia elementtejä.

Tutkimukset osoittavat, että opettajan näkemyksillä on suora vaikutus siihen, millaisia opetusmenetelmiä opettajat opetuksessaan käyttävät (Trigwell, ym. 1999; Prosser & Trigwell, 1999). Opettajan näkemykset oppimisesta, opettamisesta ja oppimisympäristöistä vaikuttavat heidän opetusfilosofiaansa, joka ohjaa opettajan tapaa opettaa. Opetusmenetelmillä on vastaavasti suora vaikutus oppilaiden oppimisstrategioiden valintaan, joka vaikuttaa suorasti myös oppilaiden oppimiseen (Trigwell, ym. 1999). Näiden seikkojen vuoksi näkemykset ovat merkittävässä roolissa opetuksen ja oppimisen suhdetta tarkasteltaessa.

Oppimisympäristö

Phillipsin (2005) mukaan oppimisen ja opettamisen suhdetta tulisi tarkastella *oppimisympäristöjen* kautta. Oppimisympäristö on opetusmenetelmää laajempi käsite, ja siihen liittyy *opetuksen lähestymistavan* lisäksi kolme muuta elementtiä: *pedagoginen filosofia, oppimisen lähestymistapa* ja *opetuksen suunnittelu.* Näiden neljän elementin avulla voidaan määritellä millaisesta oppimisympäristöstä on kysymys. Phillipsin (2005) mukaan näiden neljän elementin avulla oppimisympäristöt voidaan jakaa vastakohtapareiksi, joita vastaa kaksi vastakkaista teoriaa: *Tavoiteteoria* ja *Käyttöteoria* (Taulukko 1).

Taulukko 1. Oppimisympäristöjen teoreettisen viitekehykseen kuuluu neljä elementtiä (Phillips, 2005).

	Käyttöteoria	Tavoiteteoria
Opetusfilosofia	Instruktivistinen	Konstruktivistinen
Opetuksen lähestymistapa	Opettajakeskeinen	Oppijakeskeinen
Oppimisen lähestymistapa	Pintaoppiminen	Syväoppiminen
Opetuksen arviointi	Tietokeskeinen	Taitokeskeinen

Phillipsin (2005) mukaan tavoiteteoria kuvaa ne elementit, joihin oppimisympäristöissä tulisi pyrkiä. Todellisten opetustilanteiden analysointi kuitenkin osoittaa, että oppimisympäristöjen elementit noudattavat kuitenkin usein päinvastaista käsitystä, käyttöteoriaa. Tavoiteteoria on yhteensopiva mm. Bransfordin (2000) esittämien näkemysten kanssa ja siten yhteensopiva Vygotskyn teoriaan pohjautuvan sosiokonstruktivismin kanssa.

Opettajan omaksuma opetusfilosofia ohjaa hänen tapaansa opettaa. Tavoiteteoriaan kytkeytyy *konstruktivistinen* ja käyttöteorian *instruktivistinen* opetusfilosofia. Konstruktivistista opetusfilosofiaa noudattava opettaja pyrkii järjestämään opetustilanteet siten, että oppijalla on mahdollisuus rakentaa ja muovata omaa tietorakennettaan opetettavasta aiheesta. Instruktivistinen opetusfilosofian mukaan opettaja pyrkii opettamaan havainnollisesti, kaiken selittävästi ja tekemään tiedon omaksumisesta sujuvaa oppijalle. Oleellisin ero konstruktivistisen ja instruktivistisen opetusfilosofian välillä on se, että instruktivistinen opetusfilosofia pyrkii kaiken selittävyyteen, kun konstruktivistinen opetusfilosofia pyrkii jättämään joitakin asioita oppijan itse keksittäväksi.

Tavoiteteoriaan kytkeytyy *oppijakeskeinen* ja käyttöteoriaan *opettajakeskeinen* opetuksen lähestymistapa. Oppijakeskeisessä opetuksessa keskeisessä roolissa on oppija ja hänen toimintansa, kun opettajakeskeisessä opetuksen lähestymistavassa keskeisessä roolissa on opettaja ja hänen toimintansa. Myös oppimisen lähestymistapa eroaa näiden kahden teorian välillä. Tavoiteteoriaan liittyy *syväoppiminen*, jossa oppijat pyrkivät luomaan omia merkityksiä opetettavasta aineksesta, jonka avulla oppija pyrkii hahmottamaan ja ymmärtämään kokonaisuuksia. Vastaavasti käyttöteorian *pintaoppiminen* tarkoittaa sitä, että oppija pyrkii muistamaan yksityiskohtia opetettavasta aineksesta ja niiden avulla hahmottamaan ja ymmärtämään kokonaisuuksia. Pintaoppimisen ja syväoppimisen oleellisimpana erona on, että pintaoppimisessa keskeisessä roolissa on muistaminen ja syväoppimisessa ymmärtäminen.

Opetuksen arviointi tarkoittaa oppimisen mittaamista ja siten myös opetuksen suunnittelua ja kohdentamista. *Tietokeskeisessä* arvioinnissa mitataan pääasiassa kuinka hyvin oppija muistaa asioita ja kuinka hyvin hän sen osaamisen varassa ratkoo tehtäviä. *Taitokeskeisessä* arvioinnissa mitataan pääasiassa oppijan kykyä soveltaa tietoa ja ratkoa ongelmia. Oppimista mittaavia testejä laadittaessa nousevat juuri nämä tekijät esille. Voidaanko tehtävät ratkoa muistin varassa vai onko tavoitteena mitata myös muunlaista osaamista?

Oppimisympäristöjä määrittelevät elementit liittyvät vahvasti toisiinsa, sillä opetusfilosofia ja opetuksen arviointi ohjaa usein opetuksen lähestymistapaa. Opetuksen lähestymistapa on kiinteässä yhteydessä oppimisen lähestymistapaan. Trigwellin ym. (1999) mukaan esimerkiksi oppilaat omaksuvat usein pintaoppimisen, jos opettajat kuvailevat opetuksen olevan tiedon siirtämistä. Vastaavasti oppijakeskeinen opetuksen lähestymistapa antaa mahdollisuuksia oppijalle keksiä omia merkityksiä opetettavasta asiasta ja johtaa siten usein syväoppimiseen.

Aineisto ja menetelmät

Itä-Suomen yliopiston matematiikan aineenopettajan-koulutusohjelma

Itä-Suomen yliopistossa on matematiikan pääaineopiskelijoille kaksi linjaa, joista toisesta valmistuu matematiikanopettajaksi ja toisesta matemaatikoksi. Matematiikan aineenopettajankoulutusohjelma muodostuu kandidaatin tutkinnosta (180 op) ja maisterin tutkinnosta (120 op). Opettajan pätevyyteen vaaditaan molemmat tutkinnot. Aineenopettajantutkintoon kuuluu opintoja pääaineesta, pedagogisia opintoja ja yleensä kahden sivuaineen opinnot. Matematiikan pääaineopintojen (130 op) sisältö sopii sekä opettajaopiskelijoille että matemaatikoille: kurssien aiheina ovat mm. calculus, analyysi, algebra ja differentiaaliyhtälöt. Sivuaineiksi opettajaopiskelijat voivat valita mitä tahansa kouluaineita, mutta tyypillisimmin sivuaineopinnot muodostuvat fysiikan (60 op) ja kemian opinnoista (60 op). Opettajan pedagogiset opinnot (60 op) sisältävät teoriaa oppimisesta ja opettamisesta (30 op), matematiikan ainedidaktiikkaa (10 op) ja opetusharjoittelua (20 op). Suoritettu tutkinto antaa pätevyyden opettaa pää- ja sivuaineita peruskoulussa, lukiossa ja ammatillisessa oppilaitoksessa.

Opetuskäytänteet

Matematiikan opetus (130 op) muodostuu yleensä luentomuotoisesta opetuksesta ja laskuharjoituksista. Kurssit luennoidaan matematiikan rakenteen mukaisesti siten, että jokainen kurssi muodostaa yhden kokonaisuuden. Kurssit liittyvät toisiinsa siten, että kurssit joko jatkuvat edellisen kurssin aiheesta tai ne syventävät aiempia aiheita. Luennoitsijat käyttävät opetuksen apuvälineinä yleensä itse laatimiaan oppimateriaaleja sekä liitutaulua, piirtoheitintä ja tietokonetta. Luennoilla opiskelijat useimmiten seuraavat opetusta ja kirjoittavat muistiinpanoja. Luentomuotoisen opetuksen rinnalla on laskuharjoituksia, joissa opiskelijat esittävät kotona tehtyjen tehtävien ratkaisuja liitutaululle. Ratkaisujen oikeellisuus pyritään varmentamaan harjoituksia pitävän opettajan johdolla. Opiskelijoille on tarjolla myös kotilaskujen ohjausta. Määrällisesti luentomuotoista opetusta on yleensä kaksi kertaa enemmän kuin laskuharjoituksia.

Pedagogisten opintojen opetus on erilaista oppimista ja opettamista koskevissa opinnoissa ja ainedidaktisissa opinnoissa. Oppimista ja opettamista koskeva opetus muodostuu pääasiassa luentomuotoisesta opetuksesta ja luento-opetusta tukevista harjoituksista, vastaavalla tavalla kuin edellä kuvatussa matematiikan opetuksessa, sillä näissä opinnoissa ryhmäkoot ovat suuria (kohderyhmänä kaikki opettajaopiskelijat) ainedidaktisiin opintoihin verrattuna (kohderyhmänä matematiikan opettajaopiskelijat). Opintoihin liittyvät harjoitukset ovat matematiikan harjoituksia modernimpia, sillä ne sisältävät yleensä keskustelua ja oman oppimisen reflektointia esimerkiksi oppimispäiväkirjan avulla. Opetusteknologia on myös nykyaikaisempaa matematiikan opetukseen verrattuna, sillä opetuksessa käytetään erilaisia interaktiivisissa oppimisympäristöjä sekä oppimisen ja opettamisen välineiksi sopivia ohjelmistoja. Ainedidaktisissa opinnoissa ryhmäkoot ovat pieniä, joten niissä käytetään pääasiassa erilaisia keskustelua sisältäviä ryhmätyöskentelymenetelmiä. Ainedidaktisten opintojen osana on myös Praktikum-kurssi, jonka aikana opettajaopiskelijat suunnittelevat, toteuttavat ja raportoivat matematiikan opettamista ja/tai oppimista koskevan pienimuotoisen tutkimuksen.

Opetusharjoittelun opetus (20 op) muodostuu harjoittelua ohjaavien opettajien antamasta henkilökohtaisesta ohjauksesta. Opetusharjoittelu etenee yleensä siten, että ohjaava opettaja antaa aiheen opettajaopiskelijalle, jonka jälkeen opettajaopiskelija tekee opetusta koskevan suunnitelman. Suunnitelmasta keskustellaan ennen opetusta ja tarvittaessa siihen tehdään muutoksia. Ohjaava opettaja seuraa opettajaopiskelijan pitämät oppitunnit ja antaa niistä henkilökohtaista palautetta oppitunnin jälkeen. Harjoittelun aikana opettajaopiskelijoita kannustetaan harjoittelemaan erilaisten opetusvälineiden, kuten oppikirjojen, tietokoneiden, laskinten, älytaulujen ja dokumenttikameroiden, monipuolista käyttöä.

Metodi ja kohderyhmät

Tutkimuksessa käytämme *kehittämistutkimuksen* (*design-based research*) periaatteita opettajankoulutuksen uudistamiseen (Edelson, 2002). Kehittämistutkimus on varsin yleinen tutkimuksen lähestymistapa koulutuksen ja opetuksen kehittämisessä (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer, & Schauble, 2003), ja sen todettu soveltuvan erityisen hyvin matematiikan opettajankoulutuksen kehittämiseen (Wood & Berry, 2003).

Keräsimme aineiston kahden sähköisen kyselytutkimuksen avulla vuosien 2012–2013 aikana. Matematiikan opettajille suunnattu kysely lähetettiin kaikille Itä-Suomen yliopistosta vuosina 2002–2012 valmistuneille matematiikanopettajille. Matematiikanopettajista 54 % (N=101) vastasi kyselyyn. Yhtä vastaajaa lukuun ottamatta kaikilla vastaajilla on joko aiempaa opetusalan työkokemusta tai he toimivat opettajina, joten vastaajista käytetään nimitystä *työssä olevat matematiikanopettajat*.

Itä-Suomen yliopiston opettajakouluttajille suunnattu kysely lähetettiin kaikille nykyisille matematiikan opinnoista ja pedagogisista opinnoista vastaaville opettajille sekä normaalikoulun opetusharjoittelun ohjaajille. Opettajankouluttajista 79 % (N=19) vastasi kyselyyn. *Pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun* opettajankouluttajien näkemyksiä ei tarkastella erikseen vaan tämä vastaajajoukko yhdistetään vastaajien anonymiteetin säilyttämisen vuoksi. Tarkempaa tietoa kyselyn saaneista ja kyselyyn vastanneista esitetään Taulukoissa 2 ja 3.

Taulukko 2. Taustatietoja kyselyyn osallistuneista Itä-Suomen yliopistosta valmistuneista matematiikanopettajista

		Kyselyn saaneet	Kyselyyn vastanneet
Vastaajat	Kaikki	187	101
Sukupuoli	Miehet	100	50
	Naiset	87	51
Pääaine	Matematiikka	130	73
	Fysiikka	38	20
	Kemia	19	8

Taulukko 3. Taustatietoja kyselyyn osallistuneista Itä-Suomen yliopiston opettajankouluttajista. PH = Pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun kokonaisuus.

		Kyselyn saaneet	Kyselyyn vastanneet
Vastaajat	Kaikki	24	19
Sukupuoli	Miehet	20	17
	Naiset	4	2
Opetettava aine	Matematiikka	15	14
	PH	9	5

Avoimet kysymykset ja analysointi

Kyselytutkimuksissa selvitettiin työssä olevien matematiikanopettajien ja opettajakouluttajien näkemyksiä opettajankoulutuksen nykytilasta ja sen kehittämistarpeista. Tässä artikkelissa tarkastelemme opetusmenetelmiä koskevia avoimia kysymyksiä. Matematiikan opettajien näkemyksiä selvitettiin kahden avoimen kysymyksen avulla ja opettajankouluttajien näkemyksiä selvitettiin yhdellä kysymyksellä.

Työssä oleville matematiikanopettajille esitettiin seuraavat kaksi kysymystä.

1. Arvioi ainelaitoksen opetusmenetelmien hyödyllisyyttä opettajan työn kannalta.
2. Arvioi pedagogisten opintojen ja harjoittelun opetusmenetelmien hyödyllisyyttä opettajan työn kannalta.

Opettajankouluttajille esitettiin yksi avoin kysymys.

3. Arvioi käyttämiesi opetusmenetelmien hyödyllisyyttä opettajan työn kannalta.

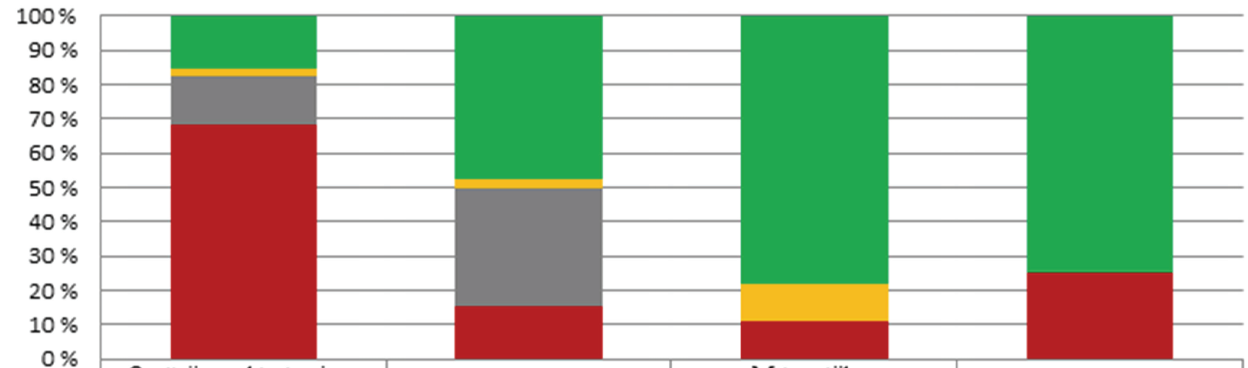
Vastaukset analysoitiin aineistolähtöisesti (Mayring, 2000). Aluksi aineistosta poimittiin tyhjät ja epärelevantit vastaukset ja asetettiin ne luokkiin *tyhjät* ja *epärelevantit*. Tyypillisimmin epärelevantissa vastauksessa arvioitiin opetussisältöjä eikä -menetelmiä. Kysymyksen asettelusta johtuen vastauksista nousi esille vastaajien suhtautuminen opetusmenetelmiä kohtaan. Esille nousi kaikkiaan neljä erilaista luokkaa, joten luokittelimme vastaajat heidän suhtautumisensa mukaan luokkiin: *positiivinen*, *neutraali*, *analyyttinen* ja *negatiivinen.* Positiiviseksi tai negatiiviseksi luokitelluissa vastauksissa vastaaja tuo esille vain myönteisiä tai kielteisiä asioita opetusmenetelmiin liittyen. Neutraalit vastaukset ovat myönteisen ja kielteisen väliltä. Näissä vastauksissa ei suhtauduta mihinkään jyrkästi. Analyyttisiksi luokiteltiin vastaukset, jossa vastaaja tuo esille selkeästi vähintään yhden asian, johon suhtautuu positiivisesti ja vähintään yhden asian, johon suhtautuu negatiivisesti. Suhtautumisen taustalla olevat syyt tiivistettiin yhdeksi lauseeksi. Nämä tiivistetyt lauseet taulukoitiin, ja ne esitetään tutkimuskysymyskohtaisesti tulososiossa.

Tulokset

Kokonaiskatsaus tutkimustuloksiin

Tutkimuskysymyksemme käsittelivät sitä, kuinka työssä olevat matematiikan opettajat ja opettajankouluttajat suhtautuvat opettajankoulutuksessa käytettyjä opetusmenetelmiä kohtaan. Aineistolähtöinen analysointi osoitti neljä luokkaa, joihin vastaajat voitiin asettaa. Kokonaiskatsaus tutkimustuloksiin esitetään Kuvassa 1. Kuvan 1 tarkastelu osoittaa, että Itä-Suomen yliopiston opettajankouluttajat suhtautuivat lähes samalla tavalla käyttämiinsä opetusmenetelmiin riippumatta siitä, opettavatko he matematiikkaa vai pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun kokonaisuutta. Heidän suhtautumisensa on pääasiassa positiivista.

Työssä olevat matematiikanopettajat suhtautuvat matematiikan opetuksessa käytettyihin opetusmenetelmiin eri tavoin kuin pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun kokonaisuuden opetusmenetelmiin. Matematiikan opetusmenetelmiin suhtaudutaan enimmäkseen negatiivisesti. Pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun kokonaisuudessa käytettyihin opetusmenetelmiin suhtaudutaan pääasiassa positiivisesti tai analyyttisesti. Negatiivista suhtautumista esiintyi myös, mutta se oli vähäistä matematiikan opetusmenetelmiin negatiiviseen suhtautumiseen verrattuna.



	Opettajien suhtautuminen matematiikan opinnoissa käytettäviin opetusmenetelmiin	Opettajien suhtautuminen PH-opinnoissa käytettäviin opetusmenetelmiin	Matematiikan opettajankouluttajien suhtautuminen käyttämiinsä opetusmenetelmiin	PH:n opettajankouluttajien suhtautuminen käyttämiinsä opetusmenetelmiin
Positiivinen	12	40	7	3
Neutraali	2	2	1	0
Analyyttinen	11	29	0	0
Negatiivinen	54	13	1	1

Kuva 1. Työssä olevien matematiikanopettajien (N=101) ja opettajakouluttajien (N=19) suhtautuminen matematiikan opettajankoulutuksessa käytettäviin opetusmenetelmiin. Selkeyden kuvassa ei esitetä kantaa ottamattomien vastaajien osuuksia. PH = Pedagogisten opintojen ja

Suhtautumisen taustatekijät

Seuraavaksi tarkastelemme työssä olevien opettajien ja opettajankouluttajien suhtautumisen taustalla olevia syitä ja perusteluita tutkimuskysymyksittäin.

Työssä olevien matematiikanopettajien suhtautuminen yliopistomatematiikan opetuksessa käytettäviin opetusmenetelmiin

Ensimmäinen tutkimuskysymyksemme käsitteli sitä kuinka työssä olevat matematiikanopettajat suhtautuvat yliopiston matematiikan opetuksessa käytettyihin opetusmenetelmiin. Suhtautumisen taustalla olevat syyt esitetään Taulukossa 4. Valtaosa (54 %) työssä olevista matematiikanopettajista suhtautui matematiikan opetuksessa käytettäviä opetusmenetelmiä kohtaan negatiivisesti. Myös positiivista (12 %) ja analyyttista (11 %) suhtautumista esiintyi.

Taulukko 4: Työssä olevien opettajien (N=101) suhtautuminen matematiikan opintojen opetusmenetelmiin.

Luokka	Frekvenssi	Perustelu	f
Positiivinen	12	Ei perustelua	3
		Laskuharjoitukset ovat hyödyllisiä	3
		Opetusmenetelmät ovat hyvä esimerkki opettamisesta	2
		Akateemiset opetusmenetelmät kuuluvat yliopistoon	2
		Luentojen seuraaminen on hyvää harjoitusta opettajille	1
		Laskuharjoituksissa ja opettajille suunnatuilla kursseilla opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä	1
Neutraali	2	Yliopiston opetusmenetelmien ei tarvitse olla hyödyllisiä opettajille	1
		Opetusmenetelmät ovat yksipuolisia, mutta sitäkin parempia	1
Analyyttinen	11	Luennointi on huono opetusmenetelmä, mutta laskuharjoituskäytäntö on hyvä	7
		Luennointi on huono opetusmenetelmä, mutta kotitehtävien seuranta on hyvä käytäntö	1
		Opetusmenetelmät ovat opettajille suunnattuja kursseja lukuun ottamatta huonoja	1
		Laskuharjoitusten opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä, mutta teknologiaa tulisi integroida yliopisto-opetukseen	1
		Opetusmenetelmissä on hyviä ja huonoja puolia, mutta sellaisenaan ne eivät sovellu kouluopetukseen	1

Negatiivinen	54	Opetusmenetelmät eivät tue opettajan työtä	11
		Opetusmenetelmät ovat yksipuolisia; luentojen seuraamista ja muistiinpanojen kirjoittamista	8
		Opetusmenetelmät ovat hyvä esimerkki huonosta opetuksesta	8
		Opetusmenetelmät eivät sisällä ryhmätyöskentelyä	6
		Ei perustelua	5
		Opetusmenetelmät eivät sisällä keskustelua	5
		Kursseilla opitaan vain matematiikan sisältötietoa	3
		Kurssit eivät opeta käyttämään teknologiaa matematiikan opetuksessa	2
		Luento-opetusta paremmin asiat oppii itseopiskelulla	2
		Opetusmenetelmät ovat opettajajohtoisia	1
		Opetusmenetelmät ovat yksipuolisia ja kurssit eivät opeta käyttämään teknologiaa	1
		Opetus on kaukana käytännöstä; korkealentoista luennointia ja vaikeita tehtäviä	1
		Opetus on yksipuolista ja luennoitsijat käyttävät epätäsmällistä kieltä puheessa ja kirjoittamisessa	1
Epärelevantti	6	Otettu kantaa opetussisältöihin	4
		Arviointi kohdistui väärään laitokseen	2
Tyhjät	16		16

Seuraavaksi tarkastellaan suhtautumisen taustalla olevia perusteluita luokkakohtaisesti.

Positiivinen (12 %). Positiivisesti suhtautuvista matematiikanopettajista kolme ei perustellut näkemystään ja kolme piti laskuharjoituskäytäntöä hyvänä opetusmenetelmänä. Kaksi vastaajaa piti ainelaitoksen opetusmenetelmiä hyvänä esimerkkinä hyvästä opettamisesta. Ja vastaavasti kaksi koki, että akateemiset opetusmenetelmät kuuluvat yliopistoon. Yhden vastaajan mielestä luentojen seuraaminen on hyvää harjoitusta tuleville opettajille, sillä opetusta seuratessa tulee olla hereillä ja tämän myötä opetuksesta oppii poimimaan oleelliset tiedot. Yksi vastaajaa mainitsi, että laskuharjoituksissa ja opettajille suunnatuilla matematiikan kursseilla opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä opettajan työn kannalta.

> ”Luentomuotoisen opetuksen rinnalla ollut demo-opetus tuki opettajaksi opiskelevan rohkeutta esiintyä ja esittää laskujen ratkaisuja suullisesti.”

Neutraali (2 %). Neutraalisti suhtautuvista matematiikanopettajista toinen perusteli näkemyksensä sillä, että yliopiston opetusmenetelmien ei tarvitse olla hyödyllisiä opettajille ja toinen heistä koki, että opetusmenetelmät ovat yksipuolisia, mutta luennointi on tehokas tapa opettaa.

> ”En näe yhteyttä ainelaitoksella käytettyjen opetusmenetelmien ja opettajan työni välillä. En myöskään koe, että yhteys ja hyöty näiden väliltä täytyisi löytyä. Mielestäni on luonnollista, että yliopistossa kursseilla tietoa "luennoidaan".”

Analyyttinen (11 %). Analyyttisesti suhtautuvista matematiikanopettajista seitsemän perusteli näkemyksensä sillä, että laskuharjoituskäytäntö on hyvä mutta luennointi on huono tapa oppia matematiikkaa. Opettajat kokivat oppineensa matematiikkaa paremmin laskuharjoituksissa kuin luento-opetuksessa, koska laskuharjoituksissa oppija on keskeisemmässä roolissa kuin luento-opetuksessa. Opettajien mukaan luennoilla oppijan rooli on passiivinen, koska hänen tulee vain seurata opetusta ja kirjoittaa muistiinpanoja. Yksi vastaaja suhtautui kielteisesti luentomuotoista opetusta kohtaan, mutta piti kotitehtävien seurantaa hyvänä opetusmenetelmänä. Yksi vastaaja esitti, että laskuharjoituskäytäntö on hyvä opetusmenetelmä, mutta teknologiaa tulisi integroida matematiikan opetukseen. Yhden vastaajan mielestä opetusmenetelmissä on hyviä ja huonoja puolia, mutta sellaisenaan ne eivät sovellu kouluopetukseen.

> ”Ainelaitoksen opetusmenetelmät ovat hyvin luokkakeskisiä ja luentokeskisiä. Laskuharjoituksista ja käytännön tekemisestä on paljon enemmän hyötyä, kuin luennoivammasta opetuksesta.”

Negatiivinen (54 %). Negatiivisesti suhtautuvista matematiikanopettajista yksitoista koki, etteivät opetusmenetelmät tue opettajan työtä. He perustelivat, etteivät nykyiset matematiikan opetuksessa käytetyt opetusmenetelmät opeta matematiikkaa tehokkaasti. Tämän kokemuksen vuoksi he näkivät, etteivät opetusmenetelmät tue oppimista eivätkä opettajan työtä. Kahdeksan matematiikanopettajaa koki, että matematiikan opetuksessa opiskelijat vain seurasivat opetusta ja kirjoittivat muistiinpanoja. Heidän kokemuksensa mukaan luennoilla oppijat pikemminkin kopioivat opettajan ajatuksia ja valmiita malleja, mikä ei ole kehitä oppijan omaa ajattelua. Tämän vuoksi kahdeksan matematiikanopettajaa piti opetusmenetelmiä passiivisena ja yksipuolisena toimintana. Kahdeksan matematiikanopettajaa piti opetusmenetelmiä hyvänä esimerkkinä huonosta tavasta opettaa matematiikkaa. He mainitsivat kuitenkin kääntäneensä tämän kokemuksen eduksi, sillä nykyisin he tietävät millaisia opetusmenetelmiä matematiikan opetuksessa tulee välttää.

> ”Aineenlaitoksen opetusmenetelmät ovat perinteiset. Kirjoita luennolla asiat ylös ja yritä ymmärtää asia tätä kautta. Ehkä matematiikan opettamiseen voitaisiin ottaa opettajakoulutuksen tuntemia vaihtelevia opetusmenetelmiä, jolloin tulevat opettajat saisivat ideoita opettamiseensa ja oppiminenkin olisi mielekkäämpää ja tehokkaampaa.”

Opetusmenetelmiä kritisoitiin myös siksi, ettei luentomuotoinen opetus sisällä keskustelua tai ryhmätöitä. Kuusi matematiikanopettajaa mainitsi, että ryhmätyöskentelymuodot ovat tehokkaita opetusmenetelmiä, mutta nykymuotoisessa matematiikan opetuksessa näitä ei kuitenkaan käytetä. Viiden matematiikanopettajan mielestä verbaaliset taidot ovat opetustyössä erityisen tärkeitä, mutta nykyiset opetusmenetelmät eivät kehitä tätä osa-aluetta.

Keskustelemisen tai ryhmätyöt maininneet opettajat pitivät matematiikan opetuksessa käytettyjä opetusmenetelmiä passiivisina ja vuorovaikutuksettomina, mikä ei vastaa heidän näkemystään tehokkaasta matematiikan opetuksesta.

Neljä matematiikanopettajaa koki, että tulevat opettajat voisivat oppia monenlaisia taitoja matematiikan opetuksessa, mutta nykyiset opetusmenetelmät eivät opeta muuta kuin matematiikan sisältötietoa. Myös kaksi muuta opettajaa koki, että käytettyjen opetusmenetelmien tulisi opettaa myös muita asioita. He mainitsivat, että opetusmenetelmien tulisi opettaa käyttämään teknologiaa matematiikan opetuksessa. Kaksi vastaajaa mainitsi, etteivät käytetyt opetusmenetelmät palvelleet heidän tapaansa oppia matematiikkaa, jonka vuoksi he kokivat oppivansa asiat paremmin itse opiskellen. Yksittäiset matematiikanopettajat mielsivät opetusmenetelmät myös opettajajohtoisina, korkealentoisina ja epätäsmällisinä. Viisi vastaajaa ei perustellut suhtautumistaan.

> ”Opetusmenetelmät eivät tue lainkaan opettajan työtä koulussa. Opetus yliopistoissa on erittäin passiivista. Muutaman kerran jopa poistettiin luentosalista, kun yritin kaverilta kysyä asiaa, kun en luennoijan tekstistä ja puheesta asiaa itse ymmärtänyt. Eli luennoijan ajatus ei sellaisenaan mene opiskelijan ajatusmaailmaan. Viisaiden päiden yhteen lyöminen on siis kiellettyä, vaikka asiat monesti opitaan ryhmässä parhaiten. Saman olen huomannut koulussa, kun toinen oppilas selittää asian toiselle, monesti ymmärrys siirtyy parhaiten siinä, toisin kun jos opena itse selität.”

Ei kantaa (22 %). Vastaajista 22 % ei ottanut kantaa ainelaitoksen opetusmenetelmiin. Näistä vastauksista 16 oli tyhjiä ja 6 oli kysymyksen kannalta epärelevantteja vastauksia. Epärelevanteissa vastauksissa neljässä oli otettu kantaa opetussisätöihin ja kahdessa oli arvioitu väärää laitosta.

Työssä olevien matematiikanopettajien suhtautuminen opettajankoulutuksen pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun opetusmenetelmiä kohtaan

Työssä olevien matematiikanopettajien suhtautumisen taustalla olevat syyt pedagogisissa opinnoissa ja opetusharjoittelussa käytettyjä opetusmenetelmiä kohtaan esitetään Taulukossa 5. Taulukosta nähdään, että valtaosa työssä olevista matematiikanopettajista suhtautui pedagogisissa opinnoissa ja opetusharjoittelussa käytettyjä opetusmenetelmiä kohtaan positiivisesti (40 %) tai analyyttisesti (29 %). Myös negatiivista (13 %) suhtautumista esiintyi vastaajien joukossa.

Taulukko 5. Työssä olevien opettajien (N=101) suhtautuminen pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun opetusmenetelmiin.

Luokka	Frek-venssi	Perustelu	f
Positiivinen	40	**Mainittu sekä harjoittelu että pedagogiset opinnot (29)**	
		Ei perustelua	18
		Opetusmenetelmät soveltuvat kouluopetukseen	4
		Esimerkki mielekkäästä ja tehokkaasta opettamisesta	2
		Opetusmenetelmät ovat monipuolisia	2
		Opetusmenetelmät sisältävät tietotekniikkaa ja pienryhmätyöskentelyä	1
		Opetusmenetelmät sisältävät tietotekniikkaa ja keskustelevaa opetusta	1
		Opetusmenetelmät ottavat huomioon erilaiset oppijat	1
		Mainittu vain harjoittelu (7)	
		Ei perustelua	4
		Henkilökohtainen palaute ja ohjaus opetus-harjoittelussa	3
		Mainittu vain pedagogiset opinnot(4)	
		Opetusmenetelmät ovat monipuolisia ja oppijakeskeisiä;	2
		Opetusmenetelmät sisältävät ryhmätyöskentelyä	2
Neutraali	2	Opetus on sisältää paljon luennointia, mutta luento-opetus sisältää keskustelua	1
		Opetus on riippuvainen opettajan taidoista erityisesti harjoittelussa	1
Analyyttinen	29	**Opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä mutta (17)**	
		Opetusharjoittelu ei anna todellista kuvaa opettajan työstä	3
		Opetusharjoittelua tulisi olla enemmän	3
		Opetuksen suunnittelusta ja reflektoinnista painopistettä tulisi siirtää opettamiseen	3
		Opetuksen taustalla olevia oppimisteorioita tulisi monipuolistaa	2
		Teknologiset välineet harjoittelukoulussa eivät vastaa todellisuutta	2
		Käytännön neuvoja opettamiseen tulisi saada enemmän	1
		Laajojen kokonaisuuksien opettamista tulisi harjoitella yksittäisten asioiden sijasta	1
		Opetusmenetelmissä on paljon kehittämistä; vähemmän luennointia	1
		Opetusmenetelmiä tulisi monipuolistaa	1
		Opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä harjoittelussa, mutta eivät pedagogisissa opinnoissa	8
		Opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä harjoittelussa ja pedagogisissa opinnoissa, mutta luentomuotoista opetusta tulisi vähentää	4

Negatiivinen	13	**Mainittu harjoittelu ja pedagogiset opinnot (2)**	
		Pedagogiset opinnot ja harjoittelu yhdistyvät huonosti toisiinsa	1
		Sivuaineopinnoissa on huonommat opetusmenetelmät	1
		Mainittu vain harjoittelu (8)	
		Opetusharjoittelu antaa kapean kuvan todellisesta työstä	4
		Ohjaus on riippuvainen ohjaavasta opettajasta; ohjaus tulisi olla standardoitua	2
		Opetusharjoittelu aiheuttaa hermostuneisuutta; opettamisen oppimista ei tapahdu	2
		Mainittu vain pedagogiset opinnot (3)	
		Opetusmenetelmät sisältävät liikaa luentomuotoista opetusta	3
Epärelevantti	1	Otettu kantaa opetussisältöihin	1
Tyhjät	16		16

Seuraavaksi tarkastellaan suhtautumisen taustalla olevia perusteita luokkakohtaisesti.

Positiivinen (40 %). Positiivisesti suhtautuvista vastaajista valtaosa suhtautuu sekä opetusharjoittelun että pedagogisten opintojen opetusmenetelmiin myönteisesti. Kahdeksantoista vastaajaa ei kuitenkaan perustellut kantaansa. Neljä matematiikanopettajaa koki, että käytetyt opetusmenetelmät soveltuvat hyvin työelämään. He mainitsivat, että heidän positiivinen kokemuksensa hyvästä tavasta oppia on vaikuttanut siihen, että he ovat käyttävät kyseisiä opetusmenetelmiä myös omassa opetuksessaan. Kaksi opettajaa perusteli, että opetusmenetelmät ovat hyvä esimerkki hyvästä tavasta opettaa. Kahden opettajan mielestä käytetyt opetusmenetelmät ovat monipuolisia. Yksittäiset matematiikanopettajat mainitsivat, että opetusmenetelmät sisältävät pienryhmätyöskentelyä ja keskustelevaa opetusta sekä menetelmien avulla koetaan opettavat myös teknologian käyttöä.

> ”[Opetusmenetelmät] ovat hyvät. Molemmissa korostetaan keskustelevaa työotetta, selkeitä, johdonmukaisia esimerkkejä sekä tutustutaan tietotekniikan opetussovelluksiin ja mahdollisuuksiin.”

Positiivisesti suhtautuvista seitsemän vastaajaa mainitsee vain opetusharjoittelun opetusmenetelmät. Heistä neljä ei perustele kantaansa ja kolme suhtautuu harjoittelun opetusmenetelmiin positiivisesti henkilökohtaisen palautteen ja ohjauksen avulla. Positiivisesti suhtautuvista neljä vastaajaa mainitsi vain pedagogisten opintojen opetusmenetelmät. Heistä kaksi perustelee kantansa opetusmenetelmien monipuolisuudella ja oppijakeskeisyydellä sekä kaksi pitää opetusmenetelmiä hyödyllisinä ryhmätyöskentelyn ansiosta.

> ”Opetusmenetelmät pedagogisissa opinnoissa, varsinkin ainedidaktiikan opinnoissa, olivat hyvät ja monipuoliset. Niissä oppija pääsi mukaan opetukseen osallistumalla aktiivisesti ja opetus ei ollut ollenkaan niin opettajajohtoista kuin ainelaitoksen opinnoissa.”

Neutraali (2 %). Neutraalisti suhtautuvista matematiikanopettajista toinen perusteli kantansa sillä, että pedagogiset opinnot sisältävät paljon luentomuotoista opetusta, mutta luennot sisältävät kuitenkin keskustelua. Toinen neutraalisti suhtautuvista koki, että opetusharjoittelun opetusmenetelmät ovat riippuvaisia ohjaajan osaamisesta.

> ”Osa kursseista oli luennointia, mutta tosin täällä keskustelua oli enemmän.”

Analyyttinen (29 %). Analyyttisesti suhtautuvista kolme näki, että opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä, mutta opetusharjoittelukoulu ei anna todellista kuvaa opettajan työstä. Heidän mukaansa harjoittelukouluympäristö ei vastaa todellista kouluympäristöä, jolloin se antaa vääristyneen kuvan opettajan työstä. Kolmen matematiikanopettajan mielestä teoreettista osaamista voidaan siirtää käytäntöön opetusharjoittelussa, mutta tällöin nykyiseen määrään nähden opetusharjoittelua tuli olla enemmän. Kolme piti opetusmenetelmiä hyödyllisinä, mutta mainitsi, että opetuksessa keskitytään liian paljon opetukseen suunnitteluun ja oman oppimisen reflektointiin.

> ”Hyödyllistä on toki saada tietoa erilaisista opetusmenetelmistä. Erilaiset menetelmät muuttuisivat konkreettiseksi osaamiseksi, jos näitä kaikkia pystyisi kokeilemaan opetusharjoittelussa. Taas päästään tähän, että harjoitteluita täytyisi olla enemmän. Yhtä opetusmenetelmää kokeilemalla ei vielä saa tuntumaa kuinka se toimii, jos ei ole vertailukohteita. Ja tosiasiahan on, että sama menetelmä ei suinkaan toimi kaikille ryhmille/luokille, kokeilemalla se oikea tapa löytyy.”

Kaksi matematiikanopettajaa näki opetuksen taustalla olevat oppimisteoriat yksipuolisina ja toivoi niihin lisää monipuolisuutta. Vastaavasti kaksi matematiikanopettajaa näki, että harjoittelukoulun opetusvälineet ovat modernimpia kuin tavallisissa kouluissa, joten ne eivät vastaa todellisuutta. Yksittäiset matematiikanopettajat mainitsivat, että käytännön neuvoja opettamiseen tulisi saada enemmän, laajempien kokonaisuuksien opettamista tulisi harjoitella ja opetusmenetelmät sisältävät liian paljon luento-opetusta sekä opetusmenetelmien tulisi olla monipuolisempia.

Kahdeksan vastaajaa suhtautui opetusharjoittelun opetusmenetelmiin myönteisesti ja pedagogisten opintojen opetusmenetelmiin kielteisesti. Neljä vastaajaa piti pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun opetusmenetelmiä hyödyllisinä, mutta näki, että luentomuotoista opetusta tulisi vähentää.

> ”Erilaisia opetusmenetelmiä tuli hyvin esille harjoitteluissa, ei niinkään pedagogisissa opinnoissa muuten. Kaikki erilaiset opetusmenetelmät ovat hyödyllisiä opettajan työssä.”

Negatiivinen (13 %). Negatiivisesti suhtautuvista matematiikanopettajista kahdeksan mainitsi vastauksessaan opetusharjoittelun opetusmenetelmät, kolme pedagogisten opintojen opetusmenetelmät ja kaksi sekä pedagogisten opintojen että opetusharjoittelun opetusmenetelmät. Neljä vastaajaa koki harjoittelun ongelmana sen, että se antaa kapean kuvan todellisesta työstä, ja kaksi vastaajaa toi esille, ettei ohjaus ole riittävää.

> ”Harjoittelut eivät anna oikeanlaista kokonaiskuvaa opettajan työstä. Lisäksi normaalikoulu on "akvaariokoulu", eli todellisuus ja resurssit ovat täysin erilaisia. Opetusharjoittelussa lähinnä käydään pitämässä tunteja, mutta kokonaisuuksien hallinnan opettelu jääkin sitten työelämään.”

Kaksi matematiikanopettajaa koki opetusharjoittelutilanteen hermostuttavaksi. He perustelivat, että opetustilanteet harjoittelussa olivat uusia ja henkisesti rasittavia, jolloin heidän piti keskittyä tilanteesta selviytymiseen eikä oppimista voinut tapahtua. Kolme opettajaa kertoi pedagogisissa opinnoissa käytettyjen opetusmenetelmien sisältävän liikaa luentomuotoista opetusta. Pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun ongelmiksi mainittiin myös se, että ne yhdistyvät toisiinsa huonosti ja että matematiikan sivuaineopiskelijoille tarjotaan huonompia opetusmenetelmiä kuin pääaineopiskelijoille.

Ei kantaa (16 %). Kysymykseen jätti vastaamatta 16 % vastaajista.

Opettajankouluttajien suhtautuminen käyttämiinsä opetusmenetelmiin

Viimeinen tutkimuskysymyksemme käsitteli sitä, kuinka Itä-Suomen yliopiston opettajankouluttajat suhtautuvat käyttämiinsä opetusmenetelmiin. Suhtautumisen taustalla olevat perustelut esitetään taulukossa 6.

Taulukko 6. Matematiikan opinnoista (M) sekä pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun kokonaisuudesta (PH) vastaavien opettajakouluttajien (N=19) suhtautuminen käyttämiinsä opetusmenetelmiin.

Luokka	% (f)	Perustelu	M (N=14)	PH (N=5)
Positiivinen	53% (10)	Käytän tietokoneohjelmistoja matematiikan havainnollistamiseen	2	0
		Käytän liitutaulua matematiikan opettamiseen	1	0
		Käytän liitutaulua ja tietokoneohjelmistoja matematiikan opettamiseen	1 1	0 0
		Käytän opetuksessa käytännönläheisiä esimerkkejä	1	0
		Opetan havainnollisesti ja käytän ryhmätyöskentelymenetelmiä	1	0
		Pyrin ohjaamaan oppilaita matematiikan oppimisessa	0	1
		Ei perustelua	0	1
		Opetusmenetelmäni soveltuvat myös kouluopetukseen	0	1
		Suosin sosiokonstruktivistista lähestymistapaa ja ongelmalähtöistä työskentelyä		
Neutraali	5 % (1)	Opetusmenetelmäni on yksipuolinen mutta se korostaa opetussisältöä eikä oppimistapaa	1	0
Negatiivinen	11 % (2)	Minulla ei ole aikaa käyttää monipuolisia opetusmenetelmiä	0	1
		Opetusmenetelmäni eivät ole hyödyllisiä opettajille	1	0
Epärelevantti	11 % (2)	Otettu kantaa opetussisältöön	1	0

Tyhjä	21 % (4)	4	1

Taulukko 6 osoittaa, että valtaosa (53 %) opettajankouluttajista suhtautui omia käyttämiään opetusmenetelmiä kohtaan positiivisesti. Joukossa esiintyi myös negatiivista (11 %) ja neutraalia (5 %) suhtautumista. Seuraavaksi tarkastellaan suhtautumisen taustalla olevia syitä luokkakohtaisesti.

Positiivinen (53 %). Positiivisesti opetusmenetelmiin suhtautuvia opettajankouluttajia oli molemmissa ryhmissä yhtä paljon. Matematiikan opetuksesta vastaavat opettajankouluttajat perustelivat suhtautumistaan yleensä kuvailemalla omaa toimintaa opetustilanteissa. Kaksi positiivisesti käyttämiinsä opetusmenetelmiin suhtautuvista opettajankouluttajista mainitsi, että heidän käyttämänsä opetusmenetelmät mahdollistavat sen, että opiskelijat oppivat matematiikan havainnollistamista ja teknologian käyttöä. Heidän mukaansa oppimisen kannalta on tärkeää, että opiskelijat näkevät kuinka asiat esitetään. Yksi matematiikan opettajankouluttaja näki, että hänen käyttämiensä opetusmenetelmien ansiosta tulevat opettajat oppivat liitutaulun käyttöä. Hänen mukaansa opettamisessa on tärkeää, että asiat esitetään mahdollisimman havainnollisesti.

Yksi matematiikan opettajankouluttaja näki, että opetusmenetelmiensä ansiosta opiskelijat oppivat liitutaulun käyttöä ja näkevät kuinka tietokoneohjelmistoja käytetään matematiikan opetuksessa. Yksi opettajankouluttaja kertoi pyrkivänsä käyttämään opetuksessa käytännönläheisiä esimerkkejä ja yksi mainitsi pyrkivänsä opettamaan mahdollisimman havainnollisesti ja käyttämään myös ryhmätyöskentelymenetelmiä. Yksi matematiikan opettajankouluttaja kuvasi pyrkivänsä ohjaamaan oppijoiden matematiikan oppimista, sillä oppiminen on yksilöllistä, jolloin opettajan tulee kohdata heidät yksilöllisellä tasolla.

> Liitutaulu: tuleva aineopettaja käyttänee sitä runsaasti. Taulun käytöstä näkee esimerkkiä luennolla, ja sen käyttöä (kirjoitus, tilankäyttö, kuvat) pääsee harjoittelemaan demoissa. Tietokone: Maplen/Matlabin käyttöä ei ainakaan vielä ole koululuokissa mutta uskoisin niiden tai muiden matematiikkaohjelmien olevan tulossa myös koululuokkiin seuraavan 10–20 vuoden aikana. Tässä siis omaksutaan taitoja tulevaa tarvetta varten.”

Pedagogisten ja opetusharjoittelun opettajankouluttajista yksi ei perustele suhtautumistaan. Yksi pedagogisten ja opetusharjoittelun opettajankouluttaja perusteli suhtautumisensa lyhyesti toteamalla, että hänen käyttämänsä opetusmenetelmät soveltuvat myös kouluopetukseen. Yksi opettajankouluttaja kertoo suosivansa opetuksessaan sosiokonstruktivistista lähestymistapaa ja ongelmalähtöistä työskentelyä. Hän kuitenkin epäili, etteivät opettajaksi opiskelevat opi opettajankoulutuksen perusteella aidosti soveltamaan kyseisiä opetusmenetelmiä omassa työssään.

Neutraali (5 %). Neutraalisti omiin käyttämiinsä opetusmenetelmiin suhtautui yksi vastaaja. Hän mainitsi käyttävänsä vain yhtä opetusmenetelmää, mutta käytetty opetusmenetelmä korostaa opetussisältöä eikä oppimistapaa.

> ”Käyttämissäni opetusmenetelmissä ei ole mitään uutta tai erikoista: liitutaulu, piirtoheitin, tasainen joriseva ääni ja välillä muutama huono anekdootti. Nämä menetelmät antavat (a) tarvittavan kontrastin ja pohjan opetusmenetelmälliselle innovaatiolle ("varoittava esimerkki"?) ja/tai (b) yhden keinon opettaa, plus (c)

> toivottavasti opettavat tarvittavan oppisisällön tuleville opettajille tavalla joka korostaa oppisisältöä eikä oppimistapaa”

Negatiivinen (11 %). Negatiivisesti omiin opetusmenetelmiinsä suhtautuvia opettajankouluttajia oli molemmissa ryhmissä yksi. Eräs pedagogisten ja opetusharjoittelun opettajankouluttaja näki, ettei hänellä ole riittävästi aikaa käyttää monipuolisia opetusmenetelmiä. Yksi matematiikan opettajankouluttajista puolestaan uskoi, etteivät hänen käyttämänsä opetusmenetelmät hyödytä tulevia opettajia.

> Opetusmenetelmät ovat olleet pääosin perinteisiä yliopistomatematiikan menetelmiä. Menetelmiä ei voi pitää kovin hyödyllisenä opettajan työn kannalta.

Ei kantaa (32 %). Tyhjän tai epärelevantin vastauksen jätti 32 % vastaajista.

Pohdinta

Haasteena opettajakeskeinen matematiikan opetus

Opettajan näkemykset ja henkilökohtainen opetusfilosofia vaikuttavat opetuksen toteuttamiseen (Prosser & Trigwell, 1999; Triggwell, ym. 1999; Philipp, 2007). Tutkimuksemme mukaan valtaosa matematiikan opetuksesta vastaavista opettajankouluttajista kuvaili suosivansa demonstroivia opetusmenetelmiä, jonka vuoksi he suhtautuivat omaan opetukseen positiivisesti. Käyttämämme teoreettisen viitekehyksen valossa näyttää siltä, että matematiikan opettajankouluttajat kannattavat enemmän instruktivistista kuin konstruktivistista opetusfilosofiaa. Heidän perusteluissaan esiintyvien seikkojen mukaan hyvän matematiikan opettamisen taustalla on taito esittää opettavia asioita havainnollisesti ja ymmärrettävästi. Esille nostetut perustelut liittyvät enemmän opettaja- kuin oppijakeskeiseen opetuksen lähestymistapaan.

Työssä olevat matematiikanopettajat ovat tulostemme mukaan kokeneet matematiikan opetustilanteet edellä kuvatulla tavalla, mutta he suhtautuvat opetukseen kuitenkin kielteisesti. Heidän kokemuksensa mukaansa oppijan rooli näissä opetustilanteissa on kuunnella ja kirjoittaa muistiinpanoja ja sitä kautta yrittää omaksua opetettava asia. Heidän mukaansa opetuksen seuraaminen ja muistiinpanojen kirjoittaminen on pikemminkin opettajan ajatusten kopioimista eikä sen vuoksi vastaa heidän käsitystään tehokkaasta matematiikan opetuksesta. Työssä olevat matematiikanopettajat uskovat, että tehokas matematiikan opettaminen tulee sisältää elementtejä, jotka aktivoivat oppijaa ja lisäävät oppijan omaa ajattelua.

Työssä olevat matematiikanopettajat näkevät matematiikan opetuksen myönteisenä puolena laskuharjoituskäytännön. Heidän kokemuksensa mukaan laskuharjoituksissa oppija on opettajaa keskeisemmässä roolissa, jolloin laskuharjoituskäytäntö vastaa paremmin heidän käsitystään hyvästä matematiikan opettamisesta. He ovat kuitenkin kokeneet, että heidän saamansa matematiikan opetus muodostuu valtaosin luentomuotoisesta opetuksesta. Luentomuotoisen opetuksen taustalla on kritiikki opettajakeskeistä toimintaa kohtaan, jossa pyrkimys on siirtää oppiaines oppilaille. Heidän mukaansa tämä ei vastaa heidän käsitystään hyvästä matematiikan opettamisesta, sillä matematiikan opettamisen tulisi olla monipuolista, aktivoivaa ja oppijakeskeistä, jolloin myös oppijan oma ajatus opetettavasta aiheesta lisääntyy. Vastaavalla tavalla myös Trigwell (2001) näkee, että laadukas yliopisto-opetus tulee sisältää oppijakeskeisiä elementtejä.

Kielteisen suhtautumisen taustalla moderni oppimiskäsitys

Opettajien suhtautuminen viittaa vahvasti siihen, että työssä olevat opettajat ovat omaksuneet modernin oppimiskäsityksen, minkä vuoksi he kritisoivat opettajakeskeisiä opetusmenetelmiä ja vastaavasti näkevät oppijakeskeiset ja yhteistoiminnalliset opetuksen lähestymistavat opettajan työtä tukevina. He suhtautuivat pedagogisten opintojen ja opetusharjoittelun opetusmenetelmiä kohtaan myönteisesti, sillä he näkivät ne matematiikan opetuksen menetelmiä oppijakeskeisempänä toimintana. Työssä olevien matematiikanopettajien omaksumaa modernia oppimiskäsitystä voidaan pitää kouluopetukseen hyvin soveltuvana, sillä yhteistoiminnalliset opetusmenetelmät tuottavat hyviä matematiikan oppimistuloksia ja edesauttavat myönteisten matematiikka-asenteiden syntymistä suomalaisissa kouluissa (Metsämuuronen, 2013).

Työssä olevien opettajien mukaan yliopiston matematiikan opetusta voidaan kehittää viemällä opetusta oppijakeskeisempään, aktivoivampaan ja ymmärrystä tukevaan suuntaan. He uskoivat, että tämä parantaa tulevien opettajien matematiikan osaamista ja ymmärtämistä. Oppijakeskeisyyteen pyrkiminen on perusteltua, sillä passiivinen ja vuorovaikutukseton luennointi johtaa usein kokeissa pärjäämiseen, muttei lisää ymmärrystä opittavasta aiheesta (Felder & Brent, 2005). Useat työssä olevat opettajat myös kokivat, ettei muistiinpanojen kirjoittaminen ja luentojen seuraaminen lisää heidän omaa ymmärrystään opetettavasta aiheesta. Myös Trigwell ym. (1999) ovat havainneet, että oppilaat pyrkivät usein vain muistamaan asioita ja siten omaksuvat pintaoppimisen tavan, jos opetusta voidaan luonnehtia tiedonsiirroksi. Tutkimuksemme antaa viitteitä siitä, että vastaavan tyyppinen ongelma saattaa löytyä myös Itä-Suomen yliopiston matematiikan opetuksesta. Ongelma saattaa johtua siitä, että luentomuotoisessa opetuksessa pyrkimyksenä on usein siirtää kaikki oppiaines oppijoille, joskin havainnollisella tavalla.

Kaiken tiedon antamisella saattaa kuitenkin olla omat riskinsä. Oppija saattaa yrittää opetella muistamaan opetetut asiat, jolloin hän omaksuu asiat vain pinnallisesti. Pintaoppimisen ongelmana on, ettei se vaadi oppijalta kykyä luoda asioille omia merkityksiä. Näin oppijan oma ajattelu saattaa jäädä kehittymättä. Lithnerin (2013) tulosten mukaan kouluopetuksessa enemmän tietoa saaneet oppilaat menestyivät paremmin kokeessa kuin vähemmän tietoa saaneet. Viikkoa myöhemmin enemmän tietoa saaneiden oppilaiden osaaminen romahti vähemmän tietoa saaneisiin oppilaisiin verrattuna. Tutkimus antaa viitteitä siitä, että kaiken tiedon tarjoaminen saattaa johtaa vain välilliseen kokeessa menestymiseen. Yliopisto-opetuksessa tulisi suhtautua kriittisesti siihen, kuinka paljon tietoa annetaan valmiiksi pureskeltuna, ja minkä aiheiden tapauksessa tulisi keskittyä oppijan oman ajattelun kehittämiseen.

Työssä olevat opettajien mukaan yliopisto-opetuksen tulisi olla aktivoivampaa ja keskustelevampaa. Heidän kokemuksensa on osoittanut, että opetustyössä verbaaliset taidot ovat keskeisessä roolissa eikä nykyinen luentojen seuraaminen kehitä tätä osa-aluetta. Pyrkimys keskustelevaan opetukseen on perustelua, sillä keskustelevaan opetukseen pyrkivät opetuksen lähestymistavat vaikuttavat tehokkaasti myös opiskelijoiden matemaattiseen ajatteluun yliopistotasolla (Superfine & Wagreich, 2009). Sosiaalisuutta lisäävillä opetusmenetelmillä on positiivinen vaikutus myös matematiikan ymmärtämiseen (Dixon, Andreasen, & Stephan, 2009). Opettajien näkemys luento-opetusperinteen rikkomisesta on perusteltua, sillä perinteistä luennointia tehokkaammaksi tavaksi oppia matematiikkaa on todettu muun muassa opiskelijoita aktivoiva ja oppijakeskeinen ongelmalähtöinen oppiminen (Kazemi & Ghoraishi, 2012).

Ilman kritiikkiä kehitys kuolee

Kehittämistutkimuksen periaatteet tuovat lähtökohtaisesti ongelmia tutkimuksen toteuttamiseen. Ongelma muodostuu siitä, että kehittämistutkimuksessa ensiksi tulee etsiä ja nostaa esiin koulutukseen liittyviä ongelmakohtia. Ongelmien osoittaminen ja esiin nostaminen tuo tutkimukselle ns. eettistä painetta, sillä esimerkiksi tässä tutkimuksessa arvioitiin oman yliopiston toimintaa. Kehittämistutkimuksen periaatteiden mukaisesti ongelmakohtien esiin nostaminen antaa kuitenkin mahdollisuuden kehittää haasteellisia osa-alueita. Tämän vuoksi uskomme, että on vähemmän haitallista nostaa esiin koulutuksen haasteellisia osa-alueita kuin antaa koulutuksen taantua, sillä ilman kritiikkiä myös kehitys kuolee.

Vaikka oppimisen ja opettamisen suhteen tutkimista pidetään usein vaikeana, antoi tutkimuksemme uutta tietoa koulutusohjelmaan liittyvistä haasteista. Tutkimukset osoittavat, että näkemyksillä on keskeinen merkitys oppimisen ja opettamisen suhdetta tarkasteltaessa (Prosser & Trigwell, 1999; Trigwell, ym. 1999). Pystyimme arvioimaan opetukseen liittyviä haasteita vertailemalla opettajankouluttajien ja työssä olevien matematiikanopettajien näkemyksiä. Uskomme, että keskeinen merkitys tutkimuksen onnistumiselle oli se, että kaikki tutkittavat henkilöt ovat opetusalan ammattilaisia ja sen vuoksi erityisen päteviä arvioimaan opetusta. Molemmat kohderyhmät pystyivät perustelemaan näkemyksiään rakentavasti sekä kriittisesti ja peilaamaan näkemyksiä omiin kokemuksiin opettamisesta ja oppimisesta. Tutkimusmenetelmänä opettajankouluttajien ja työssä olevien opettajien näkemysten vertaaminen vaikuttaa olevan varsin nopea tapa saada tietoa opetukseen liittyvistä haasteista.

Tutkimuksemme mukaan kielteinen suhtautuminen paljastaa opetukseen liittyvät ongelmakohdat. Työssä olevien matematiikanopettajien ja opettajankouluttajien näkemysten vertailu paljasti, että matematiikan opetukseen suhtaudutaan kielteisesti ja vallitseviin opetuskäytänteisiin ja -menetelmiin kaivataan muutosta. Tämä tieto oli ensiarvoisen tärkeää matematiikanopettajankoulutuksen kehittämisen kannalta.

Kiitokset

Haluamme kiittää *Suomen kulttuurirahaston Pohjois-Karjalan rahastoa* apurahan myöntämisestä matemaattisten aineiden opettajankoulutuksen kehittämistä käsittelevän väitöskirjatyön tekemiseen.

Lähteet

Ball, D. L. (2003). *What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics?* Secretary's Summit on Mathematics. U.S. Depart of Education.

Bransford, J., National Research Council (U.S.), & National Research Council (U.S.) (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, D.C: National Academy Press.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, *32*(1), 9–13.

Dixon, J. K., Andreasen, J. B., & Stephan, M. (2009). Establishing social and sociomathematical norms in an undergraduate mathematics content course for prospective teachers: The role of the instructor. *Scholarly practices and inquiry in preparation of mathematics teachers*. AMTE Monograph 6.

Edelson, D.C. (2002). Design research: what we learn when we engage in design. *The Journal of the Learning Sciences, 11*(1), 105–121.

Felder, R. M., & Brent, R. (2005). Understanding student differences. *Journal of Engineering Education*, *94*(1), 57–72.

Hmelo-Silver, C. E., Duncan, R. G., & Chinn, C. A. (2007). Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, *42*(2), 99–107.

Kazemi, F. & Ghoraishi, M. (2012). Comparison of problem-based learning approach and traditional teaching on attitude, misconceptions and mathematics performance of university students. *Procedia – Social and Behavioral Sciences, 46*, 3852–3856.

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, *41*(2), 75–86.

Lithner, J. (2013). *Developing educational practice: experiments on mathematics students' construction of knowledge*. Presentation at the conference *Spaces for learning: past, present and future,* Vaasa, Finland, November 6-8, 2013.

Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum: Qualitative Social Research*, 1(2). Sivulta http://www.qualitative-research.net/fqs-texte/2-00/02-00mayring-e.htm

Metsämuuronen, J. (2013). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi 2005-2012*. Helsinki: Opetushallitus.

Palomba, C. A., & Banta, T. W. (1999). *Assessment essentials: Planning, implementing, and improving assessment in higher education*. Jossey-Bass.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics Teachers. Beliefs and Affect. Teoksessa F. K. Lester, Jr.(toim.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Phillips, R. (2005). Challenging the primacy of lectures: The dissonance between theory and practice in university teaching. *Journal of University Teaching & Learning Practice*, *2*(1), 2.

Prosser, M., & Trigwell, K. (1999). *Understanding learning and teaching: The experience in higher education*. Philadelphia: Open University Press.

Schmidt, H. G., Loyens, S. M., Van Gog, T., & Paas, F. (2007). Problem-based learning is compatible with human cognitive architecture: Commentary on Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, *42*(2), 91–97.

Superfine, A., & Wagreich, P. (2009). Developing mathematics knowledge for teaching in a content course: A “Design experiment” involving mathematics educators and mathematicians. *Scholarly practices and inquiry in preparation of mathematics teachers*. AMTE Monograph 6.

Sweller, J., Kirschner, P. A., & Clark, R. E. (2007). Why minimally guided teaching techniques do not work: A reply to commentaries. *Educational Psychologist*, *42*(2), 115–121.

Trigwell, K. (2001). Judging university teaching. *International Journal for Academic Development*, *6*(1), 65–73.

Trigwell, K., Prosser, M., & Waterhouse, F. (1999). Relations between teachers' approaches to teaching and students' approaches to learning. *Higher Education*, *37*(1), 57–70.

Wood, T., & Berry, B. (2003). Editorial: What does ‘’design research’’ offer mathematics teacher education? *Journal of Mathematics Teacher Education, 6*(3), 195–199.

Ympäristökasvatus ja kestävän kehityksen arvot fysiikan opetuksessa

Pirkko Kärnä
Helsingin yliopisto

Tämä tutkimus käsittelee ympäristökasvatusta ja kestävän kehityksen arvojen mukaista opetusta fysiikan tunneilla. Uutta opetussuunnitelmaa vuodelle 2016 valmistellaan sisältämään kestävän kehityksen arvoja. Fysiikan kouluopetuksessa kehitetään sisältöjä ja opetusmenetelmiä, jotka ovat oppilasläheisiä. Opetushallituksen järjestämässä luonnontieteiden seuranta-arvioinnissa (2012) selvitettiin myös 9.-luokan oppilaiden opiskeluasenteita, joilla todettiin olevan yhteys oppilaan osaamiseen. Oppilaan käsitys fysiikan opiskelun hyödyllisyydestä ja oppiaineesta pitäminen korreloivat fysiikan osaamiseen (r = 0,4). Oppilaat vastasivat myös ympäristöä koskeviin väitteisiin ja heidän, erityisesti tyttöjen, ympäristöasenteensa olivat myönteisiä. Tämän artikkelin tutkimus-aineistona on kansallisen arvioinnin (N= 2949) aineisto. Tämä artikkeli käsittelee aineistoa uudelleen luokiteltuna ja analysoituna. Tuloksia tarkastellaan fysiikan opetuksen kannalta, vaikka samat oppilaat tekivät fysiikan ja kemian tehtävät. Tässä tutkimuksessa selvitettiin sitä, miten kestävän kehityksen mukaiset tavoitteet toteutuvat fysiikan ja kemian opetuksessa, sekä miten oppilaan ympäristöasenteet liittyvät hänen osaamiseensa ja oppiainekohtaisiin asenteisiin. Tulosten mukaan oppilailla oli kestävän kehityksen arvojen lisäksi myös valmiuksia ympäristöystävälliseen toimintaan; tytöillä ja niillä oppilailla eniten, jotka ymmärsivät luonnontieteiden yleisen merkityksen. Oppilaiden ympäristöasenteilla oli tilastollisesti merkitsevä yhteys osaamiseen (r= 0,3) ja opiskeluasenteisiin (r = 0,3). Vastausten hajonta oli suurta, joten koulussa opettajan tuleekin kiinnittää huomiota oppilaisiin, joilla on negatiivinen asenne. Kestävän näkökulman arvoja ja monia ajankohtaisia näkökulmia esiintuovan fysiikan opetuksen lisääminen voisi edistää fysiikan kiinnostavuutta ja sitä, että oppilaat saavat selityksiä maailmasta myös fysiikan tunneilla.

Johdanto

Ympäristökasvatuksen ja kestävän kehityksen käsitteitä käytetään rinnan ja arkikäytänteissä on epäselvyyksiä. Ympäristökasvatus on kouluissa aiemmin käytetty käsite. Ympäristökasvatus ymmärretään elinikäisenä kansalaisena olemiseen kuuluvana oppimisena (Louhimaa, 2005, 2008). Tällöin sen tavoitteena ovat vastuullinen ja aktiivinen kansalainen sekä kestävän kehityksen mukaiset toimintatavat. Kestävän kehityksen käsitettä pidetään arvona. Se on ympäristökasvatusta laajempi termi, joka sisältää ekologisen näkökulman lisäksi sosiaaliset, kulttuuriset ja taloudelliset tekijät (ks. Rajakorpi & Salmio, 2001).

Tässä tutkimuksessa näitä käsitteitä käytetään historiallisista syistä ja vakiintuneiden käytänteiden takia rinnan.

Koulussa kestävän kehityksen arvot kuuluvat kaikkien aineiden opetussuunnitelmaan. Opetushallituksen kestävän kehityksen opetusta koskevassa arvioinnissa (2001) oppilaat tunnistivat ekosysteemiin liittyvät asiat kuuluvaksi kestävään kehitykseen, mutta taloudellisia, sosiaalisia ja kulttuurisia käsitteitä tunnettiin huonommin (Rajakorpi, 2001, 161). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) määritetään fysiikan opetuksen tavoitteeksi fysiikan ja teknologian merkityksen ymmärtäminen jokapäiväisessä elämässä sekä valmiudet tehdä jokapäiväisiä valintoja esimerkiksi energiavarojen käyttöön ja ympäristön suojeluun liittyvissä asioissa. Kestävän kehityksen tutkimus on luonnontieteiden alaan kuuluvaa. Ympäristökasvatus on merkittävä osa biologian ja maantiedon opetusta (ks. Käpylä, 1995; Rajakorpi, 2001; Uitto, 2012) sekä kemian opetusta (Juntunen & Aksela, 2013). Kestävän kehityksen tavoitteista ei ole kuitenkaan tullut koulujen käytänteitä fysiikan opetuksessa Opetushallituksen arvioinnin (2001) mukaan (Rajakorpi & Salmio, 2001). Opettajat pitävät ympäristökasvatusta fysiikassa ja kemiassa hajanaisena ja sen sisältöä liikaa faktatietona (Leinonen, 2013). Heidän mielestään tavoitteena tulisi olla esimerkiksi ympäristöystävällinen elämäntapa. Opettajan tulisi myös itse sitoutua kestävän kehityksen arvoihin (Hashweh, 2005), jotta opetus olisi vaikuttavaa ja menestyksellistä.

Ympäristökasvatusta pidetään laadullisesti merkittävänä oppiaineena, koska siinä huomioidaan oppilas kokonaisvaltaisesti (Åhlberg, 2001). Ympäristökasvatuksessa harjoitetaan esimerkiksi kriittisen ajattelun taitoja sekä työskennellään oppilaiden asenteiden kanssa ja pyritään ympäristötietoiseen toimintaan. Ympäristökasvatuksessa on kysymys henkilön tiedoista, asenteista ja toiminnasta, mutta ympäristökasvatuksen tavoitteet näkyvät nimenomaan oppilaan käyttäytymisessä (Siljander, 2000). Oppilaan ympäristöasenteista ja niiden synnystä on paljonkin tutkimusta (esim. Louhimaa, 2005; Mikkola, 1997; Negev ym., 2008). Tiedolla on todettu olevan vain vähän vaikutusta ympäristötietoisuuteen, mutta tietoisuudella ja asenteilla pieni vaikutus ympäristövastuulliseen toimintaan (Käpylä, 1995; Louhimaa, 2005, 227). Ongelmana on se, etteivät asenteet johda automaattisesti toimintaan, vaan tarvitaan sitoutumista. Esimerkiksi arkielämän näkökulma opetuksessa (Heimlich, Carlson, & Storksdieck, 2011) voi johtaa oppilaan ympäristötietoiseen toimintaan (Albe, 2013).

Kestävän kehityksen näkökulmien esiintuomisesta opetuksessa on myönteisiä tuloksia. Fysiikan opetus teknologian tai yhteiskunnan kontekstissa on todettu tulokselliseksi opetukseksi: Profiles-hankkeessa (Keinonen & Hartikainen, 2011) opettajat muokkaavat käyttöönsä kokonaisuuksia, joiden näkökulma on yhteiskunnallinen ja asetettua ongelmaa lähestytään tutkivasti. Tiede, Teknologia ja Yhteiskunta eli STS (Science-Technology-Society) -opetuksessa oppilaat tutustuvat keksintöjen takana olevaan tieteelliseen tietoon (Keinonen & Hartikainen, 2011). Tutkimustulosten (Mee-Kyeong & Ibrahim, 2007) mukaan oppilaat paransivat oppimistuloksiaan ja heidän asenteensa oppisisältöihin myös muuttui myönteisemmiksi STS- viitekehyksessä. Myös kemian opetuksen tutkimuksessa (Juntunen & Aksela, 2013) on selvitetty, että todellisiin elinympäristön tilanteisiin liittyvä opetus kannustaa oppilaita keskusteluun, argumentointiin ja pohdintaan.

Yhteiskunnalliset näkökulmat ovat luontevia fysiikan opetuksessa monien sisältöjen yhteydessä. Kelan sosiaalipoliittisessa ohjelmassa kouluopetuksella arvioidaan olevan merkittävä vaikutus siihen, miten ympäristöongelmia tullaan ratkaisemiseen tulevaisuudessa (Helne, Hirvilammi, & Laatu, 2012, 716). Kestävän kehityksen näkökulmien esiintuomisella koulussa on merkitystä myös siksi, että taloustutkimuksen mukaan suomalaiset pitävät talouskasvua aikaisempaa tärkeämpänä ja antavat vähemmän painoarvoa ekologisille kysymyksille (Haavisto & Kiljunen, 2011, 131–133). Salonen (2012) ehdottaa kouluopetuksen tavoitteeksi tuotteiden kiertokulkujen sekä ihmisten ja luonnon keskinäisten riippuvuuksien ymmärtämistä. Pasanen ja Ulvila (2012) katsovat, että koulussa tulee tarkastella sitä, miten energian kulutuksen vähentäminen on mahdollista ratkaista.

Luonnontieteiden kansallisessa arvioinnissa (Kärnä, Hakonen, & Kuusela, 2012) oppilaat osasivat tyydyttävästi ratkaista erilaisia tehtäviä. Mutta haasteeksi (Kärnä, 2012) asettuivat oppilaiden kielteiset asenteet fysiikan opintoihin ja se, etteivät oppilaat kokeneet saavansa fysiikan tunneilla paljoakaan tietoa maailman rakenteesta, kehityksestä ja toiminnasta. Luonnontieteiden arvioinnissa (2012) tällä opetuksen näkökulmalla todettiin erittäin merkitsevä yhteys (r = 0,51) fysiikasta pitämiseen. Oppilaiden opiskeluasenteilla, niiden kolmella komponentilla, havaittiin myös tilastollisesti erittäin merkitsevät yhteydet luonnontieteiden osaamiseen. Oppilaan käsityksellä omasta osaamisesta oli suurin yhteys (r = 0, 47) fysiikan osaamiseen. Tämä kuvaa oppilaan arviota omasta osaamisestaan saamansa palautteen perusteella. Oppilaan käsityksellä fysiikan opiskelun hyödyllisyydestä (r = 0,39) ja fysiikan opiskelusta pitämisellä (r = 0,36) oli myös yhteys hänen fysiikan osaamiseensa. (Kärnä, Hakonen, & Kuusela, 2012, 152, 158.) Oppilaiden suhtautuminen ympäristökysymyksiin oli pääasiassa myönteistä. Oppilaista selvä enemmistö oli sitä mieltä, että luonnontieteillä on suuri merkitys, koska ne auttavat ihmiskuntaa saamaan uutta tietoa ympäristöasioista. Tyttöjen ympäristöasenteet olivat tilastollisesti erittäin merkitsevästi myönteisemmät kuin poikien. (Kärnä, ym., 2012, 104–107.)

Tämän tutkimuksen tavoite oli selvittää kestävän kehityksen arvojen mukaista opetusta fysiikassa ja sitä, mitä annettavaa ympäristökasvatuksella on fysiikan opetuksen haasteille. Tässä tutkimuksessa tutkittiin luonnontieteiden oppimistulosten kansallisen arvioinnin (Kärnä, ym., 2012) ympäristöväitteitä kestävän kehityksen arvojen ja ympäristökasvatuksen tavoitteiden kannalta. Lisäksi analysoitiin, onko oppilaan ympäristöasenteilla yhteyttä hänen osaamiseensa tai opiskeluasenteisiinsa, esimerkiksi oppiaineesta pitämiseen.

Aineisto ja menetelmät

Tässä tutkimuksessa etsittiin vastausta luonnontieteiden oppimistulosten kansallisen arvioinnin (Kärnä, ym., 2012) aineistosta uusien analyysien perusteella seuraaviin kysymyksiin: 1) Miten kestävän kehityksen mukaiset tavoitteet toteutuvat fysiikan ja kemian opetuksessa? 2) Miten oppilaiden ympäristöasenteet liittyvät fysiikan osaamiseen ja heidän opiskeluasenteisiinsa?

Aineistona tässä tutkimuksessa olivat luonnontieteiden oppimistulosten kansallisen arvioinnin (N = 2949) data. Kansallisen arvioinnin otos oli monivaiheinen satunnaisotos. Ensin tehtiin ositettu otos, jossa valittiin otoskoulut kieliryhmittäin ja alueellisesti kattavasti (vanha läänijako ja kuntatyyppi). Kouluissa 9. luokan oppilaista tehtiin systemaattinen otos satunnaislistasta. Otos oli noin 9 % perusjoukosta ja ruotsinkielisillä oppilailla 12 %, jotta saataisiin kattava otos. Otokseen valikoitui poikia 52 % ja tyttöjä 48 % (Kärnä, Hakonen, & Kuusela, 2012, 22–24).

Oppilaiden osaamista mitattiin tehtävillä, jotka oli laadittu Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) mainittujen sisältöjen ja tavoitteiden mukaan. Arvioinnista (Kärnä, ym., 2012) kirjoitetussa raportissa todettiin tehtävien vastaavan Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004) tavoitteita. Suurin osa otoskoulujen opettajista piti tehtävien vaikeustasoa sopivana. Osaaminen arvioinnissa korreloi oppilaiden arvosanoihin (Kärnä, ym., 2012, 162–168). Arviointitehtävät oli esitestattu yhteensä noin 300 oppilaalla. Arviointiin valittiin parhaat osiot ja niihin tehtiin tarkennuksia, joissa huomioitiin vaikeustaso, erottelukyky (IRT-mallinnus), reliabiliteetti ja tehtäväsarjojen yhdenmukaisuus (Cronbach'in alfa) (Metsämuuronen, 2006).

Tässä tutkimuksessa analyysin kohteena olivat fysiikan ja kemian ympäristöasenneväitteet arvioinnissa (13 väitettä). Johtopäätösten tekemistä varten ympäristöväitteet luokiteltiin kestävän kehityksen arvojen (ekologinen, ekonominen, sosiaalinen) sekä ympäristökasvatuksen tavoitteiden (tieto, asenne, toiminta) mukaan.

Aineistoa, oppilaiden vastauksia ympäristöväitteisiin, tutkittiin tilastollisin menetelmien avulla SPSS-analyysilla. Vastaukset olivat 4-portaisella Likert asteikolla: 1= *täysin eri mieltä*, 2= *osittain eri mieltä*, 3, *osittain samaa mieltä*, 4= *täysin samaa mieltä*. Opiskeluasenteita mitattiin 5-portaisella Likert asteikolla, jossa numero 3 tarkoitti: '*Kantani on epävarma tai minulla ei ole selvää käsitystä'*. Kukin asennekomponentti (oppiaineesta pitäminen, oppiaineen hyödyllisyys ja käsitys omasta osaamisesta) sisälsi viisi väitettä.

Koska otos oli satunnainen, niin 2-ulotteinen t-testi oli mahdollinen. Tyttöjen ja poikien erojen tutkiminen oli luotettavaa, koska heidän jakaumansa otoksessa oli samaa suuruusluokkaa kuin perusjoukossa (Cohen, Manion, & Morrison, 2008, 100–113).

Tulokset

Kestävä kehityksen mukaiset tavoitteet fysiikan ja kemian opetuksessa

Ympäristöväitteitä tarkastellaan kokonaisuutena, koska sama oppilas teki sekä fysiikan että kemian tehtävät. Ympäristöväitteet luokiteltiin kansallisessa arvioinnissa yksityistä henkilöä koskeviin tai yleisiin väitteisiin (taulukot 1 ja 2). Tässä tutkimuksessa väitteet luokiteltiin myös asennekasvatukseen liittyvän kolmijaon mukaan: tieto, asenne, toiminta. Lisäksi taulukoihin (1 ja 2) on myös merkitty tulkinta siitä, mitä kestävän kehityksen näkökulmaa väite edustaa. Taulukoissa on niiden oppilaiden vastausprosentit, jotka ovat täysin tai osittain samaa mieltä väitteestä. Taulukoissa 1 ja ovat sekä poikien että tyttöjen vastausprosentit. Oppilaiden vastausten hajonta Likert–asteikolla oli suurta (0,8–1,0). Niiden oppilaiden määrä, jotka olivat täysin tai osittain eri mieltä, on laskettavissa taulukoiden 1 ja 2 vastausprosenteista.

Luonnontieteiden kansallisen arvioinnin ympäristöväitteissä oli kaikkia asennekasvatuksen komponentteja (taulukot 1 ja 2). Toimintaa koskevia väitteitä oli eniten (7 kpl), neljä väitettä koski asenteita ja kaksi tietoa. Tämä vastaa fysiikan opetussuunnitelman (Opetushallitus, 2004) tavoitteita, joissa korostuu oppilaan valmius tehdä jokapäiväisiä valintoja energiavarojen käyttöön ja ympäristön suojeluun liittyvissä asioissa. Kestävän kehyksen periaatteet näkyvät väitteissä. Kolmestatoista ympäristöväitteestä (taulukot 1 ja 2) oli eniten ympäristönsuojeluun liittyviä väitteitä (6 kpl), talouteen liittyviä väitteitä oli kaksi vähemmän (4 kpl) ja sosiaaliseen näkökulmaan liittyviä väitteitä vähiten (3 kpl). Ne sisälsivät merkityksiä itselle ja yhteiskunnalle. Tämä vastaa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004) painotuksia.

Taulukko 1**.** Poikien (**P**) ja tyttöjen (T) luokitellut fysiikan ympäristöasenneväitteet ja vastausprosentit (osittain tai täysin samaa mieltä).

	Kestävän kehityksen näkökulma	Asenne (%) **P**/ T	Tieto (%) **P**/T	Toiminta (%) **P**/T
YKSITYISET VÄITTEET				
a) ’Olen valmis maksamaan ympäristöystävällisen energian käyttöönotosta.’	ekonominen			**51**/72
b) ’Olen kiinnostunut energiantuotannosta ja siihen liittyvistä keskusteluista.’	ekologinen	**58**/48		
YLEISET VÄITTEET				
c) ’Luonnontieteillä on suuri merkitys, koska ne auttavat ihmiskuntaa saamaan uutta tietoa esim. ympäristöasioista.’	sosiaalinen		**77**/91	
d) ’Lämpöä pitäisi tuottaa mahdollisimman paljon käyttämällä uusiutuvia luonnonvaroja, vaikka tämä lisäisi lämpöenergian tuotantokustannuksia.’	ekonominen			**71**/82

Ympäristöväitteet liittyivät toisiinsa. Suurimmat korrelaatiot (r = 0,5) ympäristöväitteiden välillä ovat toimintaan liittyvien väitteiden välillä sekä omakohtaisella toimintaväitteellä (*’Olen valmis maksamaan ympäristöystävällisen energian käyttöönotosta’*) luonnontieteiden yleisen merkityksen ymmärtämiseen. Vähiten keskinäistä yhteyttä (korrelaatio r = 0,3) oli väitteillä, jotka koskivat omaa kiinnostusta ja ympäristöystävällisen lämpöenergian tuotantoa (taulukko 1, a ja d).

Oppilaat suhtautuivat ympäristöväitteisiin pääasiassa myönteisesti. Yleisiin väitteisiin suhtauduttiin myönteisemmin kuin yksityisiin (suhde oli noin 80 %/60%). Poikkeuksena oli yleinen väite *’Vihreän kemian koulussa noudattamisen merkityksestä ympäristön tilaan* ’(taulukko 2, f). Siinä vastausprosentti oli samaa suuruusluokkaa kuin väitteessä Vihreän kemian periaatteiden merkityksessä itselle (taulukko 2, d ja e). Oppilaat vastasivat myös toimintaa koskeviin yleisiin väitteisiin myönteisemmin kuin omakohtaista toimintaan liittyviin väitteisiin. Enemmistö oppilaista ilmoitti ymmärtävänsä luonnontieteiden merkityksen ympäristöasioissa ja oli valmis toimimaan ympäristöystävällisesti. Noin puolet oppilaista oli kiinnostunut energiantuotannosta. Niukka enemmistö oli sitä mieltä, ettei kemian osaamisella ole merkitystä heidän kuluttajavalintoihinsa, eivätkä he ole toimineet oppitunnilla ympäristöystävällisesti (taulukko 2).

Taulukko 2. Poikien (P) ja tyttöjen (T) luokitellut kemian ympäristöasenneväitteet ja vastausprosentit (osittain tai täysin samaa mieltä).

	Kestävän kehityksen näkökulma	Asenne (%) **P**/T	Tieto (%) **P**/T	Toiminta (%) **P**/T
YKSITYISET VÄITTEET				
d) ’Kannatan vihreän kemian periaatteita, koska niillä on merkitys tulevaisuudelleni.’	sosiaalinen		**59**/77	
e) ’Vihreän kemian periaatteet ovat tärkeitä minulle.’	sosiaalinen	**58/**76		
g) ’Olen kuluttajana valmis maksamaan ympäristöystävällisemmistä tuotteista, vaikka ne olisivatkin kalliimpia.’	ekonominen			**44**/67
h) ’Kemian osaamisellani on vaikutusta kuluttajavalintoihini.’	ekologinen			**46**/49
i) ’Olen noudattanut vihreän kemian periaatteita työskennellessäni kemian oppitunnilla.’	ekologinen			**41**/51

YLEISET VÄITTEET			
a) ’Vihreän kemian periaatteiden mukaisella toiminnalla on positiivinen vaikutus ympäristölle.’	ekologinen		**84**/93
b) ’Kemian tutkimuksella ja teollisuudella on mahdollisuus vaikuttaa positiivisesti ympäristöystävällisemmän tulevaisuuden rakentamiseen.’	ekologinen	**78**/90	
c) ’Kemian osaamisella ja kehittämisellä on tärkeä merkitys elintason säilyttämisessä ympäristöystävällisesti.’	ekonominen	**73/**82	
f) ’Vihreän kemian periaatteiden noudattamisella koulussa on merkitystä ympäristön tilaan.’	ekologinen		**57**/75
(*Väite on tässä käännetty).			

Poikien ja tyttöjen vastausten välillä oli tilastollisesti erittäin merkitsevät erot. Tytöt suhtautuvat myönteisemmin kuin pojat yleisiin tai itseä koskeviin energian tuotannon- ja kestävän kehityksen periaatteisiin. Pojat olivat tyttöjä enemmän kiinnostuneita energian tuotannosta. Suurin osa tytöistä oli valmis maksamaan ympäristöystävällisestä energiasta, pojista vain puolet. Heistä kuitenkin suurempi osa hyväksyi sen periaatteen, että uusiutuvia luonnonvaroja käyttävä lämmön tuotantotapa on kalliimpi kuin muut. Melkein kaikki tytöt kertoivat ymmärtävänsä luonnontieteiden merkityksen ympäristöasioissa.

Ympäristöasenteiden yhteys fysiikan ja kemian osaamiseen ja opiskeluasenteisiin

Ympäristöväitteitä tarkasteltiin kokonaisuutena, kun analysoitiin niiden yhteyksiä fysiikan ja kemian osaamiseen. Kemian väitteet jaettiin yleisiin ja omakohtaisiin väitteisiin. Ympäristöasenteet liittyivät kohtalaisesti ($r = 0{,}3$) fysiikan ja kemian osaamiseen luonnontieteiden kansallisessa arvioinnissa (taulukko 3). Suurimmat yhteydet olivat vihreän kemian yleisten väitteiden ja kemian ($r = 0{,}36$) ja fysiikan ($r = 0{,}32$) osaamisen välillä.

Taulukko 3. Ympäristöasenteiden väliset yhteydet osaamiseen (Pearson'in korrelaatio).

	N	Fysiikan kokonais-ratkaisuprosentti (N= 2949)	Kemian kokonais-ratkaisuprosentti
energia väitteet, fysiikka	2930	0,27	0,30
omakohtaiset väitteet, kemia	2908	0,29	0,32
yleiset väitteet, kemia	2907	0,32	0,36

*Kaikki korrelaatiot ovat tilastollisesti erittäin merkitseviä.

Ympäristöväitteet korreloivat opiskelua koskevien asenneväitteiden kanssa myös jonkin verran (r = 0,3; selitysosuus 9 %). Energiatuotannon kiinnostavuus oli yhteydessä fysiikan hyödylliseksi kokemiseen (r = 0,33) sekä siitä pitämiseen (r = 0,33). Luonnontieteiden merkitys tiedonsaannissa ympäristöasioissa oli yhteydessä sen kanssa, että fysiikka koettiin hyödyllisenä (r = 0,32).

Suurimmat yhteydet opiskeluasenteisiin oli vihreän kemian väitteillä. Väite *'Kemian osaamisella on vaikutusta kuluttajavalintoihin'* korreloi oppiaineen hyödyllisyyteen (r = 0, 41). Väite korreloi myös kemiasta pitämiseen (r = 0, 35) ja käsitykseen omasta osaamisesta (r = 0, 27). Väite ei korreloinut kemian arvioinnissa menestymiseen kovin hyvin (r =0, 25). Alle puolet (47 %) oppilaista oli samaa mieltä tai osittain samaa mieltä tämän väitteen kanssa. Ne oppilaat, jotka olivat tietoisia kulutusta koskevista asenteistaan, pitivät kemian opiskelua hyödyllisenä tämän asenteen muodostamisessa. Näitä oppilaita oli vajaa puolet, melkein joka toinen.

Keskustelua ja johtopäätöksiä

Tutkimuskysymykset

Luonnontieteiden seuranta-arvioinnissa oli vain neljä fysiikan sisältöihin luokiteltua ympäristöasenteisiin liittyvää tehtävää. Tehtäväsarjan valmistamisessa katsottiin fysiikkaa ja kemiaa kokonaisuutena, joten kemian yhdeksän väitettä täydentävät fysiikan ympäristöväitteitä. Oppilaan fysiikan ja kemian osaaminen korreloivat hyvin keskenään (r = 0,75) (Kärnä, ym., 2012, 148). Tältä osin tuloksia voidaan pitää luotettavina ja vertailua muihin laajempiin tutkimuksiin voidaan tehdä. Ympäristöväitteet sisälsivät kaikki kestävän kehityksen näkökulmat (ekologinen, ekonominen, sosiaalinen) sekä asennekasvatuksen osiot (tieto, asenne, toiminta) ja ne vastasivat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden tavoitteita (2004). Tutkimuksessa vastattiin tutkimuskysymyksiin siitä, miten kestävän kehityksen mukaiset tavoitteet toteutuvat fysiikan ja kemian opetuksessa sekä siihen, miten oppilaiden ympäristöasenteet liittyvät fysiikan osaamiseen ja heidän opiskeluasenteisiinsa. Vastauksia analysoitiin 9.-luokkalaisten perusjoukkoa vastaavasta otoksesta.

Tulosten mukaan oppilailla oli kestävän kehityksen periaatteiden mukaisia asenteita ja myös toimintavalmiuksia. Fysiikan opetuksessa luonnontieteiden merkityksen ymmärtäminen näyttää tärkeältä. Niillä oppilailla, jotka ymmärsivät luonnontieteiden yleisen merkityksen, oli valmiutta myös toimintaan; he olivat valmiita maksamaan ympäristöystävällisen energian käyttöönotosta. Myös Onurin ym. (2012) mukaan oppilas, joka ymmärtää luonnontieteiden merkityksen, on valmis myös toimimaan. Luonnontieteiden merkitys uuden tiedon saamisessa ympäristöasioista oli yhteydessä myös sen kanssa, että oppilas piti fysiikan opiskelua hyödyllisenä. Oppilaat antoivat luonnontieteille merkitystä ympäristöasioissa. Lavosen ym. (2005) tutkimuksen mukaan oppilaat arvostivat luonnontieteitä tulevaisuutensa kannalta.

Tässä tutkimuksessa oppilaiden ympäristömyönteiset asenteet liittyivät jonkin verran fysiikan ja kemian osaamiseen sekä yleisiin opiskeluasenteisiin. Yhteydet olivat pienempiä kuin luonnontieteiden arvioinnissa raportoidut yhteydet yleisten opiskeluasenteiden ja osaamisen välillä. Energiatuotannon kiinnostavuus oli yhteydessä fysiikan hyödylliseksi kokemiseen sekä siitä pitämiseen. Lavosen ym. laajan, kansainvälisen tutkimuksen (2005) mukaan suomalaisia oppilaita, erityisesti tyttöjä, kiinnostivat ympäristöaiheet sekä myös vaikuttaminen ympäristöön. Uiton ym. (2011) mukaan ympäristöaiheet eivät kiinnosta oppilaita sinänsä, mutta ympäristöaiheiden on todettu herättävän luokassa usein keskustelua (Jantunen & Aksela, 2013).

Tämän tutkimuksen mukaan oppilaat ilmaisivat myös ympäristövastuullista toimintaa. Ne oppilaat, jotka olivat tietoisia kulutusta koskevista asenteistaan, pitivät kemian opiskelua hyödyllisenä ympäristövastuullisen asenteen muodostajana. Tytöt olivat tämän tutkimuksen mukaan valmiimpia toimimaan kuin pojat ja heidän asenteensa olivat myönteisemmät. Pojat ilmaisivat tyttöjä useammin fysiikan opiskelussa osaamista ja hyödyllisyyttä sekä pitämistä koskevia asenteita kansallisessa arvioinnissa (Kärnä, ym., 2012, 75). He myös osasivat fysiikkaa tilastollisesti erittäin merkitsevästi paremmin kuin tytöt (Kärnä, ym., 2012, 88). Miehet ovatkin tutkimuksen mukaan (Eisler, Eisler, & Yoshida, 2003) tietoisempia ympäristökysymyksistä, kun taas naiset toimivat ympäristöystävällisemmin.

Ympäristöväitteiden vastaukset kertoivat oppilaan tietoisuudesta ja auttoivatkin tiedostamista. Ympäristökasvatuksessa oppilaita rohkaistaan tulemaan tietoisiksi oppimisprosesseistaan ja omista ympäristöasenteistaan (Littledyke & Evangelos, 2011). Tiedostaminen alkaa omien mielipiteiden muodostamisesta ja kehittyy opettajan palautteesta. Oppilas tarkastelee kriittisesti ensin omaa arkielämäänsä ja sitten yleisiä ilmiöitä (Hannula, 2000). Oppilaiden tietoisuuden kehittäminen edistää myös heidän maailmankuvansa kehittymistä (Kärnä, 2009), mikä on arvioitu yhdeksi fysiikan opetuksen haasteeksi (Kärnä, 2012). Oppilas voi harjoitella oman mielipiteen muodostamista ajankohtaisista ympäristöaiheista fysiikan tunneilla. Nämä sisällöt selittävät myös maailmaa ja antavat fysiikan opetukselle merkityksiä, millä on yhteyttä oppiaineesta pitämiseen (ks. Kärnä, ym., 2012).

Mitä kestävän kehityksen näkökulmat ovat fysiikan kontekstissa?

Tämän tutkimuksen mukaan oppilailla oli kestävän kehityksen arvojen mukaisia asenteita. Suurin osa oppilaista vastasi myönteisesti ekologisiin väitteisiin kuten aiemmassa Opetushallituksen kestävää kehitystä koskevassa arvioinnissa (Rajakorpi, 2001). Tosin näitä väitteitä oli tässä tutkimuksessa myös enemmän kuin muita. Oppilailla oli myös vähemmän omakohtaisia kuin yleisen tason asenteita. Esimerkiksi omaan ympäristöystävälliseen kulutukseen suhtauduttiin vähemmän positiivisesti kuin ympäristöystävälliseen energiantuotantoon. Ympäristökysymykset eivät oletettavasti ole usein esillä fysiikan tunneilla. Fysiikan ja kemian kansallisessa arvioinnissa (Kärnä, ym., 2012) oppilailta ei edes kysytty sitä, kuinka usein ympäristöasiat ovat esillä oppitunneilla. Biologian ja maantiedon tunneilla niitä oli oppilaiden mielestä joskus ja opettajien mielestä useammin (Kärnä, ym., 2012, 85). Fysiikan tunneilla tarvitaan kestävän kehityksen arvojen esiintuomista useiden sisältöjen kohdalla. Ne sopivat luontevasti moniin aiheisiin.

Kestävän kehityksen tavoitteista ei ole vieläkään tullut koulujen käytänteitä fysiikan opetuksessa (ks. Rajakorpi & Salmio, 2001). Kestävän kehityksen opetusta toteutetaan yleisimmin eri oppiaineiden integraatio-opetuksena. Ympäristökasvatusta tehdään paljon projektien avulla kuten aiemminkin (Rajakorpi & Salmio, 2001). Tämä on kyllä tehokas tapa tuottaa myönteisiä asenteita (Uitto, ym., 2011). Fysiikan opetuksessa tarvitaan kuitenkin myös omia kestävän kehityksen mukaisia käytänteitä, mikä mahdollistaa omaehtoisen kumppanuuden muiden aineiden kanssa. Kestävän kehityksen näkökulmat fysiikan tunneilla voivat olla yksinkertaisia. Luonto tai rakennettu ympäristö voisivat olla fysiikan opetuksen lähtökohtana. Mennään havainnoimaan ulos fysiikan ilmiöitä ja opetellaan tunnistamaan niitä (taloja rakennetaan ja lämmitetään, mopot liikkuvat ja tarvitsevat polttoainetta…). Koulun ulkopuolinen toiminta on tutkimuksen (Uitto, 2012) mukaan tärkeää ympäristöasenteiden (ympäristöherkkyys) kehittymisessä.

Fysiikan opetus teknologian tai yhteiskunnan kontekstissa kehittää tutkimuksen mukaan (esim. Mee-Kyeong & Ibrahim, 2007) myönteisiä asenteita ja parantaa oppimistuloksia. Koulussa tulisikin kiinnittää huomiota erityisesti sosiaalisiin ja kulttuuriin liittyviin näkökulmiin, koska nuorilla ei ole Louhimaan (2008) mukaan kykyjä tunnistaa ympäristökysymysten liittymistä yhteiskunnalliseen päätöksentekoon (Louhimaa, 2008, 7). Näkökulmaa voisi vielä laajentaa myös ekonomisiin kestävän kehityksen periaatteisiin. Tämä tarkoittaa sitä, että sisältötietojen lisäksi opetuksen tavoitteena on merkitysten ymmärtämistä, kuten opetussuunnitelma edellyttää. Esimerkiksi elinkaariajattelu vaatii monitieteellistä aiheen käsittelyä sekä henkilökohtaisella että yhteiskunnallisella tasolla. Ekologinen näkökulma voidaan esittää aina silloin, kun käsitellään luonnonvarojen käyttöä. Tällaisia aiheita ovat esimerkiksi rakentaminen ja uuden vähän energiaa kuluttavan tekniikan kehittäminen. Kuitenkin on muistettava, että tekninen ratkaisu ei ole lopullinen ratkaisu ympäristökysymyksiin, se on usein väliaikainen (Dator, 2005). Ympäristökasvatuksessa on myös muita karikoita. Ympäristöongelmat toisaalta tieteellistetään ja toisaalta yksilöllistetään (Louhimaa, 2008; Matthies, 1992) eli psykologisoidaan, tehdään emotionaalisiksi (Louhimaa, 2005, 224; Matthies, 1992, 28).

Tämän tutkimuksen mukaan oppilailla on myös ympäristöystäväisiä toimintavalmiuksia, ympäristöaiheet ovat oppilaiden mielestä hyödyllisiä ja niillä oli yhteyttä oppilaan fysiikan ja kemian osaamiseen ja opiskeluasenteisiin. Kuitenkin vastausten hajonta oli suurta, myös tyttöjen ja poikien vastausten erot, joten koulussa opettajan tuleekin kiinnittää huomiota oppilaisiin, joilla on negatiivinen asenne.

Keskustelua fysiikan opetuksen tavoitteista ja sisällöistä ympäristökasvatuksessa tarvitaan. Ympäristökasvatuksen monipuoliset tavoitteet edistävät fysiikan opetusta. Ne mahdollistavat opettajaa käyttämään monien sisältöjen yhteydessä laajoja, käytännön läheisiä näkökulmia, uusia opetusmenetelmiä ja ajankohtaisia tietolähteitä. Oppilailla on mahdollisuus mielipiteen ilmaisuun maailmankuvaansa varten ja heidän kiinnostuksensa fysiikkaan kasvaa.

Lähteet

Albe, V. (2013). On the Road to Science Education for Sustainability. *Cultural Studies of Science Education*, 8(1), 185–192.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison K. (2008). *Research methods in education*. New York: Routledge.

Dator, J. (2005). Assuming 'responsibility of our rose'. Teoksessa J. Paavola & I. Lowe (toim.), *Environmental Values in a Globalising World. Nature, justice and governance* (s. 215–235). London: Routledge.

Eisler, A, Eisler, H., & Yoshida M. (2003). Perception of human ecology: Cross-cultural and gender comparisons. *Journal of Environmental Psychology,* 23, 89–101.

Haavisto, I., & Kiljunen, P. (2011). *Maailman paras maa. EVA:n kansallinen arvo- ja asennetutkimus 2011*. Helsinki: Taloustieto Oy.

Hannula, A. (2000). *Tiedostaminen ja muutos Paulo Freiren ajattelussa. Systemaattinen analyysi Sorrettujen pedagogiikasta*. Helsinki: Helsingin yliopisto.

Hashweh, M. Z. (2005). Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching: theory and practice,* 11(3), 273–292.

Heimlich, J., Carlson, S.P., & Storksdieck, M.(2011). Building face, construct, and content validity through use of a modified Delphi: adapting grounded theory to build an environmental field days observation tool. *Environmental Education Research,* 17 (3), 287–305.

Helne, T., Hirvilammi,T., & Laatu, M. (2012). *Sosiaalipolitiikka rajallisella maapallolla*. Helsinki: Kelan tutkimusosasto. Sivulta https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/37654/YhteyksienKirja.pdf?sequence=1

Juntunen, M., & Aksela, M. (2013). Kestävän kehityksen kasvatus kemian opetuksessa: Muutamia näkökulmia ja käytännön vinkkejä opetuksen tueksi. *LUMAT, 1*(4), 329–350.

Keinonen, T., & Hartikainen, A. (2011). Tiede yhteiskunnassa –Profiles- hanke. *Dimensio,* 75(1), 17–19.

Käpylä, M. (1995). Ympäristökasvatus koulun oppimis- ja tiedonkäsityksen muuttamisen välineenä. Teoksessa S. Ojanen & H. Rikkinen (toim.), *Opettaja ympäristökasvattajana* (s. 24–39). Helsinki: WSOY.

Kärnä, P. (2009). *Kokonaisvaltainen fysiikanopetus peruskoulussa fysiikan valinnaiskurssilla.* Helsinki: Helsingin yliopisto.

Kärnä, P. (2012). Peruskoululaisten asenteet fysiikan opintoja kohtaan – mitä tehdä, kun fysiikasta ei pidetä. Teoksessa P. Kärnä, L. Houtsonen & T. Tähkä (toim.), *Luonnontieteiden opetuksen kehittämishaasteita* 2012 (s. 121–144). Helsinki: Opetushallitus.

Kärnä, P. Hakonen, R., & Kuusela, J. (2012). *Luonnontieteellinen osaaminen perusopetuksen 9. luokalla 2011*. Helsinki: Opetushallitus.

Lavonen, J., Juuti, K., Meisalo, V., Uitto, A., & Byman,V. (2005). Luonnontieteiden opetuksen kiinnostavuus peruskoulussa. Teoksessa *Tutkimustuloksia nuorten näkemyksistä teknologia-alasta ja luonnontieteiden opetuksesta* (s. 5–30). Helsinki: Teknologiateollisuus.

Leinonen, T. (2013). Peruskoulun yläasteen opettajille ympäristökasvatuksen toteuttamisesta suoritetun Internet -kyselyn tuloksien yhteenveto opetuksen muutoksista. Teoksessa J. Jokisalo, T. Järvikoski & K. Väyrynen (toim.), *Luonnonsuojeluajattelusta ympäristökasvatukseen* (s. 61–84). Oulu: Ecocenter & Oulun yliopiston käyttäytymistieteiden laitos.

Littledyke, M., & Evangelos, M. (2011). Education for Sustainability Pedagogy: Ideological and Epistemological Barriers and Drivers. Teoksessa W. Leal Filho (toim.), *World Trends in Education for Sustainable Development*. *Environmental Education, Communication and Sustainability* (s. 77–104). Frankfurt am Main: Peter Lang.

Louhimaa, E. (2005). Kestävä kehitys ja ympäristökasvatuksen todellisuus. Teoksessa T. Kiilakoski, T. Tomperi & M. Vuorikoski (toim.), *Kenen kasvatus? Kriittinen pedagogiikka ja toisinkasvatuksen mahdollisuus* (s. 217–244). Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.

Louhimaa, E. (2008). Aktiivien kansalaisuus ja ympäristökasvatuksen paradoksit. Teoksessa M. Lairio, H.L. Heikkinen & M. Penttilä (toim.), *Koulutuksen kulttuurit ja hyvinvoinnin politiikat. Kasvatusalan tutkimuksia* (s. 77–101). Suomen kasvatustieteellinen seura.

Matthies, J. (1992). Ympäristökasvatus kyynisessä postmodernissa: Teoksessa O. Kinttula & T. Parviainen (toim.), *Ojasta allikoon? Puheenvuoroja ympäristökasvatuksen itsestäänselvyyksistä* (s. 27–58). Suomen ylioppilaskuntien liitto r.y. SYL-julkaisu 3.

Mee-Kyeong, L., & Ibrahim, E. (2007). Abstract. The Effect of Science–Technology–Society Teaching on Students’ Attitudes toward Science and Certain Aspects of Creativity. *International Journal of Science Education,* 29(11), 1315–1327.

Metsämuuronen, J. (2006). Laadullisen tutkimuksen perusteet. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), *Laadullisen tutkimuksen käsikirja* (s. 81–150). Jyväskylä: Gummerus.

Mikkola, T. (1997). Arvot ja ympäristö. Uuden keskiluokan ympäristöarvot ja -asenteet maailmankuvallisen muutoksen heijastajana. Teoksessa H. Helve (toim.) *Arvot, maailmankuvat, sukupuoli* (s. 95–139). Helsinki: Yliopistopaino.

Negev, M., Sagy, G., Garb, Y., Salzberg, A., & Tal, A . (2008). Evaluating the environmental literacy of Israeli elementary and high school students. *Journal of environmental education,* 39(2), 3–20.

Onur, A., Sahin, E., & Tekkaya, C. (2012). An investigation on value orientations, attitudes and concern towards the environment: the case of Turkish elementary school students. *Environmental Education Research,* 18(2), 271–297.

Opetushallitus (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Helsinki: Opetushallitus.

Pasanen, J., & Ulvila, M.(2012). Energiankulutuksen laskusta talouslaskuun. Teoksessa T. Helne & T. Silvasti (toim.), *Yhteyksien kirja. Etappeja ekososiaalisen hyvinvoinnin polulla* (s. 80–89). Helsinki: Kelan tutkimusosasto.

Rajakorpi, A. (2001). Oppilaat, opiskelijat ja kestävä kehitys. Teoksessa A. Rajakorpi & K. Salmio (toim.), *Tapahtuuko kestävä kehitys kouluissa ja oppilaitoksissa* (s. 161–182). Helsinki: Opetushallitus.

Rajakorpi, A., & Salmio, K. (toim.) (2001). *Tapahtuuko kestävä kehitys kouluissa ja oppilaitoksissa*. Helsinki: Opetushallitus.

Salonen, A. O. (2012). Sosiaalinen saneeraus – tie ekososiaaliseen sivistykseen. Teoksessa T. Helne & T. Silvasti (toim.) *Yhteyksien kirja. Etappeja ekososiaalisen hyvinvoinnin polulla* (s. 124–133). Helsinki: Kelan tutkimusosasto.

Siljander, P. (2000). Kasvatus kadoksissa? Teoksessa P. Siljander (toim.), *Kasvatus ja sivistys* (s. 15–24). Tampere: Gaudeamus.

Uitto, A. (2012). Vastuu ympäristöstä, hyvinvoinnista ja kestävästä tulevaisuudesta. Teoksessa E. K. Niemi (toim.), *Aihekokonaisuuksien tavoitteiden toteutumisen seuranta-arviointi* 2010 (s. 156–179). Helsinki: Opetushallitus.

Uitto, A., Juuti, K., Lavonen, J. Byman, R., & Meisalo, V. (2011). Secondary school students' interests, attitudes and values concerning school science related to environmental issues in Finland. *Environmental Education Research,* 17(2), 167–186.

Åhlberg, M. (2001). Ympäristökasvatuksen tulevaisuuden näkymiä: Ekopedagogiikkaa ja ekodidaktiikkaa kestävän kehityksen edistämiseksi. Teoksessa A. Rajakorpi & K. Salmio (toim.), *Tapahtuuko kestävä kehitys kouluissa ja oppilaitoksissa* (s. 327–344). Helsinki: Opetushallitus.

Opettajien kysymykset heidän ohjatessaan 3-5-luokkalaisten avoimia ongelmanratkaisutehtäviä

Liisa Näveri, Maija Ahtee,
Anu Laine, Päivi Portaankorva-Koivisto,
Erkki Pehkonen, Markku S. Hannula
Helsingin yliopisto

Tutkimuksessa tarkastellaan opettajien oppitunneilla käyttämää ohjausta viidessä avoimessa ongelmanratkaisutehtävässä. Tehtävät on tehty kolmen vuoden aikana samoissa alakouluryhmissä oppilaiden ollessa kolmannella luokalla ensimmäistä tarkasteltavaa tehtävää tehdessään ja viidennellä luokalla viimeisen tehtävän aikana. Tämä tutkimus on osa laajempaa 3-vuotista (2010–13) tutkimusprojektia, missä vertaillaan opettajien erilaisia toimintatapoja ja oppilaiden suoritusten ja ymmärtämisen kehittymistä, kun kolmannelta luokalta lähtien käytetään kerran kuukaudessa avoimia ongelmia. Oppitunnit (7 luokkaa) videoitiin ja litteroitiin. Lisäksi tutkimuksessa on käytetty opettajien tunneista tekemiä tuntisuunnitelmia ja opettajapalavereista otettuja videoita. Opettajan toiminnan tarkastelussa käytetään lähtökohtana Polyan mallista kehitettyä opetusmallia. Tässä mallissa huomio keskittyy neljään opettajan toiminnan osatekijään: suunnitteluun, tehtävän antamiseen, oppilaiden ohjaukseen työskentelyvaiheessa ja tehtävän yhteenvedon toteutustapaan. Tutkimuksessa oppilaan ohjauksen havaitaan jakautuvan oppitunnin eri vaiheisiin. Kysymykset painottuvat tehtävänanto- ja työskentelyvaiheisiin. Ohjauskäytännöissä todetaan sekä opettajakohtaista että tehtäväkohtaista vaihtelua.

Johdanto

Tässä artikkelissa tarkastellaan oppilaan ohjausta viidessä epätavanomaisessa (non-standard) ongelmassa. Tavoitteena on löytää ongelmanratkaisun opettamisen ongelmakohtia oppitunnin aikana tapahtuvassa ohjaamisessa. Aluksi käsitellään kolmea matematiikan opetuksen keskeistä teoreettista käsitettä: matemaattinen ajattelu, ongelmanratkaisu ja epätavanomainen ongelma, jotka ovat merkityksellisiä tässä esitetyn empiirisen tutkimuksen kannalta. Tutkimukseen osallistui seitsemän projektissa olevaa opettajaa, jotka ovat toteuttaneet oppitunnin kaikissa tarkasteltavissa avoimissa tehtävissä. Ensimmäinen tehtävä tehtiin lokakuussa 2010 ja viimeinen huhtikuussa 2013.

Teoreettinen tausta

Matematiikan oppimisen tavoitteena on kaikissa ikäryhmissä matematiikan rakenteiden ymmärtäminen ja matemaattisen ajattelun kehittyminen, ei siis pelkästään mekaaninen laskeminen (Opetushallitus, 2004). Oikeiden oppimistapojen luomiseksi tämän tulisi olla tavoitteena jo alakoulusta lähtien. Vuoden 2004 normiopetussuunnitelman mukaan ei riitä, että oppilaat osaavat laskea mekaanisesti, vaan oppilaan tulisi myös pystyä tekemään perusteltuja ja päätelmiä sekä selittämään toimintaansa suullisesti ja kirjallisesti (Opetushallitus 2004). Jo esiopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2010) todetaan, että matemaattisen ajattelun kehittymisessä on tärkeää, että lapsi oppii tarkkailemaan myös omaa ajatteluaan. Lasta on kannustettava kertomaan, mitä hän ajattelee tai miten hän ajattelee ja perustelemaan ajatteluaan.

Matematiikan opetuksen keskeiset tavoitteet ja sisällöt määritellään opetussuunnitelman perusteissa (2004) nivelkohtien välisille osioille. Jokaisella jaksolla on oma tehtävänsä. Kunkin nivelkohdan osion päätteeksi on laadittu oppilaan hyvän osaamisen kuvaus. Toisen luokan päättyessä hyvän osaamisen kuvauksessa katsotaan esikoulun ja alimpien vuosiluokkien opetuksen tehtävänä olevan hyvän oppimisen ja työskentelyn mallin antaminen. Vuosiluokkien 1–2 matematiikan opetuksen ydintehtäväksi on opetussuunnitelman perusteissa (2004) kirjattu matemaattisen ajattelun kehittäminen perusteluja tekemällä ja esittämällä.

Matemaattinen ajattelu

Opetussuunnitelmatekstin (2004) nojalla matematiikan opetuksen tehtävänä on muun muassa ”tarjota mahdollisuuksia matemaattisen ajattelun kehittämiseen”. Siitä, mitä matemaattinen ajattelu on, on monenlaisia käsityksiä ja määrittelyjä. Opetussuunnitelman perusteet käyttävät käsitettä ´ajattelun taidot´. Opetussuunnitelmatekstissä on myös elementtejä matemaattisen tiedon (käsitteellinen, toiminnallinen ja strateginen) prosessointia korostavasta matemaattisesta ajattelusta (kts. Joutsenlahti, 2005). Mouwitz (2003) puolestaan liittää ajatteluun kompetenssikäsitteen, mihin hän sisällyttää tiedon käytettävyyden. Kaikille edellä mainituille määrittelyille on ominaista korkeamman tason ajattelu.

Esi- ja perusopetuksen opetussuunnitelmat sisältävät yhteneviä näkemyksiä oppimisen luonteesta. Perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2004) oppiminen ymmärretään sekä yksilölliseksi että yhteisölliseksi tietojen ja taitojen rakennusprosessiksi, missä oppijan aikaisemmat tiedot huomioidaan. Esikoulussa luodaan pohja matematiikan oppimiselle. Esikoulun opetussuunnitelman (2010) eheyttävän oppimisen periaatteiden mukaisesti tulisi esikouluvaiheessa ohjata lasta muodostamaan käsityksiään arkipäivän tilanteissa ilman tiukkaa käsitteiden määrittelyä ja liiallisen mekaanisen työskentelyn korostamista. Tämä tukee myöhempää käsitteen muodostumista.

Ongelmanratkaisu

Käsitteellisen ajattelun lisäksi ymmärtävässä matematiikan osaamisessa tarvitaan ongelmanratkaisutaitoja, jotka edistävät korkeamman tason ajattelua (esim. Schoenfeld 1985). Ongelmanratkaisua pidetään kansainvälisesti keskeisenä matemaattiselle ajattelulle (esim. Mason, Burton, & Stacey 1985; Schoenfeld, 1985; Stanic & Kilpatrick, 1988).

Tässä tukeudutaan seuraavaan laajasti kirjallisuudessa käytettyyn ongelman luonnehdintaan (esim. Kantowski, 1980): Tehtävän sanotaan olevan *ongelma*, jos sen ratkaiseminen vaatii, että ratkaisijan on yhdisteltävä hänelle ennestään tuttua tietoa uudella tavalla. Jos ratkaisija voi heti tunnistaa ne toimenpiteet, jotka tarvitaan tehtävän ratkaisemiseen, niin kyseessä on hänelle *rutiinitehtävä* (tai standarditehtävä tai harjoitustehtävä). Tehtävän sanotaan olevan *epätavanomainen (*non-standardi), jos se poikkeaa selvästi oppikirjan tehtävistä.

Polya (1945) esitti kirjassaan jo yli 60 vuotta sitten ratkaisijalle neliportaisen ongelmaratkaisumallin. Yhdistämällä siinä toinen ja kolmas vaihe saadaan selkeä malli ongelmanratkaisun opettamiselle (vrt. Laine et al., 2012), jota voidaan hyödyntää opettajan toimintaa tarkasteltaessa: Opetuksen suunnittelu, Tehtävän antaminen, Oppilaiden ohjaus ja Tehtävän yhteenveto.

Opettajan matematiikkakuva

Jokaisella opettajalla on oma käsityksensä matematiikasta ja sen opettamisesta ja oppimisesta, minkä pohjalle rakentuu hänen matematiikkakuvansa. Matematiikkakuva ohjaa opettajan toimintaa hänen työssään. Opettajan matematiikkakuva sisältää muun muassa käsityksen siitä, miten oppiminen tapahtuu, mitä on matemaattinen ajattelu, mitä on ongelmanratkaisu ja mitkä ovat ne periaatteet, joilla hän opettajana edistää oppimista. Opettajan matematiikkakuva kehittyy koko hänen opettajanuransa aikana (esim. Pietilä, 2002; Kaasila et al., 2004).

Aloittaessaan opettajalla on matematiikkaan liittyviä kokemuksia useista eri suunnista, joiden perusteella hän on muodostanut itselleen vähitellen oman matematiikkakuvansa (Laine et al., 2012). Toimiminen matematiikanopettajana antaa hänelle uusia kokemuksia esimerkiksi siitä, millaiset valinnat luokassa tuovat halutunlaista osaamista. Näin tekemistään ratkaisuista saadut kokemukset muokkaavat opettajan matematiikkakuvaa ja siten myös hänen toimintaansa ja ovat vaikuttamassa opettajan tekemiin päätöksiin luokassa (esim. Pajares, 1992; Calderhead, 1996; Speer, 2008).

Opettajien kysymykset

Ongelmanratkaisukirjallisuus sisältää runsaasti jaotteluja ongelmanratkaisutunneilla käytettävistä kysymyksistä. Niillä voidaan tukea oppilaan ongelmanratkaisua eri tavoin (esim. Anghileri, 2006) tai ohjata oppilasta perustelemaan (ks. esim. Sahin & Kulm, 2006; Martino & Maher, 1999). Sahin ja Kulm (2006) jakavat kysymykset tässä tutkimuksessa tarkoituksenmukaiseksi osoittautuneella tavalla kolmeen pääkategoriaan: 1) asiakysymyksiin, joilla tarkistetaan, että oppilas tietää ongelman ratkaisun kannalta keskeiset käsitteet, 2) ohjaaviin kysymyksiin, jotka auttavat oppilaita eteenpäin heidän ongelmanratkaisuprosessissaan ja 3) kysymyksiin, joissa etsitään ratkaisulle perustelua tai selitystä.

Tutkimusongelmat

Tässä artikkelissa verrataan oppilaan ohjaamista viidessä epätavanomaisessa ongelmassa. Tavoitteena on löytää ongelmanratkaisun opettamisen ongelmakohtia oppitunnin aikana tapahtuvassa ohjaamisessa. Opettajan tekemät ratkaisut ilmentävät hänen käsitystään matematiikasta ja sen opettamisesta. Tässä tutkimuksessa tarkastellaan opettajan ohjausta hänen sekä oppilaiden vuoropuhelun kautta. Ohjauksen luokittelussa tarkastellaan kaikkia Polyan mallista kehitetyn opetusmallin vaiheita. Siispä voidaan asettaa seuraavat kaksi tutkimusongelmaa:

- Millaisia kysymyksiä opettajat käyttävät ongelmanratkaisutunnilla?
- Millaisia kysymyksiä oppilaat esittävät tuntien aikana?

Tutkimuksen toteutus

Tämä tutkimus on osa laajempaa Suomen Akatemian rahoittamaa 3-vuotista (2010–13) tutkimusprojektia (projekti #1135556), jossa Chilen ja Suomen opettajien erilaisia toimintatapoja ja oppilaiden ymmärtämisen ja suoritusten kehittymistä vertaillaan, kun kolmannelta luokalta lähtien käytetään kerran kuukaudessa avoimia ongelmia. Käsiteltävänä olevat tehtävät kuuluvat näihin kokeilutehtäviin, joiden toteutuksesta on kerätty monipuolisesti tietoa. Ongelmanratkaisutuntien välillä on ollut opettajatapaaminen, jossa projektissa mukana olleet opettajat ja tutkimusryhmä ovat tavanneet. Tapaamisessa on keskusteltu opettajien kokemuksista edellisestä tehtävästä, tutustuttu ongelmanratkaisun opettamiseen liittyvään teoriaan ja valittu seuraavan ongelmanratkaisutunnin tehtävä. Opettajat ovat tutustuneet tehtävään ja siitä on keskusteltu. Kuitenkin jokainen opettaja on suunnitellut tunnin toteutustavan itsenäisesti.

Ohjaus ongelmanratkaisutunnin eri vaiheissa

Opetussuunnitelmissa spiraalirakenteella on tavoitteena pohjustaa havainnoimalla myöhemmin määriteltävää käsitettä tai strategiaa. Kaikilla Chile-Suomi -tutkimusprojektiin valituilla ongelmanratkaisutehtävillä on myös kullakin tietty tavoite. Tarkasteltavana olevissa tehtävissä oli käsitteellisten tavoitteiden ja erilaisten ratkaisuvaihtoehtojen löytämisen lisäksi tavoitteena löytää ratkaisustrategia ja perustella se.

Kirjallisten tuntisuunnitelmien lisäksi seurasimme opettajien toimintaa ongelmanratkaisutunnin videoinneista ja tehtävän jälkeen pidetyistä ja videoiduista edellä kuvatuista opettajatapaamisista. Alkuperäiset videot katsottiin ja litteroinnit luettiin useaan kertaan mahdollisimman tarkan käsityksen muodostamiseksi. Raportissa on esitetty tuntien keskusteluista lainauksia, jotta lukija saisi luotettavan kuvan tilanteesta. Näin päädyttiin opettajien ja oppilaiden ongelmanratkaisutunnilla toteuttaman ohjauksen kuvauksiin tulososiossa (Taulukko 1).

Koehenkilöt

Tutkimukseen osallistui seitsemän kolmatta luokkaa, siis seitsemän opettajaa ja heidän oppilaansa. Joka kuukausi tunneilla käsiteltiin samaa tehtävää. Jotta tuntien videointi olisi mahdollista, oppitunnit toteutettiin eri aikaan, kuitenkin yhden kuukauden sisällä. Kaikilla kokeiluun osallistuvilla opettajilla on useamman vuoden kokemus alakoulun opettajina. Heistä käytetään tässä tekstissä pseudonyymejä: Anna, Bertta, Cecilia, Doris, Elena, Fanny ja Gabrielle.

Tutkimuksessa käytetyt tehtävät

Seuraavassa esitellään tutkimuksessa käytetyt tehtävät. Projektin 1. ongelma, ´muffini´, tehtiin lokakuussa 2010. Tehtävässä muffinssilaatikon sanottiin maksavan 20 €. Kysyttiin, miten eri tavoin ostoksen voi maksaa tasarahalla?

Ajallisesti projektin 4. ongelma, seuraava tässä tutkimuksessa käsitelty ongelma oli ´aritmagon´. Aritmagon on kolmio, jonka kärjissä olevien lukujen summa on kolmion sivulla. Tehtäväpaperissa oli helpotettu aritmagon, jossa sivuilla oli kaksi samaa lukua. Varsinainen aritmagon-tehtävä oli miettiä menetelmä tällaisen helpotetun aritmagonin ratkaisemiseksi. Tehtävä tehtiin tammikuussa 2011. Aritmagon-tunnin kuvaus on artikkelissa `Erilaisia tapoja johdatella ongelmanratkaisutehtävään - esimerkkinä aritmagonin ratkaiseminen alakoulun kolmannella luokalla´ (Näveri et al., 2012).

Seuraavana tässä tutkimuksessa on projektin 7. tehtävä, ´Elli-etana´: Etana Elli kiipeää muuria ylös hyvin hitaasti. Joinakin päivinä se nousee kymmenen senttimetriä, joinakin päivinä kaksikymmentä senttimetriä, joinakin päivinä se nukkuu eikä liiku ja toisina päivinä se on syvässä unessa, jolloin se laskeutuu kymmenen senttimetriä. Muuri on sata senttimetriä korkea. Kymmenennen päivän lopuksi Elli on puolivälissä muurin korkeutta eli noussut viisikymmentä senttimetriä. Mitä on voinut tapahtua kymmenenä ensimmäisenä päivänä? Tehtävässä pyydettiin kuvailemaan niin monta erilaista tapaa kuin mahdollista. Tämä tehtävä tehtiin syyskuussa 2011 (Laine et al., 2012).

Tammikuussa vuonna 2011 neljäsluokkalaisilla oli projektin 10. tehtävänä rakentaa kolmiulotteisia kappaleita käyttäen cocktail-tikkuja särminä ja herneitä kärkipisteinä. Vaihtoehtojen määrää rajattiin kappaleisiin käytettävien cocktail-tikkujen määrää rajaamalla. Varsinainen tehtävän mielenkiinto pyrittiin kohdistamaan strategian perusteluun. Tehtävää on tarkasteltu artikkelissa ´The association between lesson goals and task introduction in problem solving teaching in primary schooling´ (Näveri et al., 2013).

Projektin kahdestakymmenestä ongelmasta 19. ongelma huhtikuussa 2013 oli etsiä pinta-alaltaan suurin suorakulmio, jonka piiri on 30 cm.

Tiedon keruu

Aikaa kaikissa ryhmissä käytettiin tehtävien tekemiseen yksi matematiikan tunti. Opettajan työskentely videoitiin, jonka jälkeen video litteroitiin. Ennen tuntikäsittelyä olleessa opettajatapaamisessa tehtävien toteutuksista keskusteltiin ja myös tunnin jälkeen keskusteltiin opettajapalaverissa kokemuksista tunnin kulusta. Opettajapalaveri videoitiin. Tunnin jälkeen oppilaiden ratkaisupaperit koottiin tutkijalle.

Tulososiossa tarkastellaan ongelmanratkaisutunneilla käytyä opettajien ja oppilaiden keskustelua. Keskusteluista on kirjattu tehtävänantoon liittyviä käsitteitä koskevat kysymykset ja ohjausvaiheeseen liittyvät kysymykset.

Samoin on tarkasteltu, miten keskustelu jatkuu kysymyksen esittämisen jälkeen. Lisäksi on kirjattu opettajan ja oppilaiden perusteluihin liittyvät kysymykset ja niihin liittyvä keskustelu.

Tulokset

Seuraavassa tarkastellaan tutkimuksessa olevien opettajien toimintaa eri tehtävissä.

Anna. Elli etana-tehtävän tuntisuunnitelmassa Anna kertoi haluavansa seurata, kuinka oppilaat pystyivät ratkaisemaan tehtävää omatoimisesti. Kun Annalla oli luokassa passiivinen rooli, olivat myös oppilaat passiivisia, eivätkä esittäneet yhteensä viittä kysymystä enempää tunnin aikana.

> Anna: Nyt on semmonen juttu että mä kyllä yhden kerran luen tän teille ääneen, mutta sen jälkeen te yritättekin lähteä tekemään tätä tehtävää ihan parin kanssa
>
> Oppilas: Pitääks sen päästä tonne ihan ylös?
>
> Anna: No luepa siitä.
>
> Oppilas: No kun siinä ei kerrota.
>
> Anna: Koitapa vielä kerran lukea se ohjeistus. Mitä tapahtuu kymmenen ensimmäisenä päivänä?
>
> Oppilas: No se pääsee viiteenkymmeneen senttiin..
>
> Anna: No millä tavalla? Nyt teidän pitäisi selvittää, että millä tavalla se liikkuu minäkin päivänä.. Tos on puol.. Kuinka paljo.. kuinka paljon senttimetrejä? Luepa tuolta.. Sulle kerrotaan se kaikki tuolla.

Sen sijaan muilla ongelmanratkaisutunneilla Annan kysymysten määrän kasvaessa myös oppilaat kysyivät enemmän. Annan oppilaat esittivät tuntien aikana vähän kysymyksiä. Poikkeuksen teki ´suurimman suorakulmion määrittämis´-tehtävä, missä oppilaat kysyivät paljon suorakulmion pinta-alaan ja piiriin liittyviä kysymyksiä ohjausvaiheessa. Tehtävänantovaiheessa Anna käsitteli suorakulmion piiriä ja pinta-alaa vain muutamalla esimerkillä. Tästä syystä oppilaat kysyivät niihin liittyviä kysymyksiä ohjausvaiheessa, jotta olisivat päässeet tehtävän ratkaisussa eteenpäin. ´Aritmagon´-tehtävän ja ´tikut ja herneet´-tehtävän tunneilla oppilaiden tehtävänantoon ja tehtävän tekemiseen liittyviä kysymyksiä oli keskimäärin viisi. Huomio kiinnittyy myös siihen, että Annan tunnilla keskustelu ei aina jatkunut kysymyksen jälkeen. Esimerkiksi ´aritmagon´-tehtävän tunnilla Anna esitti ohjausvaiheessa 29 tehtävän tekemiseen liittyvää kysymystä, mutta vain 11 tapauksessa keskustelu jatkui niin, että oppilas joko vastasi tai esitti vastakysymyksen.

Bertta. Bertta esitti ongelmanratkaisutunneillaan itse paljon kysymyksiä. Sen sijaan oppilaat esittivät kaikilla tarkastelluilla tunneilla keskimäärin 11 ongelman ratkaisemisen eri vaiheisiin liittyvää kysymystä. ´Elli-etana´-tehtävässä Bertta kysyi 90 kysymystä oppilailta. Sen sijaan oppilaat esittivät samassa tehtävässä vain 14 kysymystä, joista puolet liittyi tehtävässä käytettäviin käsitteisiin. ´Aritmagon´-tehtävässä Bertta esitti 29 tehtävän käsitteisiin, 21 tehtävän tekemiseen ja 31 perustelemiseen liittyvää tehtävää. Näihin oppilaat vastasivat tai esittivät vastakysymyksen osioittain alle kahdessakymmenessä tapauksessa. Vastaavasti oppilaat esittivät tehtävää kohden keskimäärin 6 käsitteisiin ja tehtävän tekemiseen liittyvää kysymystä. Bertta käytti kysymyksiä keinona ohjata. Ensimmäisen oppilasryhmän keksittyä ratkaisun hän esittää sen kovalla äänellä, niin että oppilas, joka vielä ei ole kyseisessä vaiheessa, voi ottaa vinkin omaan tekemiseensä. Seuraava lainaus on ´aritmagon´-tehtävästä.

> Bertta: No nyt mä annan sitten seuraavanlaisen tehtävän. Voiko tätä samaa ratkaisua hyödyntämällä keksiä uusia ratkaisuja? Koittakaapa löytää vielä ainakin toinen tapa miten saatte Etana Ellin nousemaanviiteenkymmeneen senttimetriin.
>
> Pojat: Meil on jo kaks.
>
> Bertta: No sitten toinen, kolmas. Aha tuolla on joo. Toi on se edellinen… Niin voisko miettiä, että teillä on täällä nyt kakskyt, kakskyt, kymmenen, kymmenen, kymmenen, kymmenen, kakskyt, kymmenen, kymmenen, kymmenen. Voiko tätä ratkaisua hyödyntää, keksiä jotain uutta? Uuden tavan. Voiko esimerkiksi tehdä jotain näille lukujen paikoille. Pysyiskö siinä vielä se sama ratkaisu?
>
> Pojat: No laitetaan vaikka plussat…Bertta, me keksittiin toinen.
>
> Bertta: No näyttäkääpäs. Millä tavalla tämä ratkaisu eroaa tuosta ylemmästä?
>
> Pojat: Mmm.. toi on erilainen.
>
> Bertta: Miten se on erilainen? Millä tavalla se eroaa? No onko siellä sama määrä kymppejä esimerkiks? On. Onks siellä sama määrä kakskymppisiä? On. Sama määrä nollia? On. Eli oletteko vaihtaneet lukujen paikkaa? Loistavaa pojat. Kokeilkaa saiskos tosta samasta pyöräytettyä kolmannen. Hyvä pojat.

Keskustelu tapahtui voimakkaalla äänellä luokassa. Tämän jälkeen muutkin oppilasparit ottivat strategian käyttöön.

Cecilia. Ongelmanratkaisutunneilla esittivät sekä Cecilia että oppilaat vähän kysymyksiä, vain noin puolet muiden opettajien tunneilla esittämiin kysymyksiin verrattuna. Tyypillistä Cecilialle oli oppilaan kysymykseen esitetty vastakysymys sekä kehotus keskustella parin kanssa epäselvistä kohdista. Seuraava lainaus on ´aritmagon´-tehtävästä.

> Oppilas viittaa ja Cecilia tulee luo: Oletko pulassa? Mikä

ongelma on täällä?

Oppilas: Me ei keksitty.

Cecilia: No miten vois aloittaa, jos ei keksi?

Opp: Miettimällä vissiin.

Ope: Mut jos sä et pääse alkuun, sä oot pulassa, etkä yhtään tiedä, miten ajattelet. Miten sen ajattelemisen vois aloittaa? Mikä on aina hyvä menetelmä?

Oppilas: Katsoo lukuja.

Cecilia: Nii, mut te ootte varmaan katsonnu. Mitä sitten?... Pitää lähtee kokeilemaan, koska ei oo muuta keinoa. Eli, nyt te ootte kokeillut tohon jonkun. Mä vahvistan tohon sen, minkä te ootte kokeillut. Se on se alkuperäinen. Mikä siinä meni pieleen, kun siitä aloitti?

Oppilas: Kato ku nää sopi nää kolmonen ja kakkonen, eli siit se vitonen. Eli jos tonne laittais sit toisen numeron, ni sit se ei oikee täsmää vitosen ja kahden välillä. sit toisen numeron.

Cecilia: No ajatelkaas semmoista lukua, joka on kaikkein pienin ja kokeilkaa sitä, kun löydätte sen kaikkein pienimmän.

Doris. Doris on opettaja, joka puhui paljon tunneillaan. Kysymyksiä hän esitti tasaisesti tehtävän käsitteistä ja tehtävän tekemisestä. Oppilaiden kysymyksistä käsitteisiin liittyviä kysymyksiä oli noin puolet. Doriksen luokassa myös oppilaat kysyivät paljon. Kysymykset liittyivät tehtävän tekemiseen tai varmistukseen opettajalta, ovatko he ymmärtäneet tehtävän oikein.

Oppilaat: Niin mihin mä laitan sen? Mihin me voidaan merkata se?

Doris: Te merkitsette tuloksen niinku per per päivä.. Et liikkuisko se ekana päivänä kymmenen senttimetriä ylöspäin?

Oppilaat:Se valuu..

Doris: Ja liikkuisko se tokana päivänä kans kymmenen senttiä ylöpäin?

Oppilaat: Joo, mä tajusin..

Doris: Mut jos se menis joka päivä sen, niin se olis jo mennyt sen metrin, et se ei.. et siin pitää olla muitakin päiviä.. Mitä toi yks viiva tarkoittaa?

Oppilaat: Et se on yhtenä päivänä mennyt.. .niin.. kymmenen senttiä..

Doris: Okei. Jos se tarkoittaa, että yks viiva on kymmenen senttiä ylöspäin, niin sithän se voi vaikka merkata niin että.. ylöspäin.. Kuhan kaikki ymmärtää, mitä nää symbolit tarkoittaa, niin sopii.. . Ja välil voi olla että tarttee niit luppopäiviä, ku se nukkuu tai peruttaa ku se muuten menee liian pitkän matkan..

Oppilaat: Miten se laitetaan nukkumaan?..

Doris: Keksikää joku merkki, mitä se vois tarkottaa.. Täs on yks ratkasu näille päivien kuluille et ne on merkitty näin.. eiks täs pidä.. Pikku nuoli ylöspäin, iso nuoli, ei ollenkaan tai alaspäin..

Elena. Elenan tunnit rytmittyivät selkeästi eri vaiheisiin. Tehtävänantovaiheessa tarvittavat käsitteet käytiin läpi keskustellen. Esimerkiksi ´aritmagon´-tehtävässä tehtävänantovaiheessa Elena esitti 31 käsitteisiin liittyvää kysymystä. Vastaavasti oppilaat esittivät 18 tehtävän tekemiseen liittyvää kysymystä, kaikki ohjasvaiheessa. Purkuvaiheen Elena suoritti opetuskeskusteluna, kuten ´aritmagon´-tehtävän käsittelystä näemme.

Elena: Mikä sääntö näissä kahdessa, et millä tavalla nää on samanlaisia? Huomaatteko siellä jonkun yhdenmukaisuuden tai jonkun säännön miten nää on toteutettu? Millä perusteella tänne tuli yks ja yks? Mitä tänne tuli ”kolme” kolme ja kolme. Millä periaatteella tänne tuli yks ja yks ja tänne tuli kolme ja kolme. Huomasitteks te oliko siinä joku sääntö? Miettikääs…

Oppilas: Ei saa olla samat.

Elena: Miksei saa olla samat? Tuolla on ykkönen ja ykkönen ja tänne tuli kolmonen ja kolmonen.

Oppilas: Koska se on puolet.

Elena: Niin koska se on puolet siitä. Jos haluaa tehdä tällä säännöllä, niin millainen luku keskellä tulee olla?

Oppilas: Parillinen.

> Elena: Niin sen pitää olla parillinen luku, jos haluaa tällä säännöllä tehdä lisää ratkaisuja.

Fanny. Fannyn kysymysjakaumat ovat samankaltaisia kuin Doriksen, kuten Taulukosta 1 nähdään. Hänellä oli eniten tehtävänantoon liittyviä kysymyksiä. Lähes jokaisesta kysymyksestä syntyi myös luokassa keskustelua. Sen sijaan perusteluja Fanny ei kaivannut kuin muutaman kerran.

Gabrielle. Gabrielle esitti ongelmanratkaisutuntien aikana paljon kysymyksiä, sen sijaan oppilaat kysyivät keskimäärin 15 kysymystä. Oppilaiden kysymyksiä saattaa rajoittaa opettajan tyypillinen tapa kehottaa itse ajattelemaan. Lainaus on ´elli etana´-tehtävästä.

> Gabrielle: Ja kun se on nämä päivät mennyt, niin sitten sen pitäis olla viiskytsenttiä korkeella. Siinä on kymmenen senttisiä ja viis senttisiä. Mä en tiedä paljon sä tarttet, sun pitää ihan itse miettiä, että saat sen laskun tehtyä.

Projektin ensimmäisessä tehtävässä, ´muffins´-tehtävässä, kaikki opettajat kysyivät varsin vähän, korkeintaan 10 kysymystä tunnin aikana. He antoivat oppilaiden ratkaista tehtävää omatoimisesti. Useat heistä sanoivatkin tunnin jälkeen, että he arvelivat meidän haluavan tutkia oppilaiden ajattelua ja siksi vetäytyivät ohjausvaiheessa. Muissa tehtävissä kysymysten määrä vaihteli eri tehtävien ja eri tunnin vaiheiden osalta.

Taulukkoon 1 on kirjattu opettajien eri tehtävissä esittämien kysymysten mediaani. Kysymysluokat ovat tehtävänantoon liittyviä käsitteitä koskevat kysymykset sekä näistä ne kysymykset, jotka johtivat vuorovaikutukseen (merkitty Tehtävänanto/Johtaa vuorovaikutukseen). Seuraavassa sarakkeessa ovat ohjausvaiheeseen liittyvät kysymykset ja niistä vuorovaikutukseen johtaneet kysymykset (merkitty Ohjausvaihe/Johtaa vuorovaikutukseen). Lisäksi on kirjattu opettajan perusteluihin liittyvät kysymykset ja kuinka monessa tapauksessa kysymyksestä seurasi keskustelua (merkitty Perusteleminen/Johtaa vuorovaikutukseen).

Taulukko 1. Opettajien ja oppilaiden esittämien kysymysten mediaanit.

Opettaja	Tehtävän-anto/ Johtaa	Ohjaus-vaihe/ Johtaa	Perus-teleminen / Johtaa	Oppilaat	Tehtävän-anto/ Johtaa	Ohjaus-vaihe/ Johtaa	Perus-teleminen / Johtaa
Anna	33/28	28/19	6/6		5/5	7/5	2/2
Bertta	32/22	22/17	18/12		12/8	15/9	6/3
Cecilia	9/4	5/4	1/1		6/2	10/8	2/2
Doris	15/13	11/11	6/5		9/8	15/14	8/8
Elena	33/31	12/11	5/2		4/4	13/11	3/2
Fanny	28/27	10/10	1/1		12/12	28/27	3/3
Gabrielle	39/33	12/12	7/5		14/13	12/12	4/4

Kahden opettajan, Annan ja Bertan, tunneilla opettajan kysymys ei johtanut keskusteluun niin usein, kuin muiden opettajien tunneilla. He tekivät tehtävänanto ja ohjausvaiheessa paljon kysymyksiä, mutta eivät odottaneet oppilaiden vastaavan. Anna korosti oman ajattelun merkitystä ja Bertta käytti kyselyä ohjausmenetelmänä. Bertta oli ainut opettaja, joka teki merkittävästi perusteluihin liittyviä kysymyksiä. Näillä kovaan ääneen käydyillä keskusteluilla hän ohjasi heidänkin ajattelua, jotka eivät olleet vielä kyseisessä kohdassa. Bertta käytti kysymyksiä ohjauskeinona, ei odottanutkaan oppilaiden vastaavan. Hän esitti usein kysymyksen jo etukäteen, ennen kuin oppilaat olivat ajatelleet asiaa. Tämä näkyy Taulukossa 1. runsaina perusteluun liittyvinä kysymyksinä, jotka harvoin johtivat keskusteluun. Cecilian luokassa oli vähän keskustelua. Hän esitti myös vähän kysymyksiä. Tehtävänantoon liittyvissä kysymyksissä hän usein vastasi vastakysymyksellä. Annan, Bertan ja Cecilian kysymysten esitystapa oli oppilaita passivoivaa.

Doris, Elena ja Fanny pohjustivat tehtävänantovaihetta useilla kysymyksillä. Muutamaa kysymystä lukuunottamatta tämä johti myös keskusteluun. Heidän tapansa käyttää kysymyksiä näyttää aktivoivan oppilaita, mikä näkyy vilkkaana keskusteluna myös ohjausvaiheessa. Myös Gabriellen tunnilla esitettiin paljon kysymyksiä. Gabrielle ei kuitenkaan antanut oppilaiden kysyessä lisävinkkejä tehtävän tekemiseen, vaan hän kehotti ajattelemaan itse. Tämä ei passivoinut oppilaita, vaan he kysyivät yhä uudelleen suoriutuakseen tehtävästä.

Taulukosta 1. näkyy myös sekä opettajien että oppilaiden perusteluun liittyvien kysymysten vähäinen määrä. Eniten näitä kysymyksiä esitti Bertta. Kuten edellä nähtiin, hän käytti kysymyksiä ohjatakseen oppilaita. Hänen oppilaansa eivät kuitenkaan kyenneet vastaamaan näihin kysymyksiin, Kuten Taulukosta 1. nähdään, oppilaiden kysymykset kohdistuivat tehtävänantovaiheeseen ja ohjausvaiheeseen.

Pohdinta

Perustelut jäivät kaikissa tutkimuksen tehtävissä alhaiselle tasolle. Tuntikeskustelut liittyivät tehtävänantoon ja tehtävän suorittamiseen. Näiltä osin perusopetuksen opetussuunnitelma ei toteudu. Verrattaessa projektiluokissa käytyä keskustelua Cobbin ja Yackelin (1998) luonnehdintoihin perinteisestä koulukulttuurista ja ongelmanratkaisua hyödyntävästä kulttuurista, voidaan keskustelun todeta olleen perinteistä suorituskeskeistä. Avoin ongelma tunnin aiheena ei vielä tee tunnista ongelmakeskeistä.

Projektin neljännessä tehtävässä, ´aritmagon´-tehtävässä, kokeiluluokkien oppilaista vain noin 12 % perusteli ratkaisunsa, lisäksi 17 % kirjoitti perusteluksi ’Mä vaan laskin yhteen’ tai ’mä vaan laskin’-tyyppisiä perusteluja, joita ei voida pitää vielä strategioina. Noin kolmannes (35 %) ei kirjoittanut minkäänlaista perustelua. (Näveri et al., 2012.) Tehtävät liittyvät projektiin, jossa tavoitteena on ollut kehittää ongelmanratkaisun opettamisen malli. ´Aritmagon´-tehtävän jälkeen olleissa opettajatapaamisissa ja tehtävänannoissa korostettiin perustelun merkitystä ymmärtävälle oppimiselle. Projektin seitsemännen tehtävän, ´Elli etana´-tehtävän, jälkeen perustelu liitettiin Polyan mallista kehitettyyn opetusmalliin (Laine et al., 2012).

Kun arvioidaan oppilaiden vastauksia, on kuitenkin otettava huomioon, että opettajat ohjaavat oppilaita eri tavoin ja korostavat työskentelyssään erilaisia asioita. Siten oppilaiden tuntisuoritukset kuvastavat ensisijaisesti opettajan tavoitetta kyseiselle tunnille ja opettajan käsitystä tehtävästä. (Näveri et al., 2012.) Opettaja on avainasemassa oppilaiden ongelmanratkaisutaitojen kehittämisessä. Tässä artikkelissa on tarkasteltu opettajien ja oppilaiden kysymyksiä ongelmanratkaisutunnin aikana. Kysymysten on todettu kohdistuvan ensi sijaisesti tehtävänantoon ja ohjausvaiheessa tehtävän suorittamiseen. Suorituksen perustelemiseen liittyviä kysymyksiä oli vain muutama. Suorituksensa perusteleminen on kuitenkin ymmärtämisen edellytys.

Ongelmanratkaisua pidetään keskeisenä matemaattisen ajattelun kehittymisessä (mm. Mason, Burton, & Stacey, 1985; Schoenfeld, 1985; Stanic & Kilpatrick, 1988). Tämän tutkimuksen havainnot antavat viitteitä, että ongelmanratkaisuun liittyvää ajattelua tulee opetuksellisesti kehittää perustelemisen osalta. Opettajan tulee antaa oppilailleen tilaisuuksia ajatustensa ilmaisemiseen ja sitä kautta ajattelunsa kehittämiseen. Ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen on myös oppimisprosessi, jota opettajan tulee tukea oppilaiden lähtötaso huomioiden.

Evens ja Houssart (2004) toteavat, että kyky esittää yleisiä matemaattisia väitteitä alkaa kehittyä vasta kolmannella ja neljännellä luokalla. Pehkonen (2000) on kuitenkin tutkimuksessaan osoittanut, että suoritukseen vaikuttaa enemmän ryhmä kuin ikä. Perustelujen esittäminen on kirjattu opetussuunnitelman (2004) perusteissa vuosiluokkien 1-2 matematiikan opetuksen ydintehtäväksi. Jotta tämä opetussuunnitelman ensimmäisen nivelvaiheen ydintehtävä toteutuisi, tulisi jo aiemmin antaa oppilaille sellaisia tehtäviä, joissa he joutuisivat selittämään, miten he ovat päätyneet annettujen tietojen pohjalta tiettyyn johtopäätökseen ja selittämään ajatteluaan muille (ja opettajalle). Tämä tulisi aloittaa jo esikouluvaiheessa oikeiden opiskelukäytäntöjen muodostumiseksi. Jos oppilas saa suorituskeskeisen mallin oppimiselle ensimmäisinä kouluvuosinaan, on tätä myöhemmin vaikea muuttaa.

Lähteet

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 9, 33–35.

Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and knowledge. Teoksessa D. C. Berliner & R. C. Calfee (toim.), *Handbook of Educational Psychology* (s. 709–725). New York: Macmillan library.

Cobb, P., & Yackel, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. Teoksessa F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (toim.), *The culture of the mathematics classroom* (s. 158–190). Cambridge: Cambridge University Press.

Evens, H., & Houssart, J. (2004). Categorizing pupils' written answers to a mathematics test question: " I know but I can't explain". *Educational Research,* 46(3), 269–282.

Joutsenlahti, J. (2005). *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä 1990-luvun pitkän matematiikan opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja uskomusten ilmentämänä*. Tampere: Tampereen yliopisto.

Kaasila, R., Laine, A., & Pehkonen, E. (2004). Luokanopettajaksi opiskelevien matematiikkakuva ja sen muuttuminen. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 397–413). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Kantowski, M. G. (1980). Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. Teoksessa S. Krulik & R. E. Reys (toim.), *Problem Solving in School Mathematics* (s. 195–203). Reston (VA): NCTM.

Laine, A., Näveri, L., Pehkonen, E., Ahtee, M., Heinilä, L,. & Hannula, M. S. (2012). Third-graders' problem solving performance and teachers' actions. Teoksessa T. Bergqvist (toim.), *Proceedings of the ProMath meeting in Umeå*. Umeå: University of Umeå.

Mason, J. (with L. Burton and K. Stacey) (1985). *Thinking Mathematically* (2nd edition). Bristol: Addison-Wesley.

Martino, A., & Maher, C. (1999). Teacher questioning to promote justification and generalization in mathematics: What research practice has taught us. *Journal of mathematical behavior*, 18(1), 53–78.

Mouwitz, L. (2003). *On forms of knowledge in school mathematics – some philosophical reflections on a case Study.* Sivulta www.vxu.se/msi/picme10/F2ML.pdf

Näveri, L., Ahtee, M., Laine, A., Pehkonen, E., & Hannula, M. (2012). Erilaisia tapoja johdatella ongelmanratkaisutehtävään - esimerkkinä aritmagonin ratkaiseminen alakoulun kolmannella luokalla. Teoksessa H. Krzywacki, K. Juuti & J. Lampiselkä (toim.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen ajankohtaista tutkimusta* (s. 81–98). Helsinki: Unigrafia Oy.

Näveri, L., Laine, A., Pehkonen, E., & Hannula, M. S. (2013) The association between lesson goals and task introduction in problem solving teaching in primary schooling. Teoksessa *Current state of research on mathematical beliefs XVIII. Proceedings of the MAVI-18 Conference* (s. 243–259). Helsinki: Yliopistopaino.

Opetushallitus (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Sivulta http://www.oph.fi/ops/perusopetus/pops_web.pdf

Opetushallitus (2010). *Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2010.* Sivulta www.oph.fi/.../131115_Esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2010.pdf

Pajares, M .F. (1992). Teacher´s Beliefs and Educational Research: Cleaning up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307–332.

Pehkonen, L. (2000). Written arguments in a conflicting mathematical situation. *Nordisk matematikkdidaktikk*, 1, 23–33.

Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva: Matematiikkakokemukset mate- matiikkakuvan muodostajina*. Helsinki: Helsingin yliopiston opettajankoulutuslaitos.

Polya, G. (1945). *How to solve it?* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Sahin, A., & Kulm, G. (2006*).* Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions*. Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 221–241.

Schoenfeld A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Orlando (FL): Academic Press.

Speer, N. M. (2008). Connecting Beliefs and practices; A Fine-Grained Analysis of a College Mathematics Teacher´s Collections of Beliefs and their Relationship to his Instructional Practices. *Cognition and Instruction*, 26(2), 218–267.

Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. Teoksessa R. Charles & E. Silver (toim.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (s. 1–22). Reston, VA. National Council of Teachers of Mathematics.

Prospective mathematics teachers' dreamful and nightmarish lessons as teachers

Päivi Portaankorva-Koivisto
University of Helsinki

Lasse Eronen
University of Eastern Finland

Most teachers' classroom practices could be categorized as 'teacher-centred' or 'student-centred' behaviours, which arise from the teachers' predominant beliefs. In this study short essays by prospective mathematics teachers were analyzed in order to detect their teacher-centred and student-centred beliefs. Midway through their pedagogical studies student teachers (N = 66) read an article about pupils' dreams and nightmares concerning mathematics lessons. Subsequently, the student teachers wrote about their own dreamful and nightmarish mathematics lessons of which they are the teachers. Using the grounded theory approach, six content areas and descriptive questions were defined. According to their responses student teachers' essays were categorized as follows: texts that described student-centred teachers (24 %), teacher-centred teachers (32 %) and teachers who were balanced between the two (44 %). In student-centred texts, the student teacher's ideals are realized, when the pupils' well-being is in the focus of his class. In teacher-centred texts the student teacher's ideals are realized, when he himself is performing well.

Introduction

In teacher education, instructors encourage prospective teachers to broaden their pedagogical focus on constructivist pedagogies. They inspire student teachers to make use of their pupils' everyday experiences as a meaningful context for the development of students' mathematical knowledge. Many teacher educators emphasize that pupils should have opportunities to develop as autonomous learners and, therefore, teachers ought to foster pupils' critical attitudes towards the teaching and learning activities and promote pupil-pupil negotiations as a central classroom activity in their teaching. (see Taylor, Fraser, & White, 1994.) These values could also be seen in terms of pupils' agency or voice (Wagner, 2007), or 'revised authority' as Amit and Fried describe it (2005). In a student-centred learning environment, students are able to take an active role in their learning. They are encouraged to plan, organize, and synthesize the subject content. (Wu & Huang, 2007.)

Teachers' beliefs about mathematics, its learning and teaching are beliefs reflected strongly in the way they teach. Many researchers assume that reflection plays a key role in change of practice, and they see a cyclical relationship between changing beliefs and changing practices. (Kagan, 1992; Lerman, 2002; Wilson & Cooney, 2002.) The results of Swan's (2006) study revealed that even though the participating teachers had differing beliefs about mathematics, and its teaching and learning, they predominantly used teacher-centred practices in their classrooms. Therefore, it is important to study student teachers' beliefs about classroom practices. In the following chapter, the secondary school teacher preparation programme in Finland is briefly introduced.

Educational setting

In order to teach in Finnish secondary school, teachers participate in a 5-year programme, 3 of which consist of bachelor's studies and 2 of master's studies. The students major in one subject, and minor in one or two other subjects (e.g. mathematics major, and chemistry and physics minor). This means that pedagogical studies (60 ECTS) form a minor that can be taken within one academic year. Usually the students complete their pedagogical studies at the end of their bachelor's studies. The programme results in general teacher qualifications to teach children (7th grade, 12-13 years), young people (secondary school) and adults in educational institutions offering general, vocational and adult education. Moreover, according to programme objectives, the future teachers shall gain the tools and knowledge to develop into professionals who plan, implement, evaluate, and develop their teaching. In pedagogical studies, the student teachers have to combine content knowledge, knowledge related to education and different learners, pedagogical content knowledge (i.e. knowledge of how to teach, study and learn the subject), and knowledge about school practices into their own pedagogical practical theory.

Student-centred versus teacher-centred classroom practices

Concepts like student-centred and teacher-centred are neither clear and unambiguous (Neumann, 2013) nor generally accepted. Researchers use terms like learner-centred, student-focused or student-directed as synonyms. Cornelius-White (2007) reviewed nearly 1,000 articles in his meta-analysis, and according to his observations learner-centred models come from humanistic and constructivist traditions, and this classical approach emphasises 'teacher empathy (understanding), unconditional positive regard (warmth), genuineness (self-awareness), nondirectivity (student-initiated and student-regulated activities), and the encouragement of critical thinking (as opposed to traditional memory emphasis)' (Cornelius-White, 2007, p.113).

According to Zimmerman (2002, p. 64), student-directed learning presupposes that students are able to regulate their own learning process in various ways. Zimmerman suggests that 'goal-setting, time management, learning strategies, self-evaluation, self-attributions, seeking help or information, and also important self-motivational beliefs, such as self-efficacy and intrinsic task interest', should be fostered in student-directed learning.

Although the student's role in student-centred practices is comprehensively described, the teacher's role in a student-centred classroom is not at all clear. This seems to depend on the subject being taught. In their historical literature review, Chung and Walsh (2000) found more than forty definitions of child-centredness. They categorized these definitions as follows: (1) pupils are seen at the centre of their world (this they called a Froebelian view), (2) pupils are seen at the centre of schooling (according to Chung and Walsh this could be called a developmentalist view), and (3) pupils should direct all their activities (this could be called a progressive view). Partly based on this categorization, Neumann (2013) developed his framework for conceptualising student-centred learning and the teacher's role in student-centred practices.

According to Neumann's (2013) framework, learning environments can focus on centredness *in*, *on*, or *with* students. When student-centredness is focused *in* students, the student is at the forefront throughout the learning process. This means that the students require little or no assistance, and the teacher simply avoids inhibiting learning. When the focus is *on* students, the teacher is at the forefront and determines students' educational needs. In such a learning environment, the emphasis is on the teacher's ability to convey material, while the student's responsibility is to learn it. In the third relationship, where the focus is *with* students, both teacher and the students are at the forefront. The teacher's role is to work with the student in a kind of a partnership.

Neumann's (2013) framework raises questions, many of which he himself raises. In his view, the most common student-centred context in schools today is the *on* students context. Neumann (2013) also claims that the other contours (*in* and *with*) might not be as beneficial as the *on* contour when there is specific content that must be learnt. In Wake and Pampaka's (2008) case study they reported that they chose mathematics teacher Sally, because of her answers in a questionnaire. Sally's practice was extremely student-centred. In the interview and also in the observation data, Sally's lesson planning seemed to always proceed with mathematics as a starting point. Sally justified this with her ambition to bring together mathematical and pedagogical content knowledge and to design activities that enable the students to re-invent mathematical constructions. Sally also underlined that she always interchanges between student-centred and teacher-centred episodes.

If the definitions of student-centred and teacher-centred practices are somewhat vague, and the teacher's role in student-centred learning multi-dimensional, it is no surprise that the benefits derived from using student-centred practices or teacher-centred practices are not at all commonly accepted. Learner-centred teacher variables have above-average associations with positive student outcomes (Cornelius-White, 2007). Wake and Pampaka (2008) also report that there is evidence that teaching that is strongly student focused might better serve those students at risk of marginalization in mathematics studies. However, Wu and Huang (2007) found that low-achieving students benefited more from the teacher-centred instructional approach. In contrast with the teacher-centred class that Wu and Huang (2007) studied, the students in a student-centred class had significantly higher emotional engagement, and they made reflections about what they did. Wu and Huang therefore propose that different instructional approaches will provide students with different opportunities at least to engage in science learning.

Student-centredness in mathematics perhaps more closely resembles what Swan (2006, p. 63) described:

> ‘the teacher takes students’ needs into account when deciding what to teach, treats students as individuals rather than a homogeneous body, is selective and flexible about what is covered and allows students to make decisions, compare different approaches and create their own methods’.

There is plenty of research literature documenting teachers’ shift from teacher-centered practices to student-centred learning, and the results are not always encouraging. For example, in Swan’s aforementioned study (2006) the overwhelming predominance of teacher-centred behaviours was striking to the researchers. One simple explanation could be that in many cases the teachers involved in the studies were experienced teachers who underwent their teacher education a long time ago, but according to Lunenberg and Korthagen (2005) the teacher educators also lack attention to personal interest-oriented learning among their teacher students. In addition, they lacked competence in using various methods of reflection and in discussing pedagogical choices with teacher students. Precisely for these reasons we focused our study on teacher students and their reflections on how to act as a mathematics teacher.

Aims and research questions

In this study we analyzed prospective mathematics teachers’ student-centred versus teacher-centred beliefs about teaching mathematics. Teacher students were asked to write short essays about their dreamful and nightmarish mathematics lessons as mathematics teachers.

Research questions

1. What content areas could be identified in the teacher students’ essays concerning dreamful and nightmarish mathematics lessons as teachers?
2. What categories can be identified in teacher students’ essays based on these content areas?

Methods

This study was conducted among pre-service mathematics teachers during their pedagogical studies in March 2013. By that time they had already had two teacher practices Basic Practice (7 cr) and Applied Practice (4 cr). Moreover, they had also had studied subject didactics in the courses Introduction to Subject Pedagogy (9 cr) and Evaluation and Development of Teaching (8 cr). In this chapter, the data gathering and instruments are briefly introduced. Then, the research guidelines for the analysis are described.

Data gathering and instruments

In this study, we analyzed prospective mathematics teachers’ essays concerning their dreamful and nightmarish mathematics lessons as teachers. Data for this study was gathered from 66 mathematics student teachers (22 male students and 44 female students) halfway through their pedagogical studies in March 2013. First the students were asked to read an article about pupils' dreams and nightmares concerning mathematics lessons (Eronen & Portaankorva-Koivisto, 2012). Afterwards, the students wrote fictional essays about their own dreamful and nightmarish mathematics lessons as mathematics teachers. The students had just finished their Basic Practice and Applied Practice, but the Advanced Practice (9 cr) was still ahead, so consequently, students could use their own experiences from school as a foundation for their responses. The assignment was:

First, read the following article. The article is about the experiences and dreams the pupils have of mathematics lessons. After this, prepare two essays with a total length of 1-2 pages. Throw yourself into the situations in question.

1) You are truly enthusiastic, you have been working as a middle school mathematics teacher for a whole semester, and your work has been successful. Describe what happened in your classroom.

2) You are really frustrated. You have served as a middle school mathematics teacher for a whole semester and your work has been a perfect failure. Describe what happened in your classroom.

If you object to the use of your essay for research purposes, please indicate this at the end of your text. On the other hand, if you give permission for us to use your text as research data, your text will be processed anonymously as part of a larger body of material.

Analysis

The analysis was completed in two phases. The first part of the analysis was inductive and based on grounded theory. In this phase, three consecutive analytic steps were conducted. In the first step, in the open coding phase, the data derived from the students' essays were examined in detail and coded for emerging concepts. In the second step, in the theoretical coding phase, the number of concepts was reduced and grouped in tentative categories. Some patterns in students' processes were identified, and the emerging categories and their relationships with each other were carefully compared to ensure that the categories covered most of the variation seen in the data. During the third step, the comparison, the central analysis strategy was to pose several questions to the data (Glaser, 1978). Comparison across the categories led to the formation of six content areas and six questions that described these content areas (see Table 1): (1) Decision making during the lesson: Who makes decisions concerning students' learning process?; (2) Basis for instructional decisions: What is the basis for the teacher's instructional decisions?; (3) Improving learning: How is students' learning improved?; (4) The importance of school community: What is the importance of support from the working community?; (5) The importance of wellbeing: Whose wellbeing is important in the learning process?; and (6) Responsibility for the learning process: Who takes responsibility if the teaching fails?

In the second part of the analysis, the students' essays were categorized according to these six content areas, and Swan's (2006) framework was used. The categorization was based on teacher students' expressed opinions regarding content areas, and the extreme ends of the range of opinions were determined. In the final analysis, the essays were first analyzed independently by both researchers using the 7-point Likert scale. Once the independent data analysis was complete, the findings were compared for inconsistencies and interpreted collaboratively to reconcile some of the inconsistencies. The categorization was consistent with 40/66 essays, and with 26/66 essays the researchers used adjacent categories. After working collaboratively with the data, the researchers could agree on categorization of all of the essays. This paper focuses only on those writings in which the student teachers' report either student-centredness or teacher-centredness.

Results

For the research question #1 we found six content areas that cover all the students' essays (see Table 1).

Table 1. Six content areas, descriptive questions and extracts from the students' essays.

Content area	**Question describing the content area (Range)**	**Examples from data (from the extreme ends of the range)**
Decision making during the lesson	Who makes decisions concerning students' learning process? (Teacher and students together – Teacher alone)	There was a goal-oriented atmosphere in my classes, and the students chose the tasks themselves. (M, 50) Lessons almost immediately began to proceed the way I wanted. (M, 8)
Basis for instructional decisions	What is the basis for the teacher's instructional decisions? (Students' collaboration and autonomy – Teacher's teaching on carefully planned lessons)	Students have had the possibility to work in small groups. (F, 17) In the end, I was quite invisible in class. (F, 43) I held on tightly to a peaceful work environment for each class. […] The success was due to the well-prepared lessons and my positive attitude. (F, 2)
Improving learning	How is students' learning improved? (By paradigm change – By improving teaching)	I had the courage to try the new flipped-classroom method, and my role changed from being a distributor of information to a mentor. (F, 32). Lessons almost immediately began to proceed

		the way I wanted. […] I know the subjects I teach very well. (M, 8)
The importance of school community	What is the importance of support from the working community? (Important – Not important)	Other teachers have given space for my ideas and my developmental proposals have been received with an open mind. (F, 17) Unfortunately, the teachers' room was a large open-plan office where everyone had their own workplace and mine was at the furthest and most obscure corner. (M, 8)
The importance of wellbeing	Whose well-being is important in the learning process? (Students' wellbeing–Teacher's wellbeing)	Many students share their news and how are they doing, and I have had time to exchange a few words with them, and not just about maths. (F, 17) I enjoyed teaching and working with the pupils. I was sure of myself, and my teaching. I was not afraid to give my lessons. (F, 38)
Responsibility for the learning process	Who takes responsibility if the teaching fails? (Teacher herself – Others)	I did not succeed in motivating my students to study mathematics. […] I did not manage to organize varied lessons. (F, 62) Students lack discipline, and this is due to the previous teacher. (M, 1) Work was hampered by the school's outdated and defective equipment. […] Parents were difficult and they blamed me for pupils' lack of skill. (F, 59)

These six content areas were: (1) Decision making during the lesson, (2) Basis for instructional decisions, (3) Improving learning, (4) The importance of school community, (5) The importance of well-being, and (6) Responsibility for the learning process. Each of these content areas can be described by the questions presented in Table 1. In this table the variation of teacher students' answers to each of these questions is also presented, as are some extracts from the data.

Concerning research question #2, students' essays were analyzed and divided into groups according to these six content areas. The categories were named after Swan's (2006) framework.

Category 1: Student-centred teachers

In the essays in Category 1, teacher students had written about collaboration and autonomy as a basis for their instructional decisions.

> 'In class, we did a lot of investigative and experimental work with the pupils. They were working largely in pairs or in groups. With issues related to theory, mathematical representations or tools, the students learned by themselves at their own pace. They used the textbook or a collection of my tutorial videos.' (M, 37)

> ‘During the course, pupils designed and carried out a mathematical game in groups. They could form groups by themselves. Although I also taught the class traditionally, pupils had already clarified the theory while they were working with their games. Sometimes pupils reached understanding of the material independently from one another.’ (F, 44)

There was also a paradigm change that could be observed. Teacher students had written about pupils’ well-being, negotiations between the teacher and her pupils, and the teacher’s working community’s motivation for change.

> ‘I collected feedback from pupils. Feedback I received helped me to select and develop efficient ways of working.’ (M, 37)

Overall, the student teachers had blamed themselves for the failures in their teaching in the nightmare texts.

> ‘At the beginning, I tried experimental and participatory methods, but they were ineffective, and I returned to the traditional teaching methods and practices. They did not improve anything. I was unable to serve most of my pupils, and I could not differentiate my instruction.’ (M, 37)

> ‘I am frustrated with myself. I clearly could not take into account the pupils who needed support, neither could I provide them with stimulating learning activities.’ (F, 44)

By comparing these features to the student-centred theories and Swan’s (2006) study we named this category ‘student-centred teachers’. By this, we mean that in those essays in particular pupils’ autonomy was appreciated.

Category 2: Teacher-centred teachers

In these essays student teachers had written about their carefully planned lessons and their teaching.

> ‘In the beginning of the school year I did not go into a panic in the class, but started immediately with a firm hand. I planned lessons with millimetre accuracy and followed all pedagogical principles.’ (M, 41)

In their essays student teachers had stressed the notion that by improving your teaching you will improve your pupils’ learning.

> ‘I followed the main contents of the textbook in my teaching. As a rule, I looked over a number of example calculations in my class. At first in a very teacher-led way, but when the pupils’ skills increased, they could present some examples, too. I have actually had the possibility to be able to define how they perceive mathematics and its learning.’ (F, 31)

> Student teachers also wrote about the teacher’s well-being, the teacher’s responsibility to take care of everything, and how the working community’s role is of limited importance. They blamed others for failures in teaching in the nightmare texts.

> ‘Pupils’ group work mostly becomes small talk.’ (F, 31)

> ‘I do not dare to give pupils any responsibility at all, because they go overboard at once. Other teaching staff in my school have not been there for me, and there is a poor atmosphere among the teachers.’ (F, 53)

‘The pupils did not value my input at all.’ (F, 60)

‘Some parents blamed me with false accusations. Their children had told nasty fabrications at home.’ (M, 33)

‘Our headmaster had the opinion that I'm a poor teacher since I could not get a couple of teenagers under control.’ (M, 41)

Recalling again Swan’s (2006) study we named this category ‘teacher-centred teachers’. By this we mean that in those essays the teacher’s role was especially strongly emphasized.

Category 3: Teachers in between

The third category was constructed from the essays in which the previously mentioned features were mixed, i.e. were being partially student-centred or teacher-centred. We named this category ‘teachers in between’. In these essays, we did not find a clear emphasis. The distribution of the categories is presented in Figure 1.

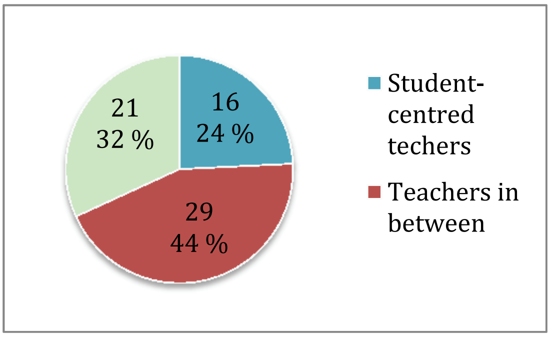


Figure 1. Student-centred and teacher-centred teachers among prospective math-ematics teachers’ (N = 66)

When the second phase of the analysis had been conducted, 24 % of teacher students’ essays were categorized as ‘student-centred teachers’. In Table 1, the first examples of the data are drawn from this category. In fact, 32 % of students’ essays were categorized as ‘teacher-centred teachers’. In Table 1 the last examples of the data are drawn from this category. The largest category of essays (44 %) came from ‘teachers in between’. In these texts, student-centred beliefs and teacher-centred beliefs were mixed, and no clear emphasis could be found.

Discussion and conclusions

During the last two decades, the general paradigm of teaching and learning has changed. This has happened in mathematics education as well as in many other fields of education (Ravitz, Becker, & Wong, 2000; Lerman, 2001; cf. Brown, 2001). This study, like many others, shows that a traditional, direct teaching approach (cf. Stigler & Hiebert, 1999; Hiebert & al., 2003) is thriving, especially in the teaching of mathematics. Thus, the need for a cultural shift towards student-centred approaches remains a topical issue (Alliance of Excellent Education, 2012; Silfverberg & Haapasalo, 2011).

In student-centred texts, the student teachers' dreams seem to come true when their pupils' well-being is met. This means that in a student-centred context the pupils work in groups, and the teacher behaves like a mentor. Teachers within the same community support one another, and they are willing to change their working practices. School reforms are received with enthusiasm, and the teachers experiment with new methods. Furthermore, pupils work in a self-directed or self-regulated way in a goal-oriented environment, where the teacher is present only in the background.

In teacher-centred texts the student teachers' dreams come true when they themselves are doing well. In other words, this means that in a teacher-centred context nightmares come true when pupils' learning outcomes deteriorate, and teacher's skills for implementing new learning environments have been insufficient. Any attempts to change practices have failed, and the pupils' motivation has declined. Also, the attention which the teacher has paid to individual pupils has decreased, and the teacher no longer encourages pupils to present their own ideas.

The goal of teacher education is to improve student teachers' readiness to work within a student-centred paradigm. Based on the results of this study, teacher training should be developed so that student-centred practices will become better known (cf. Lunenberg & Korthagen, 2005). This requires undoubtedly more information about the background variables. To a certain extent, part of the results from this study could be explained by the fact that student teachers do not yet have enough teaching practice, and they still lack professional teaching experience and experiences of responsibility. Perhaps the results would be different at the end of their pedagogical studies. Another possibility is that student teachers have insufficient knowledge of student-centredness (cf. Eronen & Haapasalo, 2011). Student teachers' dreamful mathematics lessons as teachers portrayed a school in which the whole community is pulling together in order to achieve better teaching and learning. This cannot be achieved as such in teacher education. Is this a question of balancing, or the shift between authority and responsibility? Or is it simply difficult to abstain from the decision-making power?

From the methodological point of view it is, however, important to emphasize that the results of this study do not cover the student teachers' perceived reality. Instead, they construct an emergent model that covers the material from which it is produced. Validation of the model requires further analysis and testing in everyday life. This is a deductive model worth testing in a real environment.

However, the results encourage the development of teacher education. Since beliefs affect the way mathematics is taught, teacher educators must also consider what kind of teaching paradigm they convey. Perhaps we should put more emphasis on student-centredness in our teaching. In this way prospective teachers would experience more relevant teaching methods as students. And, hopefully, we will end up with a more holistic paradigm shift and student-centredness will become a true starting point for teaching and learning mathematics.

References

Alliance for Excellent Education. (2012). *Culture shift: Teaching in a learner-centered environment powered by digital learning.* Washington, DC: Author. Retrieved from http://www.all4ed.org/files/CultureSift.pdf

Amit, M., & Fried, M. N. (2005). Authority and Authority Relations in Mathematics Education: A View from an 8th Grade Classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 145–168.

Brown, T. (2001). *Mathematics Education and Language. Interpreting Hermeneutics and Post-structuralism*. Dordrecht: Kluwer.

Chung, S., & Walsh, D. J. (2000). Unpacking child-centeredness: A history of meanings. *Journal of Curriculum Studies*, 32(2), 215–34.

Cornelius-White, J. (2007). Learner-centered teacher-student relationships are effective: A meta-analysis. *Review of Educational Research*, 77(1), 113–143.

Eronen L., & Haapasalo L. (2011). On difficulties to promote a paradigm shift during teacher education. In H. Silfverberg & J. Joutsenlahti (Eds.), *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta : Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.-15.10.2010* (pp. 85–101). Tampere: Tampereen yliopisto.

Eronen, L., & Portaankorva-Koivisto, P. (2012). Oppilaiden toiveet ja kokemukset matematiikan oppitunnin määrittäjinä. In P. Atjonen (Eds.), *Oppiminen arjessa – kasvatus tulevaisuuteen. Joensuun vuoden 2011 kasvatustieteen päivien parhaat esitelmät artikkeleina* (pp. 264–278). Jyväskylä: Suomen kasvatustieteellinen seura.

Glaser, B. G. (1978). *Theoretical Sensitivity*. Mill Valley, CA: Sociology Press.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M., Wearne, D., Smith, M., Kersting, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeek, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*, NCES (2003-013), U.S. Department of Education. Washington, DC: National Center for Education Statistics.

Kagan, D. M. (1992). Implications of research on teacher belief. *Educational Psychologist*, 27(1), 65–90.

Lerman, S. (2001). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 87–113.

Lerman, S. (2002). Situating research on mathematics teachers' beliefs and on change. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education* (pp. 233–243). Dordrecht: Kluwer.

Lunenberg, M., & Korthagen, F. A. (2005). Breaking the didactic circle: a study on some aspects of the promotion of student-directed learning by teachers and teacher educators. *European Journal of Teacher Education*, 28(1), 1–22.

Neumann, J. (2013). Developing a new framework for conceptualizing "student-centered learning". *Educational Forum*, 77, 161–175.

Ravitz, J., Becker, H. J., & Wong, Y.-T. (2000). *Constructivist-compatible beliefs and practices among U.S. teachers. Teaching, Learning and Computing – 1998 National Survey, report 4*. Retrieved from http://www.crito.uci.edu/tlc/findings/report4/report4.pdf

Silfverberg, H., & Haapasalo, L. (2011). Painful paradigm shifts in the teaching and learning of mathematics. In B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. Dahl & L. Haapasalo (Eds.), *The First Sourcebook on Nordic Research in Mathematics Education* (pp. 731–739). Charlotte, NCC: Information Age.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: Free Press.

Swan, M. (2006). Designing and using research instruments to describe the beliefs and practices of mathematics teachers. *Research in Education*, 75(1), 58–70.

Taylor, P. C., Fraser, B. J., & White, L. R. (1994). *CLES: An instrument for monitoring the development of constructivist learning environments.* Paper presented in Annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Wagner, D. (2007). Students' critical awareness of voice and agency in mathematics classroom discourse. *Mathematical Thinking and Learning,* 9(1), 31–50.

Wake, G., & Pampaka, M. (2008). The central role of the teacher - even in student centred pedagogies. In *Proceedings of the Joint Meeting of PME* (Vol. 32, pp. 377–384).

Wilson, M. S., & Cooney, T. J. (2002). Mathematics teacher change and development. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Torner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education* (pp. 127–147). Dordrecht: Kluwer.

Wu, H., & Huang, Y. (2007). Ninth-grade student engagement in teacher-centered and student-centered technology-enhanced learning environments. *Science Education*, 91(5), 727–749.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: an overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64–72.

Concept image of function and view of mathematics in a Finnish middle years programme school

Jessica Salminen
University of Helsinki

This study was inspired by earlier studies of the view of mathematics and the need to create learning material in English for teaching functions to ninth graders. The goal of the research was to find out the following: 1) how the students had understood functions, and 2) the connection between the view of mathematics and a student's concept image of function. The participants of the study were all ninth graders of one school who were present on the day of the study (N = 49). Concept image results from these students were compared with the data from an upper secondary school. Both qualitative and quantitative methods were used in analyzing the data.

Introduction

The Finnish National Board of Education is soon going to publish a new national curriculum which will be implemented 2016. They have already published a document, Opetussuunnitelman perusteluonnokset, syksy 2012 (OPSL, 2012), which indicates how the Finnish curriculum will change. This document has clear similarities to the Middle Years Programme (OPSL, 2012; IBO, 2013).

The International Baccalaureate Organisation (IBO) has developed altogether four programmes designed for different age groups. One of these programmes is the Middle Years Programme (MYP), designed for students who are 11 to 16 years old. Schools implementing these programmes can be found in almost every country (IBO, 2013). The greatest differences between the MYP and ordinary schools in Finland are firstly perhaps the amount of reflection each student undergoes during his or her studies. The ability to reflect his or her own work and actions on paper, is central in the MYP programme. Secondly, each course has a theme called area of interaction which is designed to make the connections between the topic and the real world more obvious for the students. In the current programme there are five possible areas of interaction from which the teacher has to choose the best fit for each course.

The participants of this study were ninth graders of a Middle Years Programme school in Finland. This school implements the Finnish curriculum using the MYP framework. There are altogether four MYP schools in Finland (IBO, 2013).

According to Vinner and Dreyfus (1989), many university students do not fully understand the concept of function. In Finland, the term function is usually introduced during the last year of comprehensive school (POPS, 2004). Concept image results from the students of this study were compared with results from a regular Finnish upper secondary school collected by Hannula and Tuomi (2012).

This paper seeks answers to the following questions:

1) What kinds of definitions of function did the Finnish MYP ninth graders give compared to the Finnish upper secondary school students?
2) How correct was the Finnish MYP ninth graders' concept image of function compared to that of the Finnish upper secondary school students?
3) What kinds of connections are to be found between Finnish MYP ninth graders' view of mathematics and their concept image of function?

Theoretical Background

The view of mathematics and the concept image of function are umbrella concepts related to mathematics and the learning of mathematics. Both concepts have attracted considerable amount of attention in the field of mathematics education research, but their connections are still mainly uncharted territory.

View of Mathematics

A student's view of mathematics affects his or her understanding, solutions, affective reactions and actions in various learning situations related to mathematics (Schoenfeld, 1985; Pietilä, 2002). Experiences with mathematics, on the other hand, play an important role in the forming and changing of view of mathematics (Pietilä, 2002).

This study used *the view of mathematics structure* model built by Pietilä (2002).

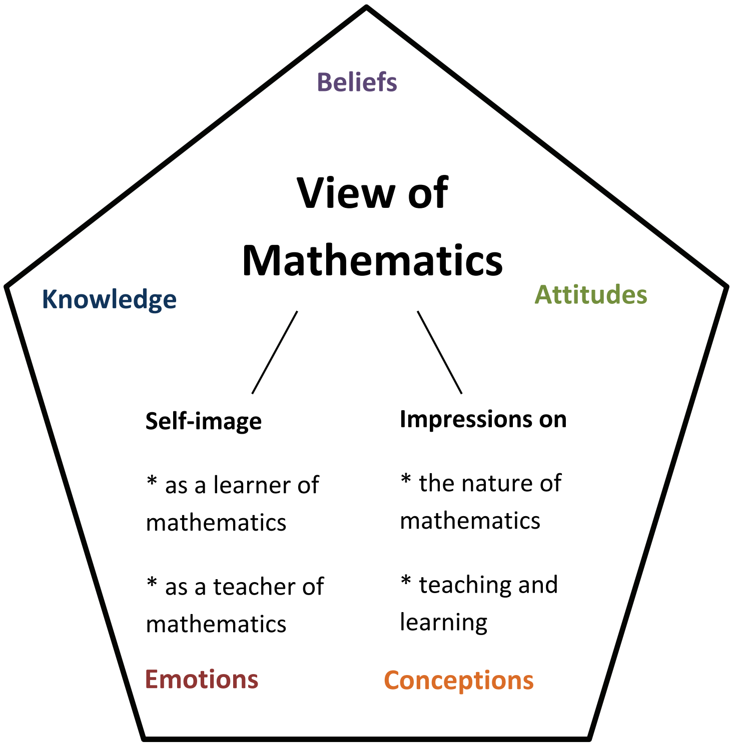


Figure 1. View of mathematics according to Pietilä (2002).

According to this model, view of mathematics consists of one's knowledge, beliefs, conception, attitudes, and emotions about

1) themselves as learners and teachers of mathematics and
2) mathematics and its teaching and learning (see Figure 1).

However, one's knowledge, beliefs, conception, attitudes and emotions are not separate entities (Pietilä, 2002). These entities are in constant interaction with each other because learning is holistic (von Glaserfeld, 1987).

Goals related to mathematics, view of usefulness of mathematics, emotions toward mathematics and their causes and self-evaluation of one's own abilities, strengths and weaknesses related to studying mathematics are included in the self-image component. Whereas, the other component, the impressions component of the view of mathematics includes views of what mathematics is, how it is learned and taught (Pietilä, 2002).

The use of terminology often varies in the field of mathematics education research (Pietilä, 2002). Therefore, short descriptions of what is meant by these terms in this study are given in Table 1.

Table 1. The parts of view of mathematics and their short descriptions.

Term	Description
Knowledge	• includes knowledge of mathematics, teaching and learning and also other pedagogical knowledge a person might possess (Pietilä, 2002).
Beliefs	• some beliefs are more important to a person than others and therefore harder to change (Pietilä, 2002). • one can be conscious that one's beliefs differ from the beliefs of other people (Pehkonen, 1998). • include beliefs of the nature of mathematics, learning and teaching of mathematics and one self as a learner of mathematics (Pehkonen, 1998).
Conceptions	• part of one's belief system (Pehkonen, 1998). • are typically classified as "bad" and "good" conceptions (Pehkonen, 1998).
Emotions	• intensive and fairly short-lasting states of mind (Malmivuori, 2001; McLeod, 1988) e.g. anger, fear, panic (Saarivirta, 2008) or a short lived joy of understanding (McLeod, 1988). • may be positive or negative (McLeod, 1988).
Attitudes	• affective reactions that have fairly intensive and permanent positive or negative emotions attached to them (McLeod, 1992). • may be positive or negative (McLeod, 1988). • correlate with learning results. Attitudes and learning results interact in a complicated way, and are difficult to predict. (McLeod, 1992).

Concept image of function

The concept of function is introduced to pupils in Finland during ninth grade at the latest (POPS, 2004). They then encounter it again in their upper secondary school studies (LOPS, 2003). According to Vinner and Dreyfus (1989) students do not necessarily fully comprehend the concept of function, even in their university studies. This might be because the proper definition of a function uses terminology that is unfamiliar to the majority of students. This forces teachers to explain function in more simple terms. These informal definitions may though, include unintentional pitfalls (Schwarzenberger & Tall, 1978). For instance, if a teacher teaches functions just by using a function machine as an example, a student may not recognize disjointed function as being a function at all.

Even if a student is familiar with the definition of a mathematical concept, he or she might not necessarily use this information when asked to decide whether a given mathematical object is an example of this mathematical concept or not. Instead, a student decides this based on his or her concept image of the mathematical concept. Concept image is the set of all mental pictures that a student associates with the name of the concept, together with all the properties characterizing them. Whereas a mental picture is any kind of representation: picture, symbolic form, diagram, graph etc. (Vinner & Dreyfus, 1989).

The term *representation* is vague and its definition depends on the study. This study uses representations in its limited meaning. They are tools that are used for expressing mathematical ideas (Gagatsis & Elia, 2007). According to Gagatsis and Elia (2007) a function can be represented in three forms, namely 1) graphical, 2) verbal and 3) symbolic.

When a student has understood a concept, he or she can interpret it through different representations and move from one to another. The understanding of functions can be analyzed and described through at least three different kinds of tasks:

1) the definitions given by the students,
2) the ability to work with different representations of a function, and
3) problem solving tasks which require use of different representations of a function (Gagatsis & Elia, 2007).

The definitions of function given by students are categorized in this study in similar fashion to the Vinner and Dreyfus (1989) study. These categories are shown in Table 2.

Table 2. Vinner and Dreyfus (1989) definitions of function categorization.

Category	Description	Example from the Vinner and Dreyfus (1989) data
1) Correspondence	A function is any correspondence between two sets that assigns to every element in the first set exactly one element in the second set.	"A correspondence between two sets of elements." "For every element in A there is one and only one element in B."
2) Dependence relation	A function is a dependence relation between two variables.	"One factor depending on the other one." "A dependence between two variables." "A connection between two magnitudes."
3) Rule	A function is a dependence that has some regularity.	"Something that connects the value of *x* with the value of *y*."

		"The result of a certain rule applied to a varying number." "A relation between x and y is a function."
4) Operation	The value of a variable undergoes an operation in order to get the value of the function.	"An operation." "An operation done on certain values of x that assigns to every value of x a value of y =f(x)." "Transmitting values to other values according to certain conditions."
5) Formula	A function is a formula, an algebraic expression, or an equation.	"It is an equation expressing a certain relation between two objects." "A mathematical expression that gives a connection between two factors." "An equation connecting two factors."
6) Representation	A function is identified, possibly in a meaningless way, with one of its graphical or symbolic representations.	"A graph that can be described mathematically." "A collection of numbers in a certain order which can be expressed in a graph." *"$y = f(x)$."* *"$y(F) = x$."*

Of these categories, only the first one has definitions that are adequate for defining a function (Vinner & Dreyfus, 1989).

Method

The Collection of Data

Data for this study was collected in the spring of 2012 during the last day of school. The test subjects were ninth graders who had completed their test on functions two months earlier. All ninth graders who were at school the day the data was collected, participated in this study altogether, 49 out of 63 ninth graders (77.8%). The questionnaire was completed under supervision within an hour. The students were not allowed to discuss their answers with each other. They were allowed to ask questions from the researcher but no hints as to the correct answers were given.

The answers of two students in the view of mathematics study were eliminated. These students were placed in function conception class 7 and 6 (table 4). Therefore, the final answering percentage was 74.6 in the view of mathematics study.

The Questionnaire

The questionnaire[1] was divided into two sections. The first section focused on the concept image of function and the second on the view of mathematics. All questions and statements were provided in both English and Finnish on each paper.

The concept image of function section corresponded to the questionnaire that Vinner and Dreyfus used in 1989 and Hannula and Tuomi used in 2012. Vinner and Dreyfus studied college students and Hannula and Tuomi studied upper secondary students, whereas this study was conducted on middle school students. Therefore, the hardest questions from Vinner and Dreyfus study were left out completely and a third degree function question from Hannula and Tuomi questionnaire was replaced with a more level-appropriate second degree function question. The questionnaire took also into consideration the three tasks defined by Gagatsis and Elia (2007) in the pursuit of investigating the students' understanding of functions.

The view of mathematics section of the questionnaire is similar to the questionnaire that Saarinen and Salminen used in 2011 in their mathematics teacher study. The questions related to being a teacher were omitted. The questionnaire used by this study and Saarinen and Salminen (2011) is based on two questionnaires originally designed for students. Hannula, Kaasila, Laine and Pehkonen (2005) developed one of these questionnaires to determine the structure of elementary school teacher students' view of mathematics. Joutsenlahti (2005) developed the second questionnaire in his study of upper secondary school students' view of mathematics.

The statements in the view of mathematics sections are divided furthermore into three different sections according to Pietilä's (2002) view of mathematics model. The section self-image as a mathematics teacher has been omitted. The remaining sections were

1) self-image as a learner of mathematics,
2) opinions about learning and teaching mathematics,
3) mental images of mathematics.

The statements in each of these sections take into consideration all five parts of "view of mathematics". The sections on the other hand were based on the two main components of "view of mathematics".

[1] The questionnaires are available at https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/38480/Gradu_J_Salminen_2013.pdf?sequence=3

The questionnaire was tested with five different subject teachers, two of whom were fluent in both English and Finnish.

Analysis

In the first part of the questionnaire the students were each asked to form a definition of the word function. These definitions were divided to classes using directed content analysis. These classes were mutually exclusive. The same method was used in analyzing justifications to yes/no questions.

The correct answers in yes/no questions were given a point and wrong answers received zero points. The missing answers were given a value 0. In other words, it was assumed that they did not know the answer to these questions and therefore would have answered incorrectly, if they had done so.

It was assumed that the answers of the middle school students and upper secondary students were normally distributed. Therefore, it was possible to compare these answers with each other by using student's t-test for independent groups (Nummenmaa, 2007). There was no statistically significant difference to be found ($p > 0.1$).

In the view of mathematics section of the questionnaire, there were 8 missing answers in random places. These were filled with the mean of the answers of the group they were in. The data from section two of the questionnaire was analyzed by using the SPSS-program. Factor analysis was applied and factors based on the theory were formed. According to the theory, there should have been 2-10 factors. Because the sample was so small, it was not possible to find more than four factors. This was made possible by analyzing the questions of the two main components separately. Because the number of factors was unknown and the results were not meant to be applicable to any other data set, the extraction method used was principal axis factoring (Henson & Roberts, 2006). According to the theory, the parts of view of mathematics overlap. This is why an oblique rotation called direct oblimin was used (Henson & Roberts, 2006). Three factors were collected: self-confidence in mathematics($\alpha = 0.861$), importance of succeeding in mathematics ($\alpha = 0.809$) and beliefs and conceptions ($\alpha = 0.777$). The variables of these factors and their loadings are presented in Table 3.

The correlations between the factors were studied by using Spearman's rho test. The results were as expected: Factor 1 and factor 2 had a high positive correlation with each other ($r_s(47) = 0.813, p < 0.001$) but Factor 3 had negative correlation to both Factor 1 ($r_s(47) = -0.527, p < 0.001$) and Factor 2 ($r_s(47) = -0.497, p < 0.001$).

In the first analysis, the test subjects were divided into mutually exclusive groups according to the definitions they gave for a function. This was done again in the second analysis according to their final math grade. In both of these cases, the differences between the groups in relation to the factors, were investigated by using Mann-Whitney *U*-test. This test is based on ordinal numbers and was therefore a good fit for the data that was collected by using Likert-scale (Nummenmaa, 2007).

Table 3. Factors and their variables,

Factors and their variables	Loading	
Factor 1: Self-confidence in mathematics ($\alpha = 0.861$)	**Pattern matrix**	**Structure matrix**
I am ready to work even long periods of time to understand a new topic in mathematics.	0.409	0.444
I really want to be successful in the field of mathematics.	0.332	0.591
Mathematics was easier for me than for many others at school.	0.813	0.822
I trust myself when it comes to mathematics.	0.865	0.852
I know that I can be successful in mathematics.	0.604	0.776
I enjoy spending time with mathematical problems.	0.800	0.744
Factor 2: Importance of succeeding in mathematics ($\alpha = 0.809$)	**Pattern matrix**	**Structure matrix**
I really want to be successful in the field of mathematics.	0.568	0.719
I am sure that I am capable of learning still more mathematics.	0.820	0.875
I know that I can be successful in mathematics.	0.376	0.653
It was important for me to get a good grade from mathematics.	0.599	0.556
Factor 3: Beliefs and Conceptions ($\alpha = 0.777$)	**Pattern matrix**	**Structure matrix**
Mathematics is a mechanical and boring subject.	0.481	0.586
Learning mathematics is hard work.	0.562	0.564
Mathematics is not so different from the other school subjects.	0.314	0.343
Learning mathematics is mainly learning things by heart.	0.528	0.563
Practical applications should get more attention in teaching.	0.385	0.375
Mathematics is hard.	0.756	0.748

Mathematics is numbers and calculations.	0.680	0.635
There is only little room for original thoughts in the solutions of mathematical problems.	0.373	0.380
Mathematics is a set of rules.	0.472	0.451
There have not been new innovations in the field of mathematics for a long time.	0.348	0.411

Results

What kinds of definition of function did the Finnish MYP ninth graders give compared to the Finnish upper secondary school students?

The definitions of function given by the ninth graders were categorized in a similar method to that of Vinner and Dreyfus (1989) as well as Hannula and Tuomi (2012). As in the Hannula and Tuomi (2012) study, each definition was placed in only one category. The categorization of the definitions given by the students is presented in Table 4.

Table 4. The categorization of the definitions of function given by the students.

Category	Description	Example from the data
1) Correspondence	A function is any correspondence between two sets that assigns to every element in the first set exactly one element in the second set.	"It's a slaughter house, you put the input in and get an output out. For every input there is a unique output. (Slaughterhouse is the function.)"
2) Dependence relation	A function is a dependence relation between two variables.	"Something that contains an input and output." "It is a relationship between the inputs and the outputs. The line curves."
3) Rule	A function is dependence that has some regularity.	"A rule." "A equation with an x and a y axis. The x and the y are always corresponding."

4) Operation	The value of a variable undergoes an operation in order to get the value of the function.	”A calculation that transforms one set of numbers to another“ “A middleman that processes values before handing them over.”
5) Formula	A function is a formula, an algebraic expression, or an equation.	”A function is a formula that has an input and output.” “A function is an equation showing values.”
6) Representation	A function is identified, possibly in a meaningless way, with one of its graphical or symbolic representations.	”A function is the equation of drawing a line.” “A function is a type of an equation which illustrates a curved line on a graph.”
7) Other	A definition that does not belong into the categories mentioned above.	”A number which has a precise number given.” “Functions have inputs, outputs and a domain“
8) No answer/ Does not know.		

The results of the categorization along with the results of the Hannula and Tuomi (2012) study are shown in figure 2. While the upper secondary school students tend to define function through formula or representation, the definitions given by the MYP ninth graders are more evenly distributed. The most preferred way in both groups was to define function through representation. Surprisingly, a greater portion of the ninth graders than of the upper secondary school students defined function through correspondence, which is the only adequate way of defining function (Vinner & Dreyfus, 1989).

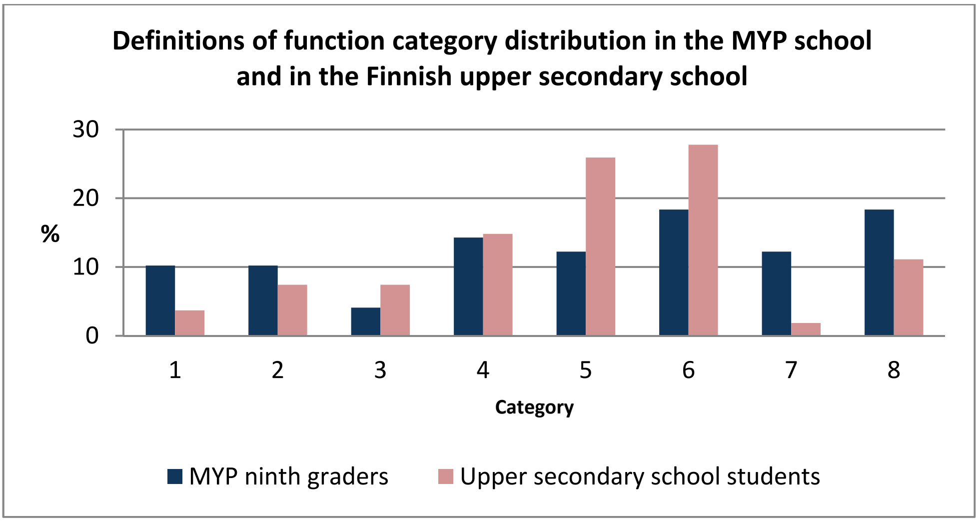


Figure 2. Definitions of function category distribution.

How correct was the Finnish myp ninth graders' concept image of function compared to that of the Finnish upper secondary school students?

Both groups of students were asked in the questions 2-4 to decide if a graph, symbolic expression or a verbal expression is a function. Question 2 focused on the graphical representation of a function and had altogether 9 sub questions. Question 3 had potential functions laid in a symbolic form and had altogether 5 sub questions. Question 4 was about the verbal representation of a function and had 2 sub questions.

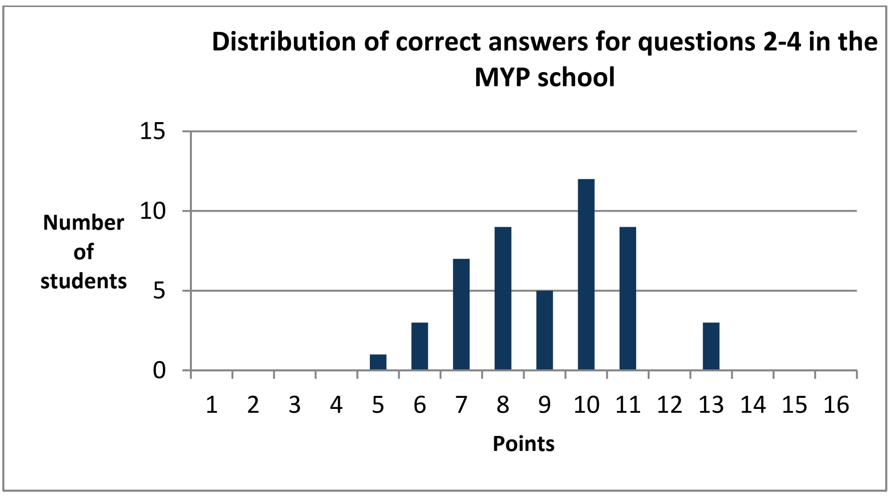


Figure 3. Distribution of correct answers for question concerning different representations of a function in the MYP school.

Each correct answer in the yes/no questions (questions 2-4) received 1 point and every wrong answer 0 points. Justifications were not taken into consideration. The maximum number of points was therefore 16. The distribution of points is shown in figure 3. The mean of the points was $\bar{x} = 9{,}12$ and the sample standard deviation $s = 1.91$. The lowest number of points was 5 points and the mean of the points was little over half of the points.

Both MYP ninth graders and upper secondary school students managed to get at least half of the answers correct for each representation of a function. The score distribution is shown in the figure 3. Surprisingly the ninth graders had the most correct answers of all the questions in the question 3 (symbolic representation). They also had more correct answers than the upper secondary school students, both in the questions concerning the symbolic and verbal representation of a function. The upper secondary students had slightly more correct answers in the question 2 (graphical representation) than in the other questions. These results are shown in the figure 4. There was no statistically significant difference to be found between any of the groups ($p > 0.1$).

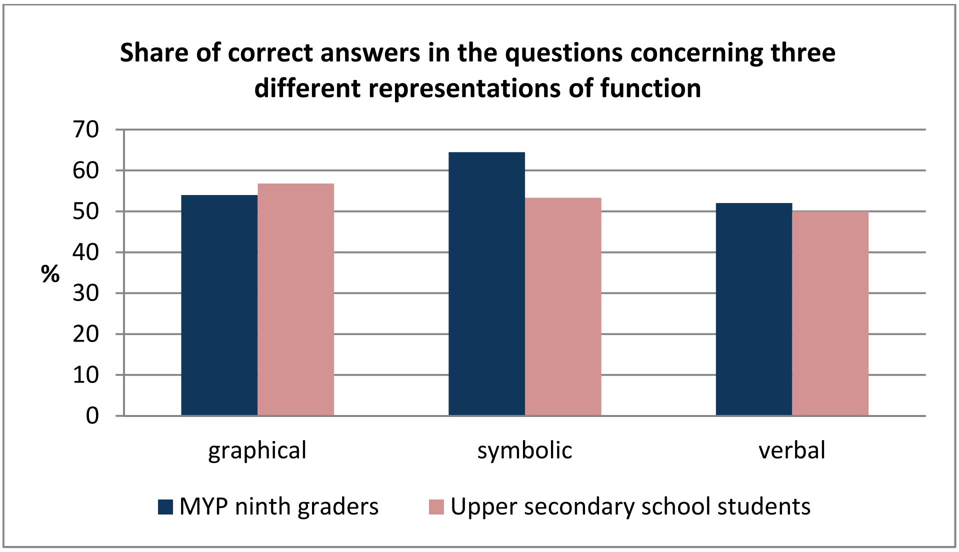


Figure 4. Share of correct answers in the questions concerning the three different representations of function.

What kinds of connections are to be found between Finnish MYP ninth graders' view of mathematics and their concept image of function?

The MYP ninth graders were placed in eight different categories based on the definitions they gave for functions. This distribution is shown in Table 5.

Table 5. Students' definitions of function category distribution.

Category / Group	**Number of students placed in this category**
1. Correspondence	5
2. Dependence Relation	5
3. Rule	2
4. Operation	7
5. Formula	6
6. Representation	7
7. Other	5
8. No answer/ Does not know.	9

View of mathematics data was analyzed by using factor analysis. Three factors were collected: self-confidence in mathematics ($\alpha = 0.861$), importance of succeeding in mathematics ($\alpha = 0.809$) and beliefs and conceptions ($\alpha = 0.777$). The variables of these factors and their loadings are presented in Table 3. The differences between groups were studied by using the Mann-Whitney U-test.

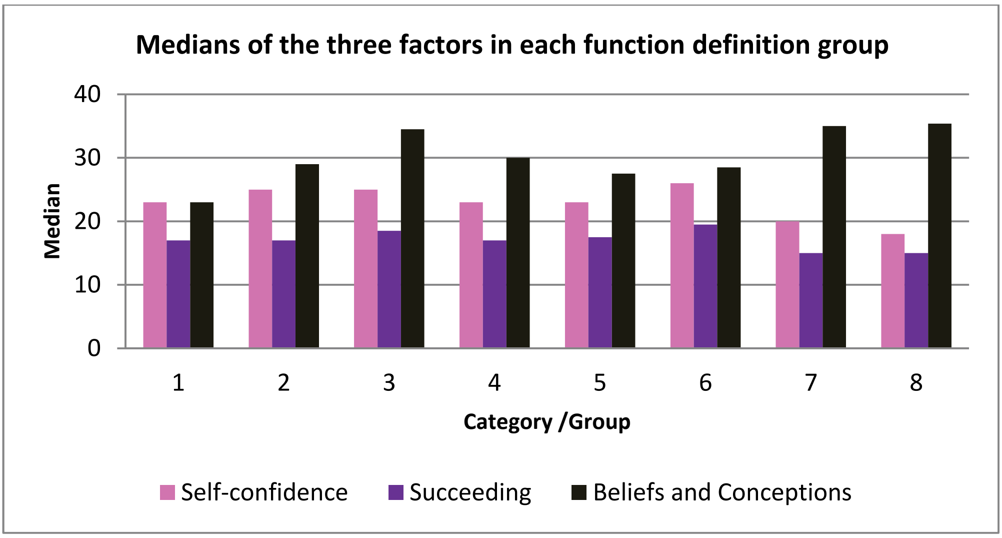


Figure 5. Medians of the three factors in the each function definition group.

Figure 5 shows that the self-confidence in mathematics was highest in the group that had defined function through a representation. Clearly lower self-confidence in mathematics compared to other groups was found in group 7 and 8. Students in group 7 had defined function some other way that did not fall in the other groups. Students in group 8 had not given any definition for a function. Lowest self-confidence in mathematics was found in group 8. The difference between this group and the other groups except for group 7 was statistically significant. These values are shown in Table 6. There was no statistically significant difference between any other groups.

Table 6. The results of the Mann-Whitney *U*-test for group 8 compared to the other groups in self-confidence in mathematics factor.

Groups 1 and 8	Groups 2 and 8	Groups 3 and 8	Groups 4 and 8	Groups 5 and 8	Groups 6 and 8
$U = 2.00$ $p = 0.006$	$U = 2.50$ $p = 0.007$	$U = 0.50$ $p = 0.043$	$U = 5.50$ $p = 0.006$	$U = 9.50$ $p = 0.038$	$U = 9.00$ $p = 0.009$

The self-confidence and the importance of succeeding in mathematics were highest in group 6 and lowest in groups 7 and 8 (figure 5). The differences between group 8 and the other groups except for groups 7 and 2 were statistically significant. These values are shown in Table 7. There was no statistically significant difference between any other groups.

Table 7. The results of the Mann-Whitney *U*-test for group 8 compared to the other groups in importance of succeeding in mathematics factor.

Groups 1 and 8	Groups 3 and 8	Groups 4 and 8	Groups 5 and 8	Groups 6 and 8
$U = 7.00$ $p = 0.037$	$U = 0.50$ $p = 0.043$	$U = 10.50$ $p = 0.024$	$U = 4.50$ $p = 0.007$	$U = 10.00$ $p = 0.011$

The beliefs and conceptions -factor was formed from statements that had negative or neutral tone (see Table 3). The medians of this factor are presented in figure 5. Students who defined function through a rule (group 3), some other way (group 7) or had not given a definition at all (group 8) had scored clearly higher on the factor *beliefs and conceptions of mathematics* than the other groups. Students who had defined function through correspondence (group 1) scored lowest on the beliefs and conceptions –factor. Statistically significant difference was found between groups 3 and group 5 ($U = 1.00, p = 0.088$), groups 1 and 8 ($U = 3.50, p = 0.011$), groups 5 and 8 ($U = 0.00, p = 0.001$) and groups 6 and 8 ($U = 12.00, p = 0.020$). None of the other pairs of groups had statistically significant difference between them.

Discussion

The results of this study should be interpreted with caution: The sample consisted of very special kinds of students: they were ninth graders of a newly MYP authorized school. In addition to this, the functions study material used during lessons was tailored for the students of this particular school. Therefore, the results should not be applied from this study to all the students in Finland or not even to all the MYP students in Finland.

Also the results of this study can give a worse impression of the level of the students than it truly is. Many of the ninth graders were bothered by the fact that the axes were not named in the questionnaire. These students had achieved high grades from the unit test but answered incorrectly the questions that had to do with graphical representation of a function. If the axes had been named, the results might have been different for this section of the questionnaire. In addition to this, the 49 students that participated in this study, out of 63, included all the weakest students. The students absent from this study had received high marks from the functions unit test.

The view of mathematics section used the Likert scale. According to Nummenmaa (2007) opinions should not be measured this way because of their continuous nature in order to get accurate results. The Likert scale is adequate though for tentative results.

The answers of two students in the view of mathematics section were eliminated and individual missing answers were replaced with the mean of the answers. This might have affected the results (Nummenmaa 2007). There were only few missing answers. Therefore, the effect of this procedure is probably minimal.

The results show that factors 1 and 2 give very similar results. Their correlation with each other also was very high. This might justify dropping one of these factors out.

The results of this study show that even though students do not understand the concept of function necessarily even in their university studies (Vinner & Dreyfus, 1989), it is possible for students to understand them already in the comprehensive school. In the Vinner and Dreyfus study (1989), higher mathematics level college students justified their answers more than lower mathematics level college students whereas, in this study the MYP students justified their answers more than upper secondary school students. This might have been due to the layout of the questionnaire or the fact that MYP encourages students to reflect continuously on their own work and to express themselves also through English language in mathematics. This leads to the question: do MYP students give justifications to their answers more easily than the students in the regular state schools?

Students’ beliefs and attitudes have been considered essential for the success in studies the last two decades (Joutsenlahti, 2005). The results of this study back this statement up. The dependence between the factors build from these elements and the final grade in mathematics was clear. Is it possible to improve learning results consciously by trying to change the attitudes and beliefs of the students? According to Schoenfeld (1985) and Pietilä (2002) the student’s view of mathematics affects to the student’s understanding, solutions, affective reactions and actions in mathematics related learning situations. But how can the student’s view of mathematics be made more positive?

References

Gagatsis, A., & Elia, I. (2007). Representations and the concept of function. In E. P. Avgerinos & A. Gagatsis (Eds.), *Current Trends in Mathematics Education. 5th Mediterranean Conference on Mathematics Education 13-15 April 2007.* Athens: New Technologies Publications.

von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a Constructive Activity. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Hannula, J., & Tuomi, O. (2012). *Funktion käsite lukiolaisten mielikuvissa. Opettaja työnsä tutkijana seminaari 2011-2012*. Helsinki: University of Helsinki.

Hannula, M., Kaasila, R., Laine, A., & Pehkonen, E. (2005). Luokanopettajien matematiikkakuvan rakenteesta. In L. Jalonen, T. Keranto & K. Kaila (Eds.), *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Oulussa* 25.-26.11.2004 (pp. 55–70) Oulu: University of Oulu.

Henson, R. K., & Roberts, J. K. (2006). Use of Exploratory Factor Analysis in Published Research: Common Errors and Some Comment on Improved Practice. *Educational and Psychological Measurement,* 66, 393.

IBO (2013). International Baccalaureate Organization. Retrieved from http://www.ibo.org/myp/

Joutsenlahti, J. (2005). *Lukiolaisen tehtäväorientoituneen matemaattisen ajattelun piirteitä.* (Doctoral Thesis). Tampere: University of Tampere.

LOPS (2004). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003*. Helsinki: Finnish National Board of Education.

Malmivuori, M. - L. (2001). *The dynamics of affect, cognition, and social environment in the regulation process of personal learning processes: The case of mathematics.* Helsinki: University of Helsinki.

McLeod, D. B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 134–141.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 576–583). New York: Macmillian Publishing Company.

Nummenmaa, L. (2007). *Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät*. Vammala: Tammi.

OPSL (2012). *Opetussuunnitelman perusteluonnokset, syksy 2012*. Helsinki: Finnish National Board of Education.

Pehkonen, E. (1998). On the concept “mathematical belief”. In E. Pehkonen & G.Törner (Eds.), *The state-of-art in mathematics-related belief research. Results of the MAVI activities.* Helsinki: University of Helsinki.

Pietilä, A. (2002). *Luokanopettajaopiskelijoiden matematiikkakuva*. Helsinki: University of Helsinki.

POPS (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Helsinki: Finnish National Board of Education.

Saarinen, P., & Salminen, J. (2011). “Haluan tehdä muutakin elämässä kuin työtä!” Tutkimus pääkaupunkiseudun suomenkielisten yläkoulujen ja lukioiden matematiikan aineenpettajien matematiikkakuvista työurien kontekstissa. *Opettaja työnsä tutkijana seminaari 2010-2011.* Helsinki: University of Helsinki.

Saarivirta, H. (2008). *Lukion ensimmäisen vuosikurssin pitkän matematiikan opiskelijoiden matematiikkakuva*. Tampere: University of Tampere.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando (FL): Academic Press.

Schwarzenberger, R. L. E., & Tall, D. O. (1978). Conflict in the learning of real numbers and limits, *Mathematics Teaching,* 82, 44–9.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356–366.

Peruskoulun kuudesluokkalaiset sanallisten tehtävien tulkitsijoina ja tuottajina

Harry Silfverberg [1], Jorma Joutsenlahti [2], Henry Leppäaho [3]

[1] Turun yliopisto, [2] Tampereen yliopisto, [3] Jyväskylän yliopisto

Artikkelissa tarkastellaan aikaisempia tutkimuksia yksityiskohtaisemmin kuudesluokkalaisten oppilaiden antamia vastauksia kolmeen matematiikan tehtävään Opetushallituksen vuonna 2008 järjestämässä kokeessa. Niissä joko sanallinen tehtävä tuli tulkita ja muuntaa laskuksi tai annetusta matemaattisesta lausekkeesta piti laatia itse keksitty sanallinen tehtävä. Laskujen ohella tarkastelemme oppilaiden antamia perusteluja tekemilleen ratkaisuille. Artikkelissa testataan myös ehdottamaamme laajennusta De Corten ym. aiemmin esittämään sanallisten tehtävien ratkaisumalliin. Laajennuksella pyritään mallittamaan sanallisten tehtävien ohella myös sellaisten tehtävien ratkaisuprosessia, jossa lähtökohtana on matemaattinen laskulauseke ja tavoitteena sen tulkinta ja kielentäminen. Malliin tehdyt lisäykset näyttävät toimivan käsitteellisinä apuvälineinä tehtävien ratkaisujen analyysissa.

Johdanto

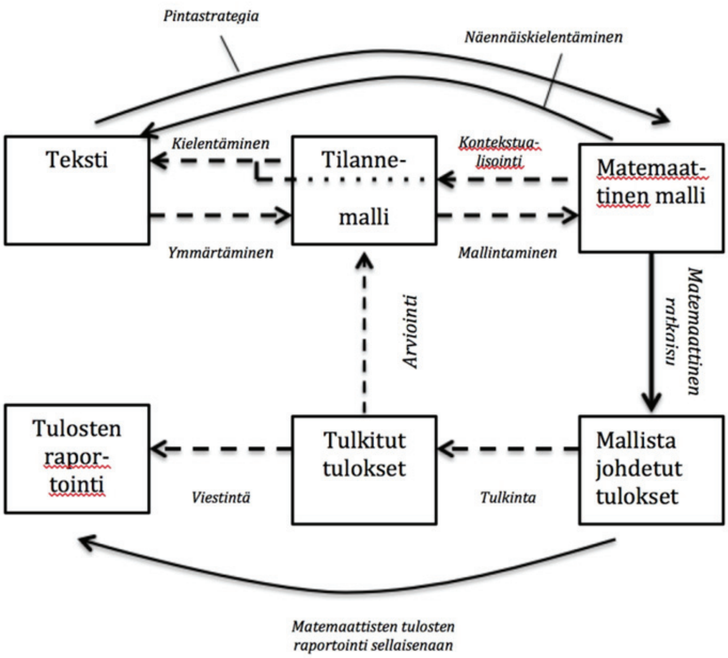
Tämä artikkeli on jatkoa aiemmalle artikkelillemme (Leppäaho, Silfverberg, & Joutsenlahti, 2013) ”Kuudennen luokan oppilaiden käyttämät ratkaisustrategiat opetushallituksen organisoiman oppimistulosarvioinnin ongelman-ratkaisutehtävissä", joka perustui Opetushallituksen tutkimukseen (Niemi & Metsämuuronen, 2010) ja siihen kerättyyn laajaan aineistoon (N= 5560) kuudennen luokan oppilaiden vastauksista matematiikan tehtäviin. Tässä artikkelissa tarkastelemme yhtäältä kuudesluokkalaisten oppilaiden taitoa erottaa sanallisista tehtävistä niiden sisältämä matemaattinen ongelma ja toisaalta oppilaiden taitoa tulkita merkittyjä laskutoimituksia tuottamalla itse sanallisia tehtäviä, jotka sopivat annettuihin laskulausekkeisiin. Tutkimusaineistomme tarkempi kuvaus löytyy edellä mainitusta artikkelistamme (Leppäaho, ym., 2013).

Oppikirjoissa matematiikan sanallisiksi tehtäviksi kutsutaan sellaisia tehtäviä, joissa ratkaistava ongelma kuvataan jossakin arkielämän kontekstissa tai muussa helposti ymmärrettävässä asiayhteydessä luonnollisella kielellä ja oppilaan tehtävänä on tulkita tehtävässä kuvattu tilanne matemaattisesti ja tuottaa ongelmaan vastaus laskemalla. Puhtaasti laskutekniseltä näkökulmalta tarkastellen sanallisen tehtävän käsittelemä konteksti on sekundäärinen, eräänlaista hälyä, jonka seasta, vastauksen edellyttämät laskutoimitukset on opittava tunnistamaan. Laskuteknisen orientaation vuoksi tehtävänanto on selkeä ja rajoittuu vain oleelliseen. Tehtävistä puuttuvat usein muun muassa syy- ja seuraussuhteet, joita ei tehtävän ratkaisuun tarvita, mutta jotka auttaisivat oppilasta ymmärtämään tehtävässä kuvattua tilannetta (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010; Smith, Gerretson, Olkun, & Joutsenlahti, 2010). Joutsenlahti, Kulju ja Tuomi (2012) totesivat tutkimuksessaan, että jo peruskoulun neljännen luokan oppilaat tunnistivat opetuskeskustelussa sanallisten tehtävien tekstilajille tyypillisiä piirteitä kuten mm. sen, että tehtävien tekstit ovat lyhyitä, kieli täsmällistä eikä kovin kuvailevaa ja tehtävissä annetaan yleensä vain laskussa tarvittavat tiedot. Koska oppilaatkin vähitellen tottuvat siihen, että matematiikan tunneilla on tapana harjoitella vastikään opetettuja matematiikan asioita ja laskutapoja, tehtävän kuvaamaa asiayhteyttä ei mielletä tehtävän ratkaisussa kovinkaan merkittäväksi, vaan pyrkimyksenä on tunnistaa tehtävästä se, mitä pitää laskea. Verschaffel, De Corte ja Vierstraete (1999, 265) kuvaavat tätä sanallisten tehtävien ratkaisuprosessin tarkoitushakuisuutta osuvasti: *“Extensive experience with traditional arithmetic word problems induces in pupils a strong tendency to approach word problems in a mindless, superficial, routine-based way in their attempts to identify the correct arithmetic operation needed to solve a word problem.”*

Soveltavasta näkökulmasta tarkastellen tilanne on toinen. Jotta oppilas oppisi käyttämään matematiikan taitojaan erilaisissa tilanteissa, hänen tulisi oppia tunnistamaan tarkasteltuun tilanteeseen liittyvä matemaattinen rakenne ja ongelmatilanteen laskennalliset mahdollisuudet. Oppilaan tulisi näin saada harjaannusta matematiikan käyttöön erilaisissa konteksteissa – sekä niissä, joissa ongelmanratkaisun laskennalliset tarjoumat ovat niin sanotusti pinnalla, että niissä, joissa ne ovat syvemmällä. Kokemus siitä, että matematiikan taidot ovat hyödyllisiä arkielämässä, lisää myös matematiikan opiskelun mielekkyyttä. Peruskoulun matematiikan opetuksessa yleisesti tärkeänä lähtökohtana pidetäänkin oppilaille tuttuja arkipäivän toimintoja ja ilmiöitä, joihin opiskeltavat matemaattiset käsitteet ja proseduurit liitetään.

Sanallisten tehtävien ratkaisumallin kehittelyä

Tehtävänratkaisuista tekemiämme havaintoja tulkitsemme perustuen De Corten ym. (2000, 13) esittämään sanallisten tehtävien ratkaisumalliin (Kuvio 1), jota täydennämme kuitenkin kolmella osaprosessilla liittyen sanallisten tehtävien tuottamiseen annetuista laskulausekkeista. Mallin täydentämisellä pyrimme siihen, että malli kuvaisi sanallisessa muodossa annetun tehtävän ratkaisuprosessin ohella symbolisessa muodossa annetun tehtävän tulkintaa, kielentämistä ja sanallisen tehtävän tuottamista laskulausekkeesta. Mallia täydennämme kolmella Kuvioon 1 merkityllä osaprosessilla *kontekstualisointi*, *kielentäminen* ja *näennäiskielentäminen*. Kontekstualisoinnilla tarkoitamme ideointia, jossa annettuun laskulausekkeeseen pyritään liittämään käytännön tilanne tai asiayhteys, jossa laskun suorittaminen olisi mielekäs ja tarpeellinen. Laskulausekkeen muuntaminen valittuun kontekstiin liittyväksi sanalliseksi tehtäväksi on osa yleisempää kielentämisprosessia, jossa luodaan matematiikan symbolikielellä annetuille lausekkeille (ja sen elementeille) merkityksiä luonnollisella kielellä. (Joutsenlahti, ym., 2010; 2012). Tehtävän laadintaprosessi heijastaa myös tekijänsä käsitystä sanallisten tehtävien genrestä. Näennäiskielentämisellä tarkoitamme laskulausekkeen, yhtälön tms. suoraa muuntamista sanalliseen muotoon liittämättä sitä mihinkään ulkoiseen asiayhteyteen, kuten esimerkiksi lausekkeen $134 \cdot 4 - 22$ muuntamista muotoon ”Mitä saadaan, kun luku 134 kerrotaan neljällä ja vastauksesta (tulosta) vähennetään 22?” Vastaavasti matemaattisesta lausekkeesta on muodostettu siihen liittymätön sanallinen tehtävä.



Kuvio 1. Sanallisten tehtävien tulkinnan ja tuottamisen malli pohjautuen De Corten ym. (2000, 13) esittämään malliin.

Tässä tutkimuksessa halusimme tarkastella sanallisten tehtävien tulkinnan ja tuottamisen ohella lisäksi kuudennen luokan oppilaiden kykyä perustella vastauksensa. Perustelemisen taito on matematiikassa keskeinen. Perustelu ei saisi olla mikään erillinen asia matematiikan opetuksessa, vaan sen tulisi eri muodoissaan kuulua jokaiselle luokka-asteelle, kuten Schoenfeld (1994, 76) asian on esittänyt *”Proof is not a thing separable from mathematics, as it appears to be in our curricula; it is an essential component of doing, communicating, and recording mathematics. And I believe it can be embedded in our curricula, at all levels.”* Perusteleminen kuuluu Suomessakin jo hyvin varhaisessa vaiheessa oppilaan matemaattisen osaamisen tavoitteisiin. Peruskoulun opetussuunnitelmassa (Opetushallitus, 2004, 159) on ajattelun ja työskentelyn taitojen osalta seuraava kuvaus oppilaan hyvästä osaamisesta 2. luokan päättyessä *”Oppilas pystyy tekemään perusteltuja päätelmiä ja selittämään toimintaansa ja osaa esittää ratkaisujaan konkreettisin mallein ja* *välinein, kuvin, suullisesti ja kirjallisesti.”* Vastaavasti 3.-5. luokan tavoitteissa mainitaan: *”Oppilas perustelee toimintaansa ja päätelmiään sekä esittää ratkaisujaan muille”* (emt., 161).

Tutkimuskysymykset ja -menetelmä

Tässä tutkimuksessa tarkastelemme ensin pääosin esimerkkien avulla oppilaiden antamia vastauksia kolmeen erityyppiseen tehtävään

(1) (näennäis)sanalliseen tehtävään 24 ”Kerro lukujen 16,6 ja 6 erotus luvulla 4 ja vähennä tuloksesta lukujen 2 ja 10 tulo”,

(2) prosenttilaskutehtävään 29 ”Hanna uskoo, että viisi prosenttia kahdestakymmenestä on yhtä paljon kuin kaksikymmentä prosenttia viidestä. Onko hän oikeassa? Laske ja perustele vastauksesi.”, ja

(3) jakolaskutehtävään 27a, jossa oppilasta pyydetään itse keksimään sanallinen tehtävä, jonka ratkaisua annettu laskulauseke *20€ : 4€* voisi esittää.

Kahta ensimmäistä tehtävää voinee nykyään pitää varsin tavanomaisina koulumatematiikan tehtävinä. Kolmannen tehtävän tyyppisiä tehtäviä oppimateriaaleissa esiintyy sen sijaan esiintyy harvoin (Joutsenlahti & Vainionpää, 2010).

Varsinaiset ratkaisuprosesseihin liittyvät tutkimuskysymyksemme ovat: Miten kuudennen luokan oppilaat

1) ratkaisevat puhtaasti matemaattiseen kontekstiin sijoitetun sanallisen tehtävän 24?
2) esittävät prosenttikäsitteeseen liittyvän ongelman 29 ratkaisun ja perustelevat päätelmänsä?
3) muuntavat tehtävässä 27a annetun matemaattisen lausekkeen sanalliseksi tehtäväksi?

Lisäksi kunkin tehtävän yhteydessä tarkastelemme, miten täydennetyn De Corten ym. mallin osaprosessit *kontekstualisointi*, *kielentäminen* ja *näennäiskielentäminen* näyttäytyvät suorituksissa.

Oppilaiden vastauksia tarkastelemme pääosin kvalitatiivisen analyysin perusteella. Ratkaisuja analysoitaessa tutkijoilla on ollut käytössään keskenään eri otoksia koko aineistosta. Tehtävässä 24 N=106, tehtävässä 29 N=200 ja tehtävässä 27a N=98.

Tehtävien ratkaisuja on tutkittu pääosin sisällön erittelyllä.

Tulokset

Miten kuudennen luokan oppilaat ratkaisevat puhtaasti matemaattiseen kontekstiin sijoitetun sanallisen tehtävän 24?

Kokeen tehtävä 24 ”Kerro lukujen 16,6 ja 6 erotus luvulla 4 ja vähennä tuloksesta lukujen 2 ja 10 tulo” on sanalliseksi tehtäväksi erikoinen, sillä konteksti, johon laskutehtävä on sijoitettu on itsessäänkin matemaattinen. De

Corten ym. täydennettyä mallia (Kuvio 1) tulkiten oppilas voi tehtävää ratkaistessaan pintastrategian mukaisesti ohittaa mentaalimallin muodostuksen kokonaan ja koodata tehtävässä sanallisesti kerrotut laskutoimitukset vastaaviksi symbolikielen elementeiksi ja kirjoittaa kerrotun lausekemuotoon. Toinen tulkintamahdollisuus, on että hän pyrkii mielessään jakamaan matemaattisten olioiden muodostaman rakenteen osiinsa, esimerkiksi seuraavasti ”erotus 16,6 – 6”, ”kerrottuna neljällä”, ”tästä vähennetty”, ”tulo $2 \cdot 10$” ja muodostamaan tätä kautta suunnitelman suorittamilleen laskutoimituksille. Tällöin kokonaisen lausekkeen muodostaminen ennen laskutoimituksia on oppilaalle ennemminkin ylimääräinen vaiva kuin laskemista helpottava apukeino. Pelkistä oppilaiden kirjallisista suorituksista, jotka käytettävissämme olivat, emme voi päästä selville kovinkaan hyvin siitä, minkälaisen pohdinnan kautta oppilaat ovat ratkaisunsa todellisuudessa tehneet. Tarkastelemme tehtävän suorituksen onnistumisen kannalta seuraavaa viittä vaihtoehtoa: (1) sekä lauseke että laskut ovat oikein tehdyt, (2) lauseke on oikein mutta laskuissa virhe(itä), (3) lauseke on virheellinen mutta laskut tehtävän kannalta oikeita, (4) lauseke on virheellinen mutta laskut tämän lausekkeen kannalta oikeita, (5) sekä lauseke että laskut ovat virheelliset.

Tutkitussa osa-aineistossa (N=106) oppilaiden suoritukset jakaantuivat em. vaihtoehtojen kesken seuraavasti: (1) 36,8 %, (2) 24,5 %, (3) 3,8 %, (4) 4,7 %, ja (5) 30,2 %. Lausekkeen muodostus oli noin 40 % oppilaista vaikeaa, erityisesti sulkeiden käyttäminen. Silloinkin, kun sulkeita oli käytetty, niiden osoittamaa laskujärjestystä ei välttämättä noudatettu. Monelle oppilaalle käsitteet erotus ja tulo näyttivät olevan tuntemattomia, jotkut oppilaat sekoittivat termit summa ja tulo keskenään.

Kuviossa 1 esitetyn mallin näkökulmasta oppilaiden suoritukset näyttävät etenevän kutakuinkin suoraan tekstin ymmärryksestä (tulkinnasta) matemaattisen mallin muodostukseen ja matemaattisen ratkaisun etsintään. Vaikeudet liittyvät lähinnä kolmeen asiaan: matemaattisen sanaston tulkintaan, oikean laskujärjestyksen löytämiseen sekä desimaaliluvuilla laskemiseen.

Miten kuudennen luokan oppilaat esittävät prosenttikäsitteeseen liittyvän ongelman 29 ratkaisun ja perustelevat päätelmänsä?

Vastauksen perustelemista tulisi opettaa ja opetella jo 2 luokalta lähtien (Opetushallitus, 2004, 159) ja se on myös 3.-5. luokan tavoitteissa (emt., 161). Prosenttikäsite kuuluu 3.-5. luokkien keskeisiin sisältöihin (emt., 161). Jo opetussuunnitelman perusteella voidaan siis olettaa, että suurin osa kuudennen luokan oppilaista hallitsee prosenttilaskun idean ja kykenee muodostamaan vastaukseensa jonkinlaisen perustelun.

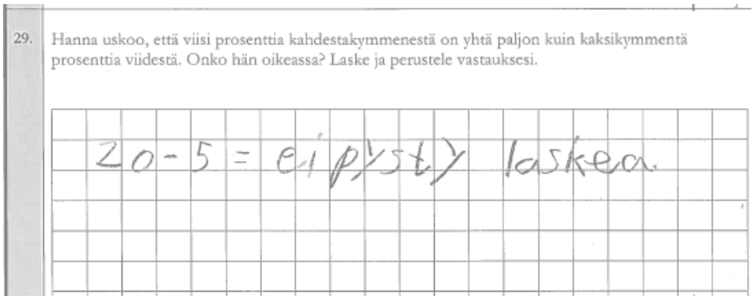
Edellä mainittuja taitojen tasoa voidaan arvioida kokeen tehtävän 29 *”Hanna uskoo, että viisi prosenttia kahdestakymmenestä on yhtä paljon kuin kaksikymmentä prosenttia viidestä. Onko hän oikeassa? Laske ja perustele vastauksesi.”* perusteella.

Arvioijat pisteyttivät vastaukset asteikolla 0-, 1- tai 2- pistettä. Otoksen 200 oppilaan tulokset on koottu taulukkoon 1.

Taulukko 1. Tulokset perustelua vaatineeseen tehtävään 29 (N=200).

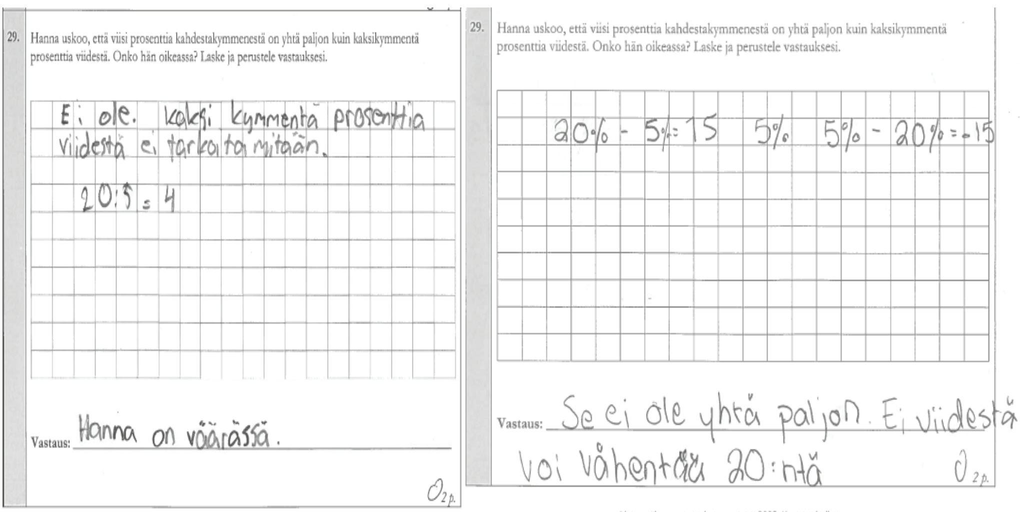
Tehtävän pisteytys	*Vastauksia*	*%*
0 pistettä	187	93,5 %
1 pistettä	4	2,0 %
2 pistettä	9	4,5 %
Yhteensä:	200	100 %

Tulosten perusteella (Taulukko 1) vastauksen perusteleminen on otoksen kuudesluokkalaisille ylivoimaista. Näin suuren osuuden (93,5 %) vuoksi onkin todettava, että perustelemisen kulttuuria ei ole ollut oppilaalla matematiikan opetuksessa. Aikapula ei ole todennäköinen syy tehtävän ratkaisematta jättämiseen, sillä tehtävä oli kolmanneksi viimeinen tehtävä. Suurin syy tehtävän ratkaisuista tehdyn analyysin pohjalta oli se, että prosenttikäsitettä ei ollut omaksuttu. Tehtävä 29 ei ollut tyypillinen oppikirjan lasku, vaan sanallinen tehtävä, jossa vaadittiin laskemisen lisäksi perustelua. Oppilaiden ratkaisujen perusteella oli havaittavissa, että tällaisen sanallisen tehtävän hahmottaminen oli heille vaikeaa. Muutamiin papereihin oli kirjoitettu suoraan, että tehtävää ei pystytä ratkaisemaan (Kuvio 2) tai perustelu oli vailla mitään todisteita tyyliin: *”Hanna on väärässä, koska hän on väärässä”*. Tulkinnan ja viestinnän näkökulmasta (Kuvio 1) tämän tyyppiset vastaukset kertovat oppilaan perustelutaitojen vaatimattomasta tasosta ja prosenttikäsitteen osaamattomuudesta .



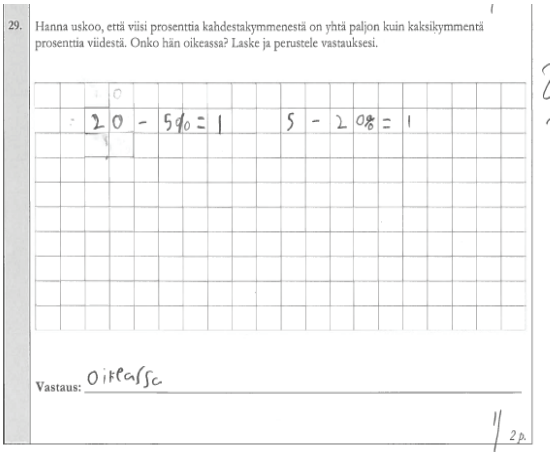
Kuvio 2. Oppilaan 0 pisteen vastaukset tehtävään 29.

Kirjallista perustelua vaativa tehtävä on hyödyllinen, sillä se paljastaa nopeasti oppilaan matemaattisen ymmärryksen ja sen mitä häneltä on jäänyt oppimatta. Esimerkiksi Kuviossa 3 on nähtävillä kahden oppilaan vastaukset ja perustelut, jotka viestivät ettei heillä ole ollut minkäänlaista mielikuvaa prosenttilaskun ideasta.



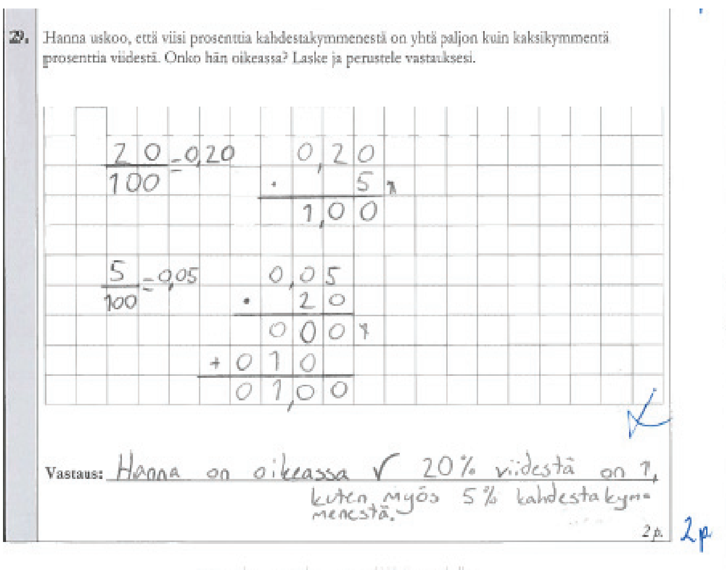
Kuvio 3. Kahden oppilaan 0 pisteen vastaukset tehtävään 29.

Yhden pisteen arvoisia vastauksia oli vain neljä kappaletta tässä otoksessa. Tyypillistä oli, että vastauksen ja perustelun tulkinta on ollut tehtävän arvioitsijalle vaikeaa. Esimerkiksi Kuviossa 4 pohdittavaksi jää onko kyseessä oppilaan 0 pisteen arvaus vai 1 pisteen välivaiheeton matemaattinen oivallus. Tätä pohdintaa osoittanee myös arvioijan kysymysmerkki ratkaisun oikeassa reunassa.



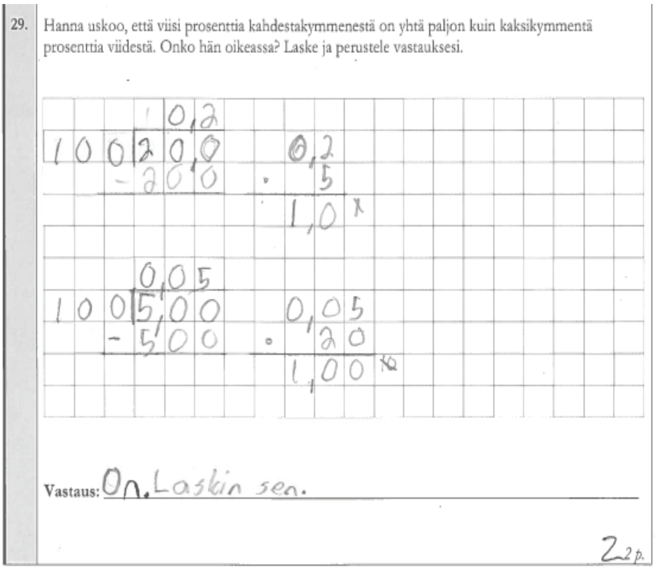
Kuvio 4. Oppilaan 1 pisteen vastaus tehtävään 29.

Täydet kaksi pistettä tehtävän 29 vastauksesta sai yhdeksän oppilasta. Määrä ei ole suuri 200 koepaperista, mutta viestivät siitä, että prosenttikäsitettä ja vastauksen perustelua on opetettu ja opittu maamme alakouluissa. Kuviossa 5 on esimerkki vastauksesta, jossa perustelu on tehty onnistuneesti matematiikan kielellä ja luonnollisella kielellä. Tällä tavoin oppilaan tekemä tuloksen raportointi on selkää ja hän varmistaa kirjallisella vastauksellaan mitä oppilas hän on ymmärtänyt.



Kuvio 5. Oppilaan 2 pisteen vastaus tehtävään 29.

Kuviossa 6 taas oppilas perustelee matematiikan kielellä laskien, että viisi prosenttia 20:stä on yhtä paljon kuin 20 % viidestä. Tämän vastauksen arviointi olisi voinut olla kriittisempää siten, että arvioija olisi vaatinut myös tarkemman sanallisen perustelun siitä mitä on laskettu ja miten tulkinta on tehty. Nyt oppilas toteaa vain: *”On. Laskin sen.”* Tällainen tuloksen raportointi luonnollisella kielellä ei tuo numeeriselle perustelulle yhtään lisäarvoa.



Kuvio 6. Oppilaan 2 pisteen vastaus tehtävään 29.

Miten kuudennen luokan oppilaat muuntavat tehtävässä 27a annetun matemaattisen lausekkeen sanalliseksi tehtäväksi?

Tehtävän 27 a – kohdassa oppilaan piti laatia sanallinen tehtävä lausekkeesta *20€ : 4€.* Tarkastelemme 98 oppilaan vastausotosta. Mainitusta oppilasjoukosta tyttöjä oli 55 % ja poikia 45 %.

Oppilaista (N=98) 29 % oli laatinut tehtävästä sisältöjaon ja 49 % ositusjaon. Loput ratkaisut tai ratkaisuyritykset eivät sisältäneet jakolaskun ideaa. Ositusjaon sisältävät tehtävän asettelut eivät johda kuvattuun lausekkeeseen. Lähes kaikki muodostetut sanalliset tehtävät olivat tyylilajiltaan johdannossa kuvattujen oppikirjan matematiikan sanallisten tehtävien tyylilajin mukaisia. Kirjoitusvirheitä oli vähän, mutta välimerkkien ja virkkeen alun isojen kirjainten käytössä oli puutteita useissa papereissa. Tehtävien kontekstit olivat useimmiten syötävien (karkit yms.) ostamisessa tai oppilaille ilmeisesti mieluisten esineiden hankkimisessa (muun muassa cd-levyt, lelut). Vain parissa otoksen tehtävässä oli esitetty ”ylimääräisenä tietona” syy – seuraus – suhteita. Henkilöt oli tehtävissä useimmiten kuvattu vain etunimellä (esimerkiksi *Matti*).

Korrektin tilannemallin (Kuvio 1) ja siitä edelleen kielentäen sanallisen tehtävän oli annetusta lausekkeesta osannut tehdä 29 % otoksen oppilaista (N=98).

Esimerkkinä tyypillisestä sisältöjaosta on pojan (P48) laatima kontekstualisointi tehtävän muodossa:

> ”Matilla on 20€. Hän ostaa neljän euron hintaisia karkkeja. Kuinka monta karkkia Matti saa?”

Lähes puolet laadituista tehtävistä sisälsi ositusjaon:

> ”Tiernapojilla on 20€. He jakavat sen tasan neljään osaan Mänkille, Knihdille, Herodekselle ja Murjaanien kuninkaalle. Kuinka paljon Knihti sai?”(P10)

Jakolaskussa oppilaat ovat useimmiten kohdanneet oppimateriaalin sanallisissa tehtävissä ositusjaon sisältävän tilannemallin (Joutsenlahti ym., 2012) ja ehkä siksi lähes puolet otoksen oppilaista on rakentanut väärä tilannemalli annettuun lausekkeeseen. Väärä tilannemalli on kielennetty sinänsä mielekkääksi sanalliseksi tehtäväksi, jossa jakajaksi tulee paljas luku neljä.

Toisaalta monilla kiitettävänkin arvosanan saaneista oppilaista oli isoja vaikeuksia kontekstualisoida annetusta matemaattisesta mallista asianmukaista tilannemallia. Seuraavassa 5. luokalla kiitettävän arvosanan saaneiden tytön ja pojan tehtäväksi kielennetyt virheelliset tilannemallit:

> ”Pekalla on 20€. Hän ostaa neljä euroa maksavan kirjan. Kuinka paljon rahaa jää?” (T49),

> ”Vuonna 2002 leipä maksoi 20 euroa. Nykyään se maksaa neljä kertaa vähemmän. Kuinka paljon leipä maksaa nykyään?” (P50).

Tilannemallin luominen tehdystä sanallisesta tehtävästä on saattanut jäädä tekemättä ja oppilas on laatinut koulumatematiikan sanalliselta tehtävältä näyttävän tehtävän ilman yhteyttä annettuun lausekkeeseen eli oppilas on tehnyt näennäiskielennyksen (Kuvio 1).

Pohdinta

Tutkimuksen tavoitteena oli tarkastella määrällistä selvitystä tarkemmin oppilaiden ratkaisuja kolmessa toisistaan poikkeavassa tehtävässä, joista kahdessa edellytettiin sanallisen tehtävän ratkaisua ja kolmannessa sanallisen tehtävän tuottamista. Tarkastelun tukena käytettiin De Corten ym. (2000) kehittämää mallia sanallisten tehtävien ratkaisuprosessille täydennettynä kolmella uudella mallin komponentilla kontekstualisoinnilla, kielentämisellä ja näennäiskielentämisellä. Mallin täydennys osoittautui erityisen käyttökelpoiseksi tutkittaessa sanallisten tehtävien tuottamisprosessia.

Sanallinen tehtävä, jossa varsinainen laskutehtävä oli ilmaistu sanallisesti käyttäen matematiikan sanastoa erotus, tulo, kerrotaan, vähennetään osoittautui monella tapaa vaikeaksi. Sanallisesti ilmaistuna laskun eri vaiheiden merkitseminen lausekkeeseen sulkeita käyttäen ei onnistunut noin 40 % oppilaista ja näin merkityn laskujärjestyksen noudattaminen oli sekin monelle vaikeaa. Selvästikin desimaaliluvuilla laskeminen oli monelle kuudesluokkalaiselle vielä haaste. Se, sisältääkö tämäntyyppisen tehtävän ratkaisuprosessi tulkintaan käyttämämme käsitteellisen mallin kuvaamia osaprosesseja, kaipaa lisäselvitystä tutkimusmenetelmillä, jotka tuottavat lähempää tietoa oppilaan tekemien pohdintojen ja valintojen perusteista.

Kuvion 1 sanallisten tehtävien tulkinnan ja tuottamisen malli osoittautui myös prosenttilaskutehtävän ratkaisujen tulkinnassa hyödylliseksi. Prosenttilaskuun liittyvän tehtävän osalta malli antoi pohjan oppilaiden matemaattisten ratkaisujen tulkinnalle, viestinnälle, raportoinnille ja arvioinnille. Tulosten valossa on hälyttävää että 93,5 prosenttia vastauksista (n=200) olivat 0- pisteen vastauksia, joten prosenttikäsitteen hallinta ja perustelutaidot olivat vaatimatonta tasoa, vaikka opetussuunnitelman (Opetushallitus 2004) mukaan niiden tulisi olla kuudesluokkalaisten hallinnassa.

Sanallisen tehtävän muodostaminen lausekkeesta (ongelma 3) näyttää olevan useimmille 6. luokkalaisille vaativa tehtävätyyppi. Tähän vaikuttanee useat syyt. Tehtävätyyppi on harvinainen oppimateriaaleissa, jolloin oppilailla ei ole kokemuksia kontekstualisoida annetusta matemaattisesta mallista tilannemallia (vrt. Joutsenlahti & Vainionpää, 2010). Matemaattisessa lausekkeessa oli sisältöjako, joka ei ole oppilaiden yleisin käsitys jakolaskusta, vaan odotettavin malli on ositusjako aikaisempien tutkimuksien perusteella (Joutsenlahti ym., 2012; Kaasila, Pehkonen, & Hellinen, 2009). Koulun testeissä oppilaat saattavat luulla, että heidän pitää laatia oppikirjamainen sanallinen tehtävä (tyylilajiltaan) ja muodon vaade johtaa näennäiskielentämiseen. Näin saadun sanallisen tehtävän pohjana ei ole tilannemallia tai se on väärä. Tilannemallin luominen matematiikan symbolikielellä ilmaistusta lausekkeesta on ehkä haastavampaa kuin sanallisesta tehtävänasettelusta, jossa on luonnollisella kielellä (äidinkielellä) ilmaistu selkeä konteksti ja siten siitä syntyvät tutut mielikuvat (mentaalimallit) auttavat oppilasta ymmärtämään ratkaistavaa tilannetta paremmin. Yliopiston opiskelijoilla tehdyssä kansainvälisessä tutkimuksessa (Smith ym., 2010) saatiin tulos, jossa opiskelijat ratkaisivat (tilastollisesti merkitsevästi) paremmin syy-seuraus- suhteita sisältävää sanallisia tehtäviä kuin samoja pelkistettyjä tehtäviä. Eräänä syynä tarinamaisien tehtävien suurempaan ratkaisumäärään nähtiin mainitussa tutkimuksessa se, että ratkaisija pystyy luomaan selkeän ja uskottavan mentaalimallin tilanteesta ja siten löytämään matemaattisen ratkaisun. Olisiko oppikirjoihin saatava lisää tarinamaisia tehtäviä?

Koska sanalliset tehtävät ovat oleellinen ja tärkeä osa koulun matematiikan opetusta, myös niiden ratkaisuprosessit on syytä painokkaammin ja monipuolisemmin ottaa matematiikan didaktiikan tutkimuksen kohteeksi. Lähestymistapojen valikoima on laaja ongelmanratkaisun tutkimuksesta kielitieteelliseen näkökulmaan. Tätä ja aiempaa tutkimustamme (Leppäaho, ym., 2013) voidaan pitää myös ensiaskeleena tutkijoiden ja Opetushallituksen yhteistyölle, jolla viraston keräämät laajat aineistot saadaan tutkijoiden jälkikäyttöön toisenlaisella näkökulmalla varustettuihin tutkimuksiin kuin, mitä alkuperäisen seurantatutkimukset edustavat.

Lähteet

De Corte, E., Greer, B., & Verschaffel, L. (2000). *Making Sense of Word Problems.* Lisse (Netherlands): Swets & Zeitlinger.

Joutsenlahti, J., Kulju, P., & Tuomi M. (2012). Matemaattisen lausekkeen kontekstualisointi sanalliseksi tehtäväksi ja tarinaksi. Opetuskokeilu kirjoittamisen hyödyntämisestä matematiikan opiskelussa. Teoksessa K. Juuti, L. Tainio (toim.), *Ainedidaktinen tutkimus koulutuspoliittisen päätöksenteon perustana* (s. 107–122). Helsinki: Suomen ainedidaktinen tutkimusseura.

Joutsenlahti, J., & Vainionpää, J. (2010). Matematiikan oppimateriaali matematiikan opetuksessa ja osaamisessa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Helsinki: Opetushallitus.

Kaasila, R., Pehkonen, E., & Hellinen, A. (2009). Millä tavalla luokanopettajaopiskelijat ja lukiolaiset ratkaisevat ei-standardin jakolaskuongelman? Teoksessa R. Kaasila (toim.) *Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuspäivät Rovaniemellä 7.-8.11.2008* (s. 87–103). Rovaniemi: Lapin yliopisto.

Leppäaho, H., Silfverberg, H., & Joutsenlahti, J. (2013). Valtakunnallisen kokeen kuudennen luokan ongelmaratkaisutehtävien ja oppilaiden ratkaisuprosessien analysointia. Teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen & J. Viiri (toim.), *Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association* (s. 71–82). Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto. Sivulta http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-5393-5

Niemi, E. K., & Metsämuuronen J. (toim.) (2010). Miten matematiikan taidot kehittyvät? *Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Helsinki: Opetushallitus.

Opetushallitus (2004). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet.* Helsinki: Opetushallitus.

Schoenfeld, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior*, *13*(1), 55–80.

Smith, G. G., Gerretson, H., Olkun S., & Joutsenlahti, J. (2010). Effect of Causal Stories in Solving Mathematical Story Problems. *Haceteppe University Journal of Education, 39*, 284–295.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Vierstraete, H. (1999). Upper elementary school pupils´ difficulties in modeling and solving nonstandard additive word problems involving ordinal numbers. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(3), 265–285.

»Kieleni rajat ovat maailmani rajat« Oppimisympäristön käytettävyys luomassa matemaattista kieltä

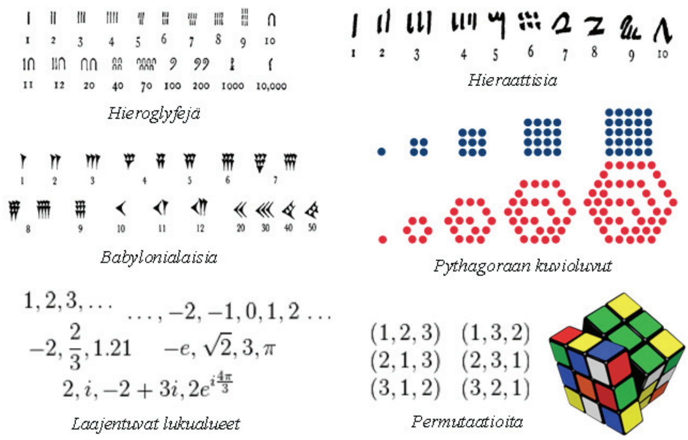
Hannu Tiitu, Antti Rasila
Aalto-yliopisto

Tässä artikkelissa perehdytään matematiikan oppimisympäristöjen käytettävyyteen. Ensin pohditaan, millaisista tekijöistä matematiikan oppimisympäristön käytettävyys muodostuu. Tämän jälkeen arvioidaan, miten käytettävyyden osatekijät vaikuttavat siihen, millaiseksi oppimisympäristön matemaattinen kieli muodostuu, ja miten ympäristö tukee konstruktivistista oppimiskäsitystä. Artikkelissa perehdytään matemaattisen tiedon esittämiseen kahdessa eri oppimisympäristössä. Stack-ympäristö on esimerkki erityisesti matemaattisen tiedon syöttämiseen ja tehtävien automaattiseen tarkastamiseen liittyvistä tilanteista. Mumie-ympäristö taas on esimerkki matemaattisten käsitteiden esittämisestä graafisessa muodossa.

Johdanto

Matemaattisen tiedon esittämiseen liittyvät ongelmat ja haasteet ovat keskeisessä asemassa oppimisympäristöjen ja oppimateriaalien suunnittelussa ja toteuttamisessa. Yleisellä tasolla ajatus perustuu havaintoon, että matematiikan kehitys on tapahtunut hyppäyksittäin historian saatossa. Viimeisin suuri matemaattinen vallankumous tapahtui 1800-luvun puolivälissä, jolloin matematiikan piiriin tuli paljon uutta tietoa. Matematiikan esittämisen ulkoinen muoto pysyi tuolloin kuitenkin lähes ennallaan, matematiikka näytti samalta kirjoihin painetulta kaavojen ja symbolien kieleltä kuin aikaisemminkin. Formalistisessa matematiikan filosofiassa tätä pidetään oleellisesti ainoana tapana esittää matematiikkaa.

Stanfordin yliopistossa työskentelevä Keith Devlin on esittänyt matematiikan opetuksen formalistisesta perinteestä radikaalisti poikkeavan näkemyksen. Hän on visioinut matematiikan ja sen opettamisen tulevaisuutta sekä sitä, millaisia mahdollisuuksia erilaiset tietotekniset sovellukset kuten pelit voivat tuoda matematiikan kehitykselle (esim. Devlin, 2011). Devlinin keskeinen ajatus on, että matematiikan opettaminen ensisijaisesti kaavojen ja symbolien avulla on ennen kaikkea kirjapainoteknologian asettama rajoite. Ihminen ei luonnostaan ajattele symbolisesti, eikä matematiikan opettaminen tällä tavoin ole välttämättä luonnollista tai edes tehokasta. Matemaattiset ideat on usein helpompi ymmärtää, jos niitä ei ensin muuteta symboliseen muotoon. Tällaisessa luonnollista ajattelua seuraavassa opetuksessa tietotekniikalla on merkittävä rooli. Devlinin arvion mukaan seuraava vallankumous matematiikassa tuleekin koskemaan tiedon esittämistä, ei niinkään sisältöjä (Devlin, 2008).



Kuvio 1. Matemaattista tietoa on esitetty monella tavoin eri aikoina ja kulttuureissa. Merkinnät ovat mukautuneet käsitteiden tarpeisiin.

Eri kulttuurit ovat esittäneet matemaattista tietoa monilla eri tavoilla. Kuvassa 1 on esitetty tästä muutamia esimerkkejä. Matematiikan kehittymiselle on aina ollut keskeistä kulttuurin tai yhteiskunnan luoma tarve uusille käsitteille (Devlin, 2008). Kehityksen moottorina on toiminut esimerkiksi kaupankäynti, navigointi, maanomistus ja arkkitehtuuri. Matematiikan merkinnät ovat muovautuneet näihin tarpeisiin, niillä on esitetty tarvittuja käsitteitä. Tarve on siis luonut merkintöjä, mutta voisiko kehitys tapahtua myös toiseen suuntaan? Antaisivatko ilmaisuvoimaiset merkinnät matemaattisille käsitteille mahdollisuuden muuttua ja laajentua? Tällöin matematiikan esittämisen välineiden ja merkintöjen käyttökelpoisuus ja käytettävyys olisivat keskeisessä asemassa luomassa mahdollisuuksia matematiikan kehittymiselle.

Tämän artikkelin otsikon lainausta mukaillen matematiikan esittämisen työkalut ja keinot luovat matemaattiselle tiedolle rajat. Onko tietotekniikka se väline, joka toteuttaa Devlinin ennustaman vallankumouksen ja tuo matematiikan kielen ulos kirjojen kansista? Avaako tietotekniikka samalla matemaattiselle tiedolle uusia mahdollisuuksia laajentua suuntiin, joita ei ehkä vielä edes tunneta tai mielletä matematiikan piiriin kuuluviksi?

Matematiikka ja sähköiset oppimisympäristöt

Matemaattisen tiedon esittämisen ongelma on tuttu tietoteknisten oppimisympäristöjen sisältöjen ja rakenteiden parissa työskenteleville. Perinteinen matematiikan kieli soveltuu huonosti tietokoneen ruudulla esitettäväksi, mikä asettaa rajat sen matematiikan maailmalle, jota oppimisympäristön avulla voidaan tarkastella. Tämä ongelma nähdään perinteisesti tietotekniikan ja oppimisympäristön asettamana rajoitteena, mutta suureksi osaksi se johtuu myös pyrkimyksestä seurata sähköisten oppimisympäristöjen laatimisessa liian täydellisesti perinteisen oppikirjan asettamaa esitystapaa ja -filosofiaa.

Yllä esitettyä Devlinin näkemystä hieman laajentaen, sähköisten oppimisympäristöjen tärkein vahvuus ei ole siinä, että ne voittaisivat perinteiset oppikirjat matematiikan symbolisessa esittämisessä vaan siinä, että ne mahdollistavat sellaisia menetelmiä, käytäntöjä ja esitystapoja, joiden toteuttaminen on perinteisessä oppikirjoihin pohjaavassa opetuksessa vaikeaa tai mahdotonta. Aalto-yliopiston Matta-ryhmässä viime vuosina tehdyn tutkimuksen keskeisenä tavoitteena onkin ollut löytää kokonaan uusia tapoja tietotekniikan hyödyntämiseen opetuksessa (Rasila, Harjula, & Zenger, 2007; Majander & Rasila, 2011; Rasila, Havola, Majander, & Malinen, 2010).

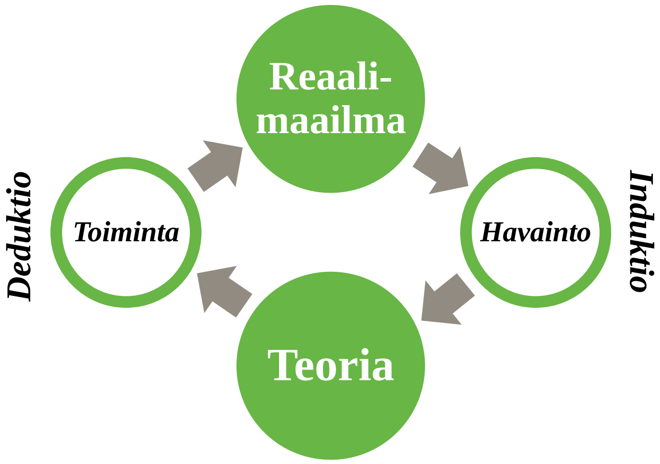
Kun opetuksen välineeksi valitaan jokin tietty oppimisympäristö, tehdään samalla pedagogisia valintoja. Oppimisympäristön käyttö ohjaa oppimista kokonaisuudessaan, jolloin ympäristön tarjoamilla käyttömahdollisuuksilla ja -tavoilla on merkittävä rooli oppimisen prosessien aktivoitumisessa (Majander & Rasila, 2011; Rasila ym., 2010).

Oppimisympäristöt eroavat toisistaan matemaattisen tiedon esittämisen osalta. Parhaimmillaan esitystavat ovat oppimista edistäviä, jolloin opiskelijan huomio voi keskittyä käsitteenmuodostuksen kannalta olennaisuuksiin. Muussa tapauksessa oppimisympäristön käyttö kuormittaa opiskelijaa, ja oppimisen tilaisuus vesittyy järjestelmän syövereissä sukelteluksi, erilaisten selviytymiskeinojen etsimiseksi. Käytettävyys ja käyttäjäkokemus ovat tällöin keskeisessä asemassa siinä, millaisena ympäristön matemaattinen kieli esittäytyy käyttäjälle.

Tässä artikkelissa etsitään kahdesta matematiikan opetuksessa käytetystä oppimisympäristöstä esimerkkejä käyttöliittymän ratkaisuista, joissa ilmenee erilaisia näkökulmia oppimisympäristön käytettävyyteen. Lisäksi pohditaan näiden käytettävyysratkaisujen vaikutusta oppimisympäristön tarjoamaan matematiikan kieleen ja opetukseen. Koska tutkimus on vielä alkuvaiheessa, tarkastelut kohdistuvat ensisijaisesti melko perinteisiin matematiikan esitystapoihin. Tavoitteena on myöhemmin tutkia myös esimerkiksi pelillisiä oppimisympäristöjä vertaamalla niitä perinteiseen symboliseen opetustapaan tässä artikkelissa esitettyjä menetelmiä käyttäen.

Teoreettinen viitekehys ja tutkimuskysymykset

Tämän artikkelin näkökulmana matematiikan opetukseen on tietoteknisten oppimisympäristöjen käytettävyys ja sen osatekijöiden mukanaan tuomat mahdollisuudet ja rajoitukset. Artikkelissa hahmotellaan käsitteistöä, jolla käytettävyyden ominaisuuksia voidaan kuvailla ja arvioida. Tarkoituksena ei ole suorittaa jonkin tietyn ympäristön käytettävyysarviointia, vaan tutkia, miten pedagogisesti perustellun ja tarkoituksenmukaisen oppimisympäristön ominaisuudet ilmenevät tietojenkäsittelytieteestä nousevassa käytettävyyden käsitteistössä.



Kuvio 2. Pragmaattisen tutkimuksen syklissä reaalimaailman havainnoista johdetaan teoriaa, jota edelleen sovelletaan käytäntöön.

Menetelmänä on tutustua aiheeseen narratiivisen kirjallisuuskatsauksen omaisesti, jolloin tutkimuksen suorittamisella on melko suuria vapauksia (Salminen, 2011, s. 7). Kirjallisuuskatsauksen eräs käyttömuoto tutkimuksessa on kokonaiskuvan rakentaminen, ja se sopii hyvin tutkimuksen alkuvaiheeseen, jossa pyritään kartoittamaan käsiteltyä aihepiiriä (Salminen, 2011, s. 3). Tämän artikkelin tarkoitus onkin ennen kaikkea pohjustaa aihepiiriä jatkotutkimusta varten.

Löydettyjä käytettävyyden käsitteitä pyritään havainnollistamaan löytämällä niistä esimerkkejä käytössä olevista oppimisympäristöistä. Tässä hyödynnetään Aalto-yliopiston matematiikan ja systeemianalyysin laitoksen Matta-ryhmässä tutkittuja järjestelmiä. Näistä *Stack* on ollut jo vuosia matematiikan perusopetuksen massakurssien käytössä, ja siitä on laitoksella perinpohjainen kokemus (esim. Sangwin, 2013, s. 114–126; Harjula, 2008). Toinen esimerkkiympäristö on *Mumie*, jolle Matta-ryhmä on kehittänyt materiaaleja EU-projektissa S3M2 (S3M2, 2013).

Artikkeli perehtyy matematiikan opetukseen pragmatistisesta näkökulmasta, jossa käsitteitä johdetaan reaalimaailman toiminnasta (Niiniluoto, 2002, s. 118). Pragmaattiselle tutkimukselle on tunnusomaista tiedon ja käytännön yhdistäminen. Käytäntö synnyttää uutta tietoa, jota sovelletaan jälleen käytäntöön kuvan 2 mukaisesti (Morgan, 2007, s. 71). Tämä tutkimus on kuvan syklin induktio-puoli. Pragmaattinen tutkimus käyttää joustavasti tarpeen mukaan kvalitatiivisia ja kvantitatiivisia menetelmiä (Creswell, 2009, s. 10–11).

Oppimisen käsitetään olevan kaiken sen kokemuksen yhteistulosta, jollaisena opiskelija näkee ympäröivän maailmansa. Tällöin on merkityksellistä perehtyä siihen subjektiiviseen käsitykseen, joka opiskelijalle syntyy esimerkiksi käytetystä oppimisympäristöstä. Käytettävyystutkimuksenkin keskiössä on käyttäjä, jolla oppimistilanteessa tarkoitetaan opiskelijaa. Näin käytettävyysmielessä hyvälaatuisen oppimisympäristön käyttäminen antaa hyvän mahdollisuuden myös pedagogisesti korkeatasoiselle opiskelulle. Laajempi Harveyin ja Knightiin (1996) perustuva analyysi verkko-opetuksen laatunäkökulmista on löydettävissä Rasilan (2008) artikkelista.

Tutkittaessa oppimisympäristön laadullisia ominaisuuksia on tarpeen asettaa näkökulma, josta tätä tarkastelua tehdään. Tässä tarkastelussa on valittu tavoitteeksi konstruktivistisen näkemyksen mukaisen oppimisen mahdollistuminen. Hyvän laadun tunnusmerkkinä oppimisympäristössä voidaan pitää, että ominaisuus edesauttaa niiden tavoitteiden toteutumisessa, joihin oppimisympäristön käytöllä pyritään. Tällaisia tavoitteita voivat olla esimerkiksi opiskelijan motivointi, sosiaalisen vuorovaikutuksen mahdollistaminen, opetuksen järjestelyjen tehokkuuteen pyrkiminen tai tietoteknisten oppimateriaalien käyttäminen.

Seuraaviin kolmeen tutkimuskysymykseen tehdään havaintoja ja etsitään vastauksia.

1. Millaisista tekijöistä matematiikan oppimisympäristön käytettävyys muodostuu?
2. Millaisia vaikutuksia tarkastelussa olevien oppimisympäristöjen käytettävyysratkaisuilla on näiden ympäristöjen matemaattiseen kieleen?
3. Miten tarkastelussa olevien oppimisympäristöjen käytettävyysratkaisut edistävät konstruktivistista oppimista?

Hyvän käytettävyyden tunnusmerkit

Hyvästä käytettävyydestä on arkikäsityksiä varmasti jokaisella tietoteknisiä sovelluksia käyttäneellä. Käsitykset saattavat useinkin olla muodostuneet lähinnä hyvän käytettävyyden vastakohtiin törmäämisen kautta. Toisaalta hyvän käytettävyyden ominaisuudet saattavat usein tuntua niin luonnollisilta, ettei niitä tavallisessa työskentelyssä tule huomioineeksi.

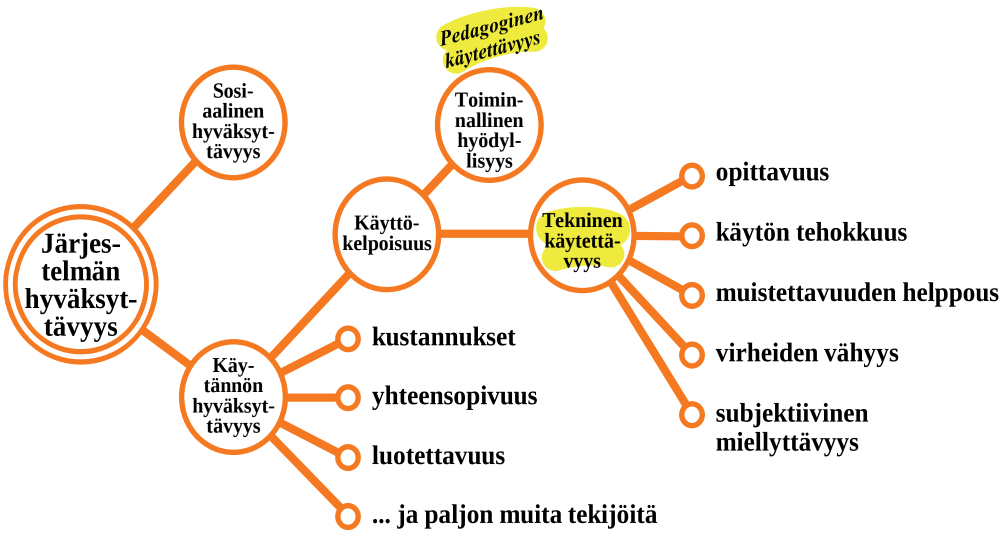
Eräs lähtökohta käytettävyyden täsmälliselle tarkastelulle on standardi ISO 9241-210, jossa määritellään keskeiset käytettävyyteen liittyvät käsitteet ja periaatteet tietojärjestelmien käyttäjäkeskeiselle suunnittelulle (International Organization for Standardization, 2010).

Kuvio 3. Järjestelmän tai tuotteen käytettävyys ilmenee sen käytön vaikutuksista.

Standardin mukaan järjestelmän käytettävyys on se *vaikuttavuus*, *tehokkuus* ja *tyytyväisyys*, jolla tietyt käyttäjät saavuttavat määritellyt tavoitteet tietyssä käyttötilanteessa (International Organization for Standardization, 2010, s. 3). Vaikuttavuus tässä yhteydessä tarkoittaa sitä, miten hyvin käyttäjä saavuttaa tavoitteensa. Tehokkuus on tavoitteiden saavuttamisen ja käytettyjen resurssien välinen yhteys ja tyytyväisyys käytön mukavuutta ja hyväksyttävyyttä. *Käyttäjät*, *tavoitteet* ja käytettävä *ympäristö* muodostavat *käyttötilanteen* (kuva 3), jonka vaikutuksia tutkimalla päästään arvioimaan käytettävyyden laatua. Käytettävyys on siis käyttötilanteen ominaisuus, ja se voi vaihdella samalla tietokonesovelluksella riippuen käyttötilanteen muista tekijöistä.

Käytettävyyden yleinen käsite ymmärretään usein monilla eri tavoilla riippuen yhteydestä, jossa sitä tarkastellaan. Eräs tapa on jakaa tutkittavan järjestelmän yleinen hyväksyttävyys osatekijöihin kuvassa 4 esitetyllä tavalla (Nielsen, 1993, s. 25). Hyväksyttävyys jaetaan sosiaaliseen ja käytännön hyväksyttävyyteen. Näistä jälkimmäisen keskeinen tekijä on käyttökelpoisuus, joka muodostuu tuotteen *teknisestä käytettävyydestä* ja toiminnallisesta hyödyllisyydestä.

Teknisen käytettävyyden piiriin kuuluu järjestelmän ominaisuuksia, jotka liitetään käyttäjän yleiseen käyttökokemukseen. Tähän kuuluu erilaisia käytön sujuvuuteen vaikuttavia tekijöitä, kuten esimerkiksi käyttäjän subjektiivinen käytön miellyttävyyden tunne.



Kuvio 4. Järjestelmän yleisen hyväksyttävyyden jakautuminen osatekijöihin. Opetusjärjestelmän käyttökelpoisuus muodostuu pedagogisesta ja teknisestä käytettävyydestä. (Nielsen, 1993, s. 25)

Järjestelmän toiminnallinen hyödyllisyys ilmenee siinä, miten hyvin sen avulla on mahdollista tehdä niitä tehtäviä, joita varten se on suunniteltu (Nielsen, 1993, s. 25). Kun järjestelmä on oppimisympäristö, toiminnallista hyödyllisyyttä kutsutaan *pedagogiseksi käytettävyydeksi*. Sampolan (2008, s. 30) mukaan pedagogisella käytettävyydellä tarkoitetaan verkko-opetuksessa sitä, ”miten hyvin käyttöliittymä, rakenne, toiminnot, verkkomateriaali, sisältö, oppimistehtävät ja valitut työkalut motivoivat ja tukevat erilaisten opiskelijoiden opiskelua ja ohjausta tietyssä oppimiskontekstissa valittujen tavoitteiden mukaisesti”. Pedagogisen käytettävyyden kautta käyttötilanteeseen tulee mukaan opetukselle ominaisia seikkoja, kuten materiaalin soveltuvuus käytössä olevaan opetussuunnitelmaan tai aiottuihin opetusmenetelmiin ja -käytäntöihin.

Heuristiikat hyvän käytettävyyden piirteinä

Käytettävyyden arviointiin on kehitetty monia menetelmiä, jotka voidaan jakaa karkeasti kvantitatiivisiin ja kvalitatiivisiin testeihin. Edelliset pyrkivät löytämään käytettävyysongelmia vertaamalla tuotetta annettuihin käytettävyystavoitteisiin tai verrokkituotteeseen. Jälkimmäiset taas etsivät mahdollisimman montaa käytettävyyden kannalta ongelmallista kohtaa. (Sinkkonen, Kuoppala, Parkkinen, & Vastamäki, 2002, s. 303)

Käytettävyyden testaamisen ongelma on, että hyvin moni asia vaikuttaa käyttökokemukseen. Niinpä kaiken kattavaa listaa hyvän käytettävyyden ominaisuuksista ei ole mahdollista laatia. Nielsen (1993, s. 155) kehitti ratkaisuksi tähän ongelmaan heuristisen evaluointimenetelmän, jossa hyvän käytettävyyden piirteet tiivistettiin kymmenkuntaan ominaisuuteen, joiden toteutumista on yksinkertaisempaa havainnoida. Nielsen (1995) korostaa, että heuristiikat eivät ole yksikäsitteisiä käytettävyyssääntöjä, vaan enemmänkin ideoita siitä, millainen hyvän käytettävyyden omaava järjestelmä voisi olla.

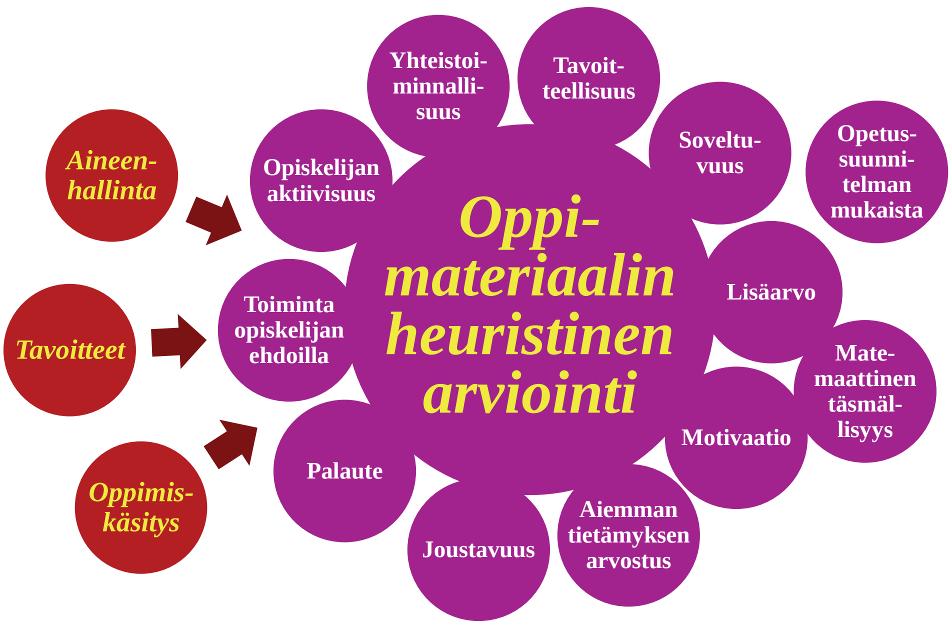
Heuristinen arviointi onkin osoittautunut tehokkaaksi keinoksi löytää erilaisia käytettävyysongelmia (Nielsen 1993, s. 160). Kuvassa 5 on listattu kahden yleisesti käytetyn heuristiikkalistan säännöt, joista ensimmäinen on Nielsenin käyttämä. Erilaisia heuristiikkoja on kehitelty paljon erityyppisten käyttöliittymien arvioimiseen, mutta pohjimmiltaan ne voidaan aina tiivistää kuvassa 5 nähtäviin kymmenkuntaan yleiseen ominaisuuteen.

Kuvio 5. Heuristiikat nimeävät hyvän käytettävyyden ominaisuuksia. Vasemmalla Nielsenin (1995) ja oikealla Shneidermanin (Shneiderman & Plaisant, 2012, s. 88–89) heuristiikat.

Heuristiikat antavat hyvän pohjan tarkastella tietojärjestelmän yleistä käytettävyyttä. Erilaisilla sovelluksilla on kuitenkin omat erityiset ominaisuutensa, joiden esille nostaminen antaa heuristiselle arviolle lisäarvoa. Tällöin voidaan kiinnittää huomio esimerkiksi oppimisympäristölle ominaisiin piirteisiin. Heuristista arviointia onkin käytetty runsaasti metodina arvioitaessa oppimisympäristöjen käytettävyyttä. Tällaisia heuristiikkoja ovat esimerkiksi Sampola (2008, s. 169–171), Nokelainen (2004, s. 61–70), Albion (1999), Quinn (1996) sekä Squires ja Preece (1999, s. 479–480).

Heuristiikkojen valinta on tärkeä osa oppimisympäristön käytettävyysarvioinnin prosessia, ja ne laaditaan ottaen huomioon arvioitava ympäristö ja käyttötilanne. Käyttötilanteeseen liittyy esimerkiksi yleiset tavoitteet, joihin ympäristön käytöllä halutaan päästä, tavoiteltu oppimiskäsitys ja opetettavan aineen erityispiirteet. Matematiikan oppimisympäristöön liittyviä erityisiä kysymyksiä ovat esimerkiksi matemaattisen tiedon oikeellisuus sekä ympäristön mahdollistamat tavat esittää matemaattista tietoa. Näin päästään käytettävyysarvioinnin keinoin tutkimaan matemaattista kieltä, jonka oppimisympäristö tarjoaa käyttöön.

Kuvassa 6 on esimerkki heuristiikoista, jotka on laadittu erityisesti sähköisten oppimisympäristöjen arviointia varten. Opetettu aine matematiikka huomioidaan tarkastelemalla matemaattisen sisällön oikeellisuutta oman heuristiikan kautta. Nämä heuristiikat perustuvat Hämeen ammattikorkeakoulun ja Tampereen yliopiston Digital Learning 2 -tutkimusprojektissa laadittuihin digitaalisen oppimateriaalin pedagogisen käytettävyyden arviointikriteereihin sekä Squiresin ja Preecen heuristiikkoihin, joiden perustana on sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys (Nokelainen, 2004, s. 61–70; Squires & Preece, 1999, s. 479–480).

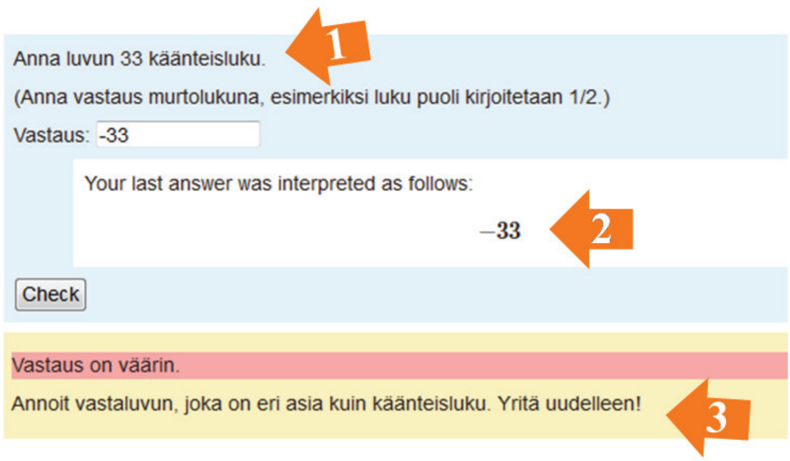


Kuvio 6. Oppimateriaalin arviointia varten muokatut heuristiikat, pohjana Nokelainen (2004, s. 61–70) sekä Squires ja Preece (1999, s. 479–480).

On siis löydetty joukko käytettävyyden piirteitä, jotka toteutuessaan tukevat konstruktivistista oppimista. Seuraavassa luvussa perehdytään siihen, miten näiden heuristiikkojen ilmaisemat käytettävyyden osatekijät ilmenevät Stackissä ja Mumiessa – millaisia vaikutuksia niillä on matemaattisen tiedon esittämiseen ja mahdollistuuko niiden myötä konstruktivistinen oppiminen.

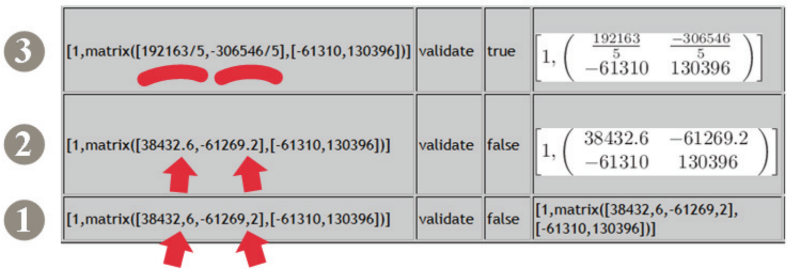
Matemaattisen tiedon syöttämisen haaste

Stack on oppimisympäristö, jonka avulla on mahdollista tehdä satunnaistamalla personoituja matematiikan harjoitustehtäviä, joihin liittyy automaattinen tarkastus (Sangwin, 2013; Harjula, 2008). Tehtävien automaattisella tarkastuksella on havaittu olevan monia pedagogisia hyötyjä (Majander & Rasila, 2011; Rasila ym., 2007; Rasila ym., 2010). Kun tällaisen oppimisympäristön ominaisuuksia verrataan heuristiikkoihin, huomataan monen hyvän käytettävyyden piirteen toteutuvan. Esimerkiksi *palaute* on mahdollista tuottaa opiskelijan antaman vastauksen mukaisesti, jolloin opiskelija pystyy toimimaan mielekkäästi kohdatessaan tilanteen, jossa on antanut väärän vastauksen. Kuvassa 7 on esimerkki yksinkertaisesta tehtävästä (kuvan nuoli 1), jossa opiskelijan antama vastaus (2) tunnistetaan ja annetaan siihen sopiva palaute (3). Parhaimmillaan uuden ratkaisun etsiminen korjaa ajattelua ja ohjaa kohti oikeaa käsitteenmuodostusta. Tutkimuksen mukaan automaattinen tarkastus voi *motivoida* ja *aktivoida* opiskelijoita, siis luoda heuristiikkojen mukaista hyvää käytettävyyttä oppimisympäristöön (Rasila ym., 2007, s. 75). Motivointi ja aktivointi on tärkeässä asemassa myös konstruktivistisessa oppimisessa (Haapasalo, 2001, s. 106; Tynjälä, 2002, s. 107–108). Opiskelija ei ohjaudu tiedon rakenteluun, mikäli hän ei ole motivoitunut ja aktiivinen.



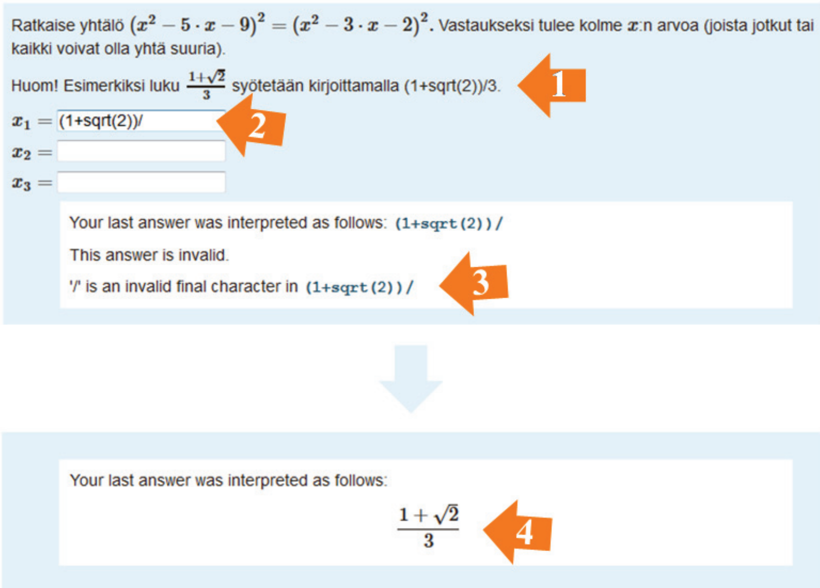
Kuvio 7. Automaattinen tarkastus voi ohjata opiskelijan toimintaa tunnistamalla tyypillisiä virheitä. Opiskelijan vastaus (nuoli 2) kysymykseen (1) tarkistetaan ja annetaan virheeseen sopiva palaute (3).

Automaattisen tarkastuksen toteuttamisessa on kuitenkin monta haastetta. Kuvissa 8 ja 9 on vertailussa ensimmäisen ja nykyisen Stack-version reagointi opiskelijan antamaan syötteeseen. Kuvassa 8 on vanhan Stackin vastausloki, jossa näkyy opiskelijan kolme yritystä syöttää tehtävän vastaus. Kysymyksessä on tehtävä, jossa pitää antaa vastaukseksi kaksi ominaisarvoa. Ensimmäinen yritys menee opiskelijalta pieleen sikäli, että hän merkitsee desimaalipilkkua pilkkumerkillä pisteen sijaan. Opiskelija ei saa tästä väärästä toiminnasta mitään vihiä ennen tarkistusnappulan painamista. Seuraavalla yrityksellä opiskelija on korjannut pilkun pisteeksi, mutta edelleen vastauksen syntaksi on väärin. Järjestelmään ei voi syöttää desimaalilukuja, vaan tarvittaessa luvusta tulee käyttää rationaalista muotoa. Kolmannella yrittämällä luvut on syötetty oikein, mutta valitettavasti opiskelijan vastaus on väärin, sillä tässä tehtävässä oikeat ominaisarvot olisivat olleet kokonaislukuja. Enempää yrityksiä opiskelija ei tehtävässä enää tehnyt. Voidaan ajatella, että oppimisympäristön tarjoama matemaattinen kieli ja palaute ohjasi opiskelijaa pääasiassa selviytymään murtoluvun oikeasta syöttämisestä. Kun tämä vihdoin onnistui, oli varsinainen ongelma vielä vailla ratkaisua.



Kuvio 8. Esimerkki huonosti ohjaavan automaattisen tarkastuksen etenemisestä. Huomio kiinnittyy vastauksen syntaksiin tehtävän ratkaisemisen sijaan.

Kuvassa 9 on vastaava tilanne nykyisen Stackin näytöllä. Tehtävään liittyy ohje oikean syntaksin syöttämiseksi (nuoli 1). Kun opiskelija aloittaa vastauksen kirjoittamisen (2), hän näkee välittömästi jokaisen merkin painamisen jälkeen, miltä vastaus näyttää oppimisympäristön mielestä (3). Kuvan esittämässä tilanteessa vastauksen syöttäminen on vielä kesken, joten järjestelmä kertoo, että syöttökentästä ei vielä löydy syntaktisesti oikeaa vastausta. Opiskelija saa jo kirjoittaessaan tiedon syötteen muotovirheistä, eikä hänen tarvitse kirjoittaa kokonaista, mahdollisesti väärää vastausta ja painaa lähetysnappulaa saadakseen tätä tietoa. Kuvan alemmassa osassa näytetään, miltä esikatselukenttä näyttää sen jälkeen, kun opiskelija on syöttänyt vastauksensa valmiiksi, eli on kirjoittanut nimittäjäksi luvun 3. Stack toteaa syötteen olevan syntaksiltaan oikein, ja näyttää sen sisällön tavallisilla matemaattisilla merkinnöillä. Opiskelijan on tästä helppo tarkistaa vastaus ennen sen lähettämistä.

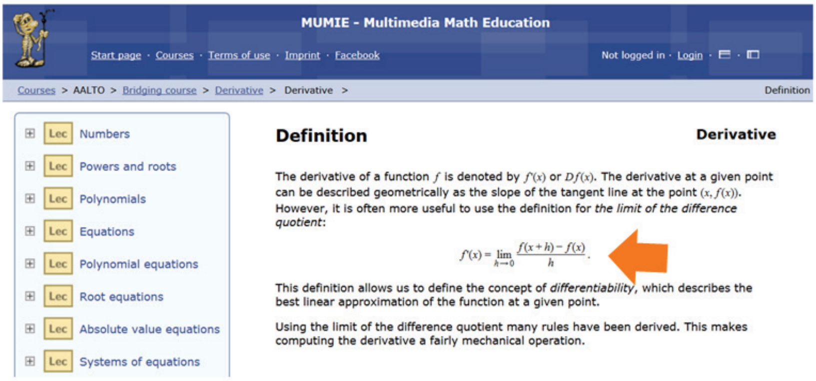


Kuvio 9. Syötteen (nuoli 2) syntaksi tarkistetaan (3) samaan aikaan kirjoittamisen kanssa. Kun syöte on valmis, se näkyy esikatselussa totutuilla matemaattisilla merkinnöillä (4). Lisäksi käyttöliittymä neuvoo syötteen kirjoittamista esimerkillä (1).

Verrattuna vanhaan, uuden Stackin matemaattinen kieli toteuttaa tässä esimerkissä hyviä Nielsenin (1995) mukaisia teknisen käytettävyyden ominaisuuksia, kuten *johdonmukaisuus ja standardit* näytettyjen merkintöjen osalta, *virheiden estäminen*, käytön *joustavuus ja tehokkuus*, *virheiden käsittely* ja käyttäjän *opastus ja ohjeistus*. Pedagogisen käytettävyyden ominaisuuksista täyttyy *toiminta opiskelijan ehdoilla*, *soveltuvuus*, *joustavuus* ja *palautteen antaminen*. Nämä edistävät oppimista opiskelijan omilla ehdoilla, mikä on konstruktivistisen oppimisen perusta (Rauste-von Wright, von Wright, & Soini, 2003, s. 164).

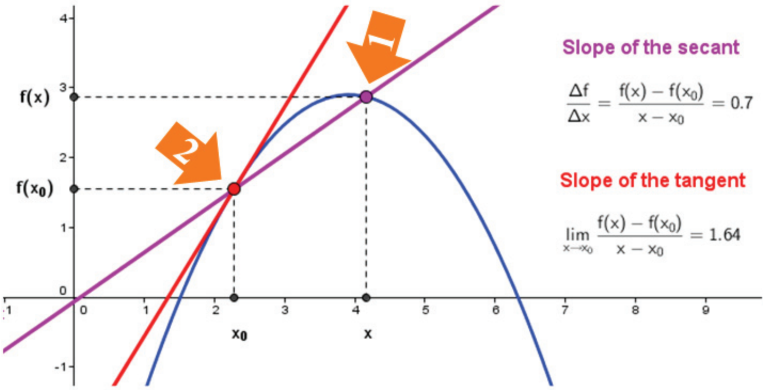
Matemaattisen tiedon visualisoimisen haaste

Toinen tarkasteltava oppimisympäristö on Mumie, jonka avulla on mahdollista toteuttaa staattista materiaalia, esimerkiksi matemaattista teoriaa ja tehtäviä, mutta myös opiskelijaa aktivoivia tehtäviä ja visualisointeja. Kuvissa 10 ja 11 on kaksi vaihtoehtoista tapaa esitellä käsite derivaatan arvo erotusosamäärän raja-arvona. Kuvassa 10 on Mumiessa toteutettu tekstimuotoinen teoria, joka ei eroa oppikirjaan painetusta. Tästä toteutuksesta voidaan sanoa, että oppimisympäristö ei tarjoa matematiikan kielen esittämiseen mitään uutta oppikirjaan verrattuna. Pedagogisen käytettävyyden näkökulmasta materiaali ei aktivoi opiskelijaa tai tuo lisäarvoa, ei motivoi tai arvosta opiskelijan aiempaa tietoa esimerkiksi suoran kulmakertoimen arvon laskemisesta. Staattinen sivu ei tarjoa myöskään minkäänlaista palautetta tai vuorovaikutusta opiskelijan kanssa.



Kuvio 10. Perinteinen tekstiteoria derivaatasta erotusosamäärän raja-arvona ei poikkea oppikirjan esityksestä.

Kuvassa 11 sen sijaan on näytetty Mumien sisälle toteutettu GeoGebra-visualisointi samasta aiheesta. Tällaisella esityksellä on konstruktivistinen henki: opiskelija voi tutustua itse derivaatan käsitteeseen liikuttamalla kuvassa olevia objekteja. Nuolen 1 osoittamaa pistettä voi liikuttaa pitkin alaspäin aukeavan paraabelin kaarta. Kun piste lähestyy nuolen 2 osoittamaa pistettä, opiskelija voi tehdä havainnon, että pisteiden kautta kulkevan suoran kulmakerroin lähestyy pisteeseen 2 piirretyn tangentin kulmakerrointa. Opiskelija voi siis suorittaa raja-arvoprosessin itse ja saa näin tuntumaa siihen, mitä symbolein esitetty erotusosamäärän raja-arvo merkitsee.



Kuvio 11. Oppimisympäristön grafiikkaa hyödyntämällä erotusosamäärän raja-arvon teoria havainnollistuu. Opiskelija voi liikuttaa pistettä (nuoli 1) sinistä käyrää pitkin ja havainnoida mitä tapahtuu, kun piste lähestyy toista, kiinteää pistettä (2).

Tämä tietokonegrafiikkaa hyödyntävä matemaattisen käsitteen esittäminen korjaa kuvan 10 esityksen pedagogisen käytettävyyden ongelmia. Toiminta on nyt *opiskelijan ehdoilla tapahtuvaa* ja *aktivoivaa*. Opiskelijan käsitteenmuodostus tapahtuu hänen havaintojensa perusteella sen sijaan, että hän yrittäisi tulkata itselleen matemaattisia merkintöjä, joiden käyttö jo sinänsä voi olla vierasta. Geometrisen havainnollistuksen käyttö voi olla joistakin opiskelijoista *motivoivaa* vaihtelua, sillä opiskelija voi rauhassa kokeilla ja löytää. Opiskelija saa myös välitöntä *palautetta* toimistaan, koska toiminnan vaikutukset näkyvät heti ruudulla.

Yhteenveto

Käytettävyyden yleiselle käsitteelle on olemassa standardin mukainen määritelmä, jonka mukaan järjestelmän käytettävyys on se vaikuttavuus, tehokkuus ja tyytyväisyys, jolla tietyt käyttäjät saavuttavat määritellyt tavoitteet tietyssä käyttötilanteessa. Käyttötilanne muodostuu järjestelmästä, käyttäjistä ja tavoitteista. Oppimisympäristön tilanteessa tarkastelussa on siis opiskelija, ympäristö ja aiotun kaltainen oppimistapahtuma.

Oppimisympäristön käytettävyys voidaan jakaa tekniseen ja pedagogiseen käytettävyyteen. Edellinen tarkoittaa järjestelmän ja sen käyttöliittymän helppokäyttöisyyttä ja käyttäjän tyytyväisyyttä, jälkimmäinen ympäristön yleistä soveltuvuutta aiottuun käyttötilanteeseen.

Heuristiikat luettelevat hyvälle käytettävyydelle ominaisia piirteitä, joiden avulla on mahdollista tehdä käytettävyystestausta. Niiden toteutuminen tai toteutumatta jääminen indikoi, miten hyvin arvioitava järjestelmä on suunniteltu käytettävyyden näkökulmasta. Yleisistä teknistä käytettävyyttä arvioivista heuristiikoista on johdettu myös erityisesti oppimisympäristöjen pedagogista käytettävyyttä arvioivia heuristiikkoja. Tällöin voidaan huomioida esimerkiksi, miten hyvin ympäristö edistää halutunlaista oppimiskäsityksen rakentumista. Tämän artikkelin näkökulmana ollutta konstruktivistista oppimista tukevia käytettävyyden piirteitä löytyi mittaamaan joukko heuristiikkoja, jotka huomioivat ympäristöjen soveltuvuuden opiskelijalähtöiseen opiskeluprosessiin.

Tutkittuina esimerkkiympäristöinä oli kaksi Aalto-yliopiston matematiikan opetuksessa käytettävää oppimisympäristöä, Stack ja Mumie, joiden tapoja ja erilaisia vaihtoehtoja esittää matemaattista tietoa arvioitiin. Osoittautui, että monia piirteitä pystytään helposti tulkitsemaan heuristiikkojen avulla. Käytettävyysheuristiikat voidaan siis ottaa avuksi, kun suunnitellaan matematiikan oppimisympäristöjä, niiden käyttöliittymiä ja tapoja esittää matemaattista tietoa, sekä kykyä toteuttaa haluttu oppimiskäsitys. Heuristiikat paljastivat oppimisympäristöistä monia konstruktivistista oppimista edistäviä piirteitä. Ottamalla heuristiikat apuvälineiksi ympäristöjen ja materiaalien suunnitteluvaiheessa, luodaan hyvät edellytykset pedagogisesti laadukkaiden oppimisympäristöjen tuottamiselle.

Esitetyistä esimerkeistä nähdään, että matemaattisen tiedon esittäminen ja prosessointi tietoteknisessä oppimisympäristössä on kaikkea muuta kuin yksinkertainen tehtävä. Tällöin törmätään moniin teknisen käytettävyyden ja opetussovelluksille ominaisiin pedagogisen käytettävyyden ongelmiin.

Oppimisympäristöjen käyttö ja käyttötavat tulevat laajenemaan ja monipuolistumaan tulevaisuudessa, joten niiden käytettävyyteen liittyviä kysymyksiä on syytä tutkia. Tässä löydettyjä käytettävyysnäkökulmia tulee jatkotutkimuksessa kehittää ja viedä edelleen käytäntöön, jolloin saadaan pragmatismin hengessä uusia mahdollisuuksia teoreettiseen tarkasteluun esimerkiksi käytettävyystutkimuksen keinoin. Näin matematiikan oppimisympäristöjen kieli kehittyy vähitellen mukautuen tietotekniikan tarjoamiin haasteisiin ja mahdollisuuksiin, mahdollisesti laajentaen tietoa aiemmin tuntemattomille alueille.

Lähteet

Albion, P. (1999). *Heuristic evaluation of educational multimedia: from theory to practice.* Proceedings of the 16th Annual Conference of the Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education, Brisbane, December 5–8, 1999. Sivulta http://www.ascilite.org.au/conferences/brisbane99/papers/albion.pdf

Creswell, J. W. (2009). *Research design. Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Thousand Oaks: Sage.

Devlin, K. (2008). What will count as mathematics in 2100? Teoksessa B. Gold & R. Simons (toim.), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy* (s. 291–311). Mathematical Association of America.

Devlin, K. (2011). *Mathematics education for a new era. Video games as a medium for learning*. Natick: A K Peters.

Haapasalo, L. (2001). *Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu.* Joensuu: Medusa-Software.

Harjula, M. (2008). *Mathematics exercise system with automatic assessment* (Diplomityö, Teknillinen korkeakoulu). Sivulta http://urn.fi/URN:NBN:fi:aalto-201306116486

Harvey, L., & Knight, P. (1996). *Transforming higher education*. Buckingham: The Society for Research into Higher Education.

International Organization for Standardization. (2010). *Ergonomics of human–system interaction. Part 210: Human-centred design for interactive systems* (Standard ISO 9241-210). Geneve: ISO.

Majander, H., & Rasila, A. (2011). Experiences of continuous formative assessment in engineering mathematics. Teoksessa H. Silfverberg & J. Joutsenlahti (toim.), *Tutkimus suuntaamassa 2010-luvun matemaattisten aineiden opetusta. Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimuksen päivät Tampereella 14.–15.10.2010 (s. 197–214).* Tampere: Juvenes Print. Sivulta http://matta.math.aalto.fi/publications/MajanderRasila2011.pdf

Morgan, D. L. (2007). Paradigms lost and pragmatism regained: methodological implications of combining qualitative and quantitative methods. *Journal of Mixed Methods Research, 1*(1), 48–76.

Nielsen, J. (1993). *Usability Engineering*. Boston: Academic Press.

Nielsen, J. (1995). *10 Usability Heuristics for User Interface Design*. Haettu 22.2.2014 osoitteesta http://www.nngroup.com/articles/ten-usability-heuristics/

Niiniluoto, I. (2002). Pragmatismi. Teoksessa I. Niiniluoto & E. Saarinen (toim.), *Nykyajan filosofia* (s. 111–164). Helsinki: WSOY.

Nokelainen, P. (2004). Digitaalisen oppimateriaalin käytettävyyden arvioinnin kriteerit. Teoksessa J. Saarinen (toim.), *eValuator: digitaalisten oppimateriaalien, oppimisympäristöjen ja mobiilioppimisen käytäntöjen arviointi* (s. 39–86). Hämeenlinna: Hämeen ammattikorkeakoulu.

Quinn, C. N. (1996). Pragmatic evaluation: Lessons from usability. Teoksessa A. Christie, P. James & B. Vaughan (toim*.), Proceedings of the 13th Annual Conference of the Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education, Adelaide, December 2–4, 1996* (s. 437–444). Adelaide: University of South Australia. Sivulta http://www.ascilite.org.au/conferences/adelaide96/papers/18.html

Rasila, A. (2008). Automaattisesti tarkastettavat tehtävät matematiikan opetuksessa. Teoksessa J. Viteli & S. Kaupinmäki (toim.), Tuovi 5: *Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2007 -konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit* (s. 27–32). Tampere: Tampereen yliopisto. Sivulta http://urn.fi/urn:isbn:978-951-44-7202-2

Rasila, A., Harjula, M., & Zenger, K. (2007). Automatic assessment of mathematics exercises: Experiences and future prospects. Teoksessa A. Yanar & K. Saarela-Kivimäki (toim.), *ReflekTori 2007. Tekniikan opetuksen symposium 3.–4.12.2007* (s. 70–80). Sivulta http://matta.math.aalto.fi/publications/Reflektori2007_70-80.pdf

Rasila, A., Havola, L., Majander, H., & Malinen, J. (2010). Automatic assessment in engineering mathematics: evaluation of the impact. Teoksessa E. Myller (toim.), *ReflekTori 2010. Tekniikan opetuksen symposium 9.–10.12.2010* (s. 37–45). Espoo: Aalto-yliopisto. Sivulta http://urn.fi/URN:ISBN:978-952-60-3478-2

Rauste-von Wright, M., von Wright, J., & Soini, T. (2003). *Oppiminen ja koulutus*. Helsinki: WSOY.

S3M2. (2013). *Support Successful Student Mobility with MUMIE*. Sivulta http://s3m2.eu

Salminen, A. (2011). *Mikä kirjallisuuskatsaus? Johdatus kirjallisuuskatsauksen tyyppeihin ja hallintotieteellisiin sovelluksiin*. Sivulta http://www.uva.fi/materiaali/pdf/isbn_978-952-476-349-3.pdf

Sampola, P. (2008). *Käyttäjäkeskeisen käytettävyyden arviointimenetelmän kehittäminen verkko-opetusympäristöihin soveltuvaksi*. Sivulta http://www.uva.fi/materiaali/pdf/isbn_978-952-476-234-2.pdf

Sangwin, C. (2013). *Computer Aided Assessment of Mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Shneiderman, B., & Plaisant, C. (2010). *Designing the User Interface. Strategies for Effective Human–Computer Interaction*. Boston: Pearson.

Sinkkonen, I., Kuoppala, H., Parkkinen, J., & Vastamäki, R. (2002). *Käytettävyyden psykologia*. Helsinki: Edita.

Squires, D., & Preece, J. (1999). Predicting quality in educational software: Evaluating for learning, usability and the synergy between them. *Interacting with Computers*, 11(5), 467–483.

Tynjälä, P. (2002). *Oppiminen tiedon rakentamisena. Konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita*. Helsinki: Tammi.

With the support of the Lifelong Learning Programme of the European Union.

Lifelong
Learning
Programme

Short Communications

Leading the change in science and math education in Palestine

Jeanne Albert, Khansaa Diab
Al-Quds University, Jerusalem

Moving experienced teachers from the comfort of traditional teacher-centered rote learning practices to a student-centered problem solving classroom learning culture is a key difficulty of school change. During the past four years, the Al-Quds Bard MAT Program, working exclusively with in-service teachers, has helped teachers make large scale transformations in their teaching.

The Al-Quds Bard MAT program

This is a graduate program that was launched in 2009 through a partnership between Al-Quds University in East Jerusalem and Bard College in Annandale-on-Hudson, New York. Candidates who complete the program of study receive two degrees: the Bard Master of Arts in Teaching degree and the Al-Quds master's degree in education. The Al-Quds Bard MAT Program is designed to increase the number of effective teachers in the Palestinian schools and contribute to increasing rates of student academic success. It is a replication of the Bard College Master of Arts in Teaching (MAT) Program which operates three campuses in the United States. Students enrolled at the Al-Quds Bard MAT engage in a two-year program of integrated academic and practical studies.

The learning process

The teachers taught using very traditional approaches, where classrooms were teacher-centered based on covering the official textbooks using chalk and talk. Teachers generally felt apprehensive of new ideas, ambivalent if they could apply new teaching methods and how these would be accepted by pupils, principal, and parents. We conducted our lessons using effective learning methods (group work, active students, experiential learning) with an expanding spiral model: Tell me, Show me, Let me try, Guide me, Yes, I can. Then they tried these methods with their students – first because it was "an assignment", then from choice (when they saw the positive effects).

A lesson in TARP (Teaching as a Reflective Practice) for math teachers usually starts with free writing. Then a math investigation – for example, finding shapes which have an area of 2 square units on a geoboard, then those with an area of 1 square unit, and discovering Pick's Theorem – doing the mathematics. Afterwards, analyzing what made this a good activity for them. Then discussing how to use the activity with their students – what mathematics is involved, what other topics it connects to, how to make the activity easier, harder. Then we do something more theoretical – discuss an article they have read and the implications from it on their teaching. Finally, we do something related to their CRPs (Classroom Research Project) - for example, plan an interview – this would involve creating the questions, trying them with students, analyzing the results – and then each would create a relevant interview for his/her project. At the end, each writes a reflection of the class – and if there is time, we discuss some implications.

TARP for science teachers also begins with free writing, followed by a science investigation – each student receives a small list of things to collect outside from the university garden – flowers, rocks, etc. This is followed by a discussion of how to use the surrounding environment efficiently and with fun, for learning science – with no extra budget needed. Again, we started with them participating as students, and then reflecting as teachers. Without asking, they come a few weeks later excited to tell about how successful, enjoyable teaching has become.

Along the process

Data was collected by: pre-survey, free writing, photos, students' self-reflections and final action research projects and analyzed by qualitative and descriptive methods.

At different points in the program, teachers showed impressive positive transformation in: their attitudes, their educational beliefs and their learning-teaching formats; and the result was that their pupils were more satisfied and highly engaged in their learning circles.

Teachers' testimonies

"Being a teacher for fourteen years, I thought that I know almost everything about teaching math, but after I studied the course TARP I discovered that there are still many things I didn't know. Dr. Jeanne worked hard to change our methods of teaching beside the way that we think."

"We acquired knowledge, skills and critical thinking from the activities and the readings."

"To be honest, this course encourages me to assess my performance in class, to know what and where I am as a teacher."

"I have learnt the technique of asking questions in the beginning of the lesson as an introductory phase, writing either the answers or the questions the pupils want to be answered in front of them on the board."

Pupils' reflections

"I was very tense, but now I am always curious to open videos about physics and any theme I want to discover, and I share discussions and explanation with my parents at home."

"Now, I can remember the text of any physical law by experience I deal in the LC associated with it; I remember Boyle law by (syringe) and I recall Charles law with (pressure cooker) and Gay-Lussac's Law by (balloons)."

Though the sequence and structure of course requirements has provided the meaningful contexts for learning, we believe that the motivation to earn their degree and a commitment to doing what is necessary to complete coursework has helped these teachers step beyond their past experiences to try something new and recognize its value for classroom learning.

References

Chambers, P. (2008). *Teaching mathematics in the secondary school: Developing as a reflective secondary teacher*. London: Sage Publications Ltd.

Hassard, J., & Dias, M. (2009). *The art of teaching science.* New York: Routledge.

Hubbard, R. S., & Power, B. M. (1999). *Living the questions: A guide for teacher researchers.* Portland, Maine: Stenhouse Publishers.

Posner, G. J., & Vivian, C. (2009). *Field experience: A guide to reflective teaching*. New Jersey: Prentice Hall.

The impact of a teacher professional development program in formative assessment on mathematics teachers' classroom practice

Erika Boström
Umeå University

This is a sub study in a project about a comprehensive professional development program (PDP) in formative assessment (FA) for mathematics teachers. My aim is to investigate in which ways the teachers' classroom practice change, with respect to FA, after participating in the PDP and what some of the reasons may be for these changes. Fourteen randomly chosen mathematics teachers in secondary school participated in the PDP. The teachers were interviewed and their classroom practice observed before and after the PDP. They have also answered two questionnaires. The PDP and the analysis about the teachers' change are based on Dylan Wiliam and his colleagues' framework of FA. Preliminary results show that all teachers were motivated to change and did change their practice, but to varying degrees.

Introduction

According to a large amount of research, the use of formative assessment (FA) in classroom practice is one of the most educationally effective ways of increasing student achievement (e.g. Black & Wiliam, 1998; Hattie, 2009). But Wiliam (2010) also highlights that little is known about how to effectively help teachers implement a formative classroom practice, and that designing ways of supporting teachers to develop their FA practice is an important issue.

This study is a sub study in a project about a comprehensive professional development program (PDP) in FA for mathematics teachers. The overall aim in the project is to contribute to the understanding of factors that are significant in the support of teachers' implementation of a FA practice. For this study more specifically the aim is to investigate in which ways the teachers' classroom practice change, with respect to FA, after participating in the PDP, and what some of the reasons may be for these changes.

In this project, with FA we mean a classroom practice that is formative, and use the definition proposed by Wiliam and his colleagues. They suggest that effective FA can be conceptualized as practice based on an adherence to the "fundamental idea" of using evidence about student learning to adjust instruction to better meet student needs, and a competent use of five key strategies: (KS1) clarifying, sharing and understanding learning intentions and criteria for success, (KS2) engineering effective classroom discussions, questions, and tasks that elicit evidence of learning, (KS3) providing feedback that moves learners forward, (KS4) activating students as instructional resources for one another, (KS5) activating students as the owners of their own learning (Wiliam, 2010).

Method

Fourteen randomly chosen teachers in a municipality, teaching mathematics in grade seven the coming academic year, participated in the PDP. The participating teachers were interviewed and their classroom practices were unannounced observed, before and after the PDP. They answered two questionnaires as an evaluation of the PDP. An analytical tool based on the framework of FA, see above, were used for the analysis of the teachers' changes in classroom practice.

The PDP was process oriented and focused on the fundamental idea and the five key strategies of FA. The design of the program included a large amount of time given to the participating teachers (24 full days over 4,5 months). This gave them time for attending lectures, reading course literature, reflection and discussion, cooperation with other teachers, and possibilities to try new ideas.

Preliminary results and conclusions

After the PDP all teachers were motivated to change, and did change, their classroom practice, but to varying degrees. This change was mainly connected to key strategy 2 (KS2). Small changes connected to KS1, KS3, KS4 and KS5 were also made. The most common and frequent change was that the teachers after the PDP more often, using formative techniques, diagnosed their students, with the purpose of modifying their teaching. Other frequent techniques used aimed to engage and promote thinking among all students during hole class sessions. The teachers chose to do changes that included techniques that they perceive fast and simple to use with positive effect on their students, while they at the same time required little effort and preparation time. Techniques that the teachers didn't choose to use in their classroom practice had the opposite characteristics; they were thus not so "cost- effective".

References

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 5(1), 7–74.

Hattie, J. (2009). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement.* New York, NY: Routledge.

Wiliam, D. (2010). An integrative summary of the research literature and implications for a new theory of formative assessment. In H. L. Andrade & G. J. Cizek (Eds.), *Handbook of formative assessment* (pp. 18–40). New York, NY: Routledge.

Bringing authentic science to science education – Nano-researchers' views

Antti Laherto
University of Helsinki

Frederike Tirre, Ilka Parchmann
University of Kiel

Increasing the authenticity of science education is one of the suggested responses to the declining attitudes to school science. Here we describe work carried out within a research and development project that aims to contribute to authentic science learning by presenting contemporary cutting-edge research in out-of-school learning environments. In the first phase of the project, 8 professors (6 in Kiel and 2 in Helsinki) working in various fields of nano-research were interviewed on the educational and communicational aspects of nanoscale science and technology.

Background and purpose

In science education research literature, the term 'authenticity' has mostly been used in the context of inquiry-based learning and usually refers to rendering school science more in line with the activities that scientists do in real research (e.g. Lee & Songer, 2003). On the other hand, many recent publications have withdrawn from this traditional view of authenticity, and argued that learning must primarily be authentic to learners (meaningful to them, related to their real-life problems etc.) and, furthermore, that authenticity is an emergent rather than fixed property (Rahm, 2003).

Out-of-school settings support situated learning and have been suggested as a fruitful way for rendering science education more authentic, valid and motivating (Braund & Reiss, 2006). The project discussed here aims at examining and deepening the contribution of out-of-school learning environments to secondary school students' as well as the public's views of contemporary science. To that end, the project first examines how different "players" in the arena (students, scientists, teachers, museum staff and visitors) perceive goals and means to enhance authenticity in settings such as science exhibitions and student labs. Here, the first findings of this research are presented: results of interviews with scientists.

Methods

In order to find out researchers' perspectives, 8 professors working in nanoscience-related fields were interviewed – 6 in the University of Kiel and 2 in the University of Helsinki. The structured interviews consisted of 16 open-ended questions. The qualitative content analysis of the interview recordings aimed at identifying and categorizing similarities and analogies in responses.

Preliminary results

According to the preliminary analysis of the interview data, the nano-researchers expressed several interesting views into both sides of authenticity (discussed above) in science communication and learning. There was some variance in their views, but the following issues were expressed by all or almost all respondents.

The interviewees were unanimous on the importance of addressing the scientific methods, the interdisciplinary nature, and the products and applications of nanoscience and nanotechnology in order to deliver an authentic image of these fields in an educational setting. Furthermore, they highlighted that risks of these technologies should be identified and balanced against the benefits in successful science communication and education. In these views the scientists clearly reflected on the learner's side of authenticity as well. They considered images and visualizations as a powerful, fascinating and authentic way of communicating nanoscience to the public as well as to students.

The interviewees argued that nanoscience can be taught and communicated in an authentic way without focusing on the scientific conceptual knowledge related to the field. According to them, outreach measures should try to deliver an overview of the whole field rather than knowledge of a specific research topic or the scientific basis of the field (e.g. quantum mechanics). Moreover, they did not see the size scale as a key issue of authentic nano research, though the "smallness" is a fascinating thing to understand.

Implications

The results of the researcher interviews have been utilized in the development of out-of-school learning environments in Kiel: student lab 'Klick!' at the University of Kiel and a public exhibition on nano research. In the next phase of the project, students' views of authentic learning are surveyed. The aim is then to combine these different perspectives in order to find research-based approaches for developing authentic learning settings. For instance, nanotechnological products seem like a fruitful way to connect the two sides of authenticity: the research on one hand and the students' experiences on the other.

References

Braund, M., & Reiss, M. (2006). Towards a more authentic science curriculum: The contribution of out-of-school learning. *International Journal of Science Education, 28*(12), 1373–1388.

Lee, H., & Songer, N. (2003). Making authentic science accessible to students. *International Journal of Science Education, 25*(8), 923–948.

Rahm, J. (2003). The value of an emergent nation of authenticity: Examples from two Student/Teacher-scientist partnership programs. *Journal of Research in Science Teaching, 40*(8), 737–756.

Deployment of data loggers in secondary education: a case study

Markus Norrby
Åbo Akademi University, Vasa övningsskola

Thomas Jacobson, Staffan Svenlin
Åbo Akademi University
Department of Natural Sciences

In 2011 twelve upper secondary schools in Western Finland were awarded joint funding to buy data logging equipment and train physics, chemistry and biology teachers in using the equipment. After the two-year project period initial results have been evaluated. Teachers agree that technically the equipment has worked very well, but lack of time and theory-packed curricula hinder them from using more demonstrations and investigations in their teaching.

Introduction

Using digital equipment to gather and display measurement data in classrooms is not a new concept. It has been around at least since the 70's and was made popular in the late 80's as Microcomputer-based Laboratory (MBL). Extensive curricula using MBL have been developed all over the world and the positive impact on learning outcome is well documented (e.g. Sokoloff & Thornton, 1990). Using MBL as intended though, for hands-on student activity, requires many sets of expensive equipment, dedicated classrooms and curricula that encourage taking time for these types of activities.

But the latest generation of user-friendly data logging equipment and software from manufacturers as Pasco and Vernier, combined with computers and projectors finally becoming standard equipment in all classrooms, are revolutionising this field. The threshold for teachers to start using digital measurement equipment is now much lower, since the equipment is easy to use, reliable, and can be connected to existing IT-infrastructure in any classroom.

Project background

In 2011 twelve relatively small upper secondary schools representing the Swedish-speaking minority in Western Finland were awarded funds by the National Board of Education, making it possible for all participating schools to achieve a minimum level of equipment for data logging, and for a number of seminars and workshops for the teachers to be held during the two-year project period.

In 2013 a first evaluation of the project was carried out in cooperation with Åbo Akademi University. The attitudes of the participating teachers were studied with the help of a questionnaire and by interviews with selected teaches. Also, the types of demonstrations the teachers choose to use the equipment for was analysed and an attempt has been made to identify different factors that characterize “rich” demonstrations as subjectively perceived by the teachers.

Main results

The evaluation shows that the deployment of the data logging equipment in this fashion, as a cooperation between several schools in the same region with a separate project coordinator overseeing the practical arrangements, has been successful. But the evaluation also clearly shows that the usage of the new equipment varies a lot between schools. Reasons mentioned for not using the equipment more were lack of time, stress in general and the focus on theoretical calculations and hand-made graphs in the matriculation exam.

The teachers found it very difficult to judge the impact of the new equipment on students’ learning. But for showing certain types of phenomena a clear advantage was seen. In for example physics this included some topics in mechanics like collisions, and when looking for “rich” applications of the equipment several demonstrations of electromagnetism stood out.

Conclusions

The latest generation of data logging equipment from several manufacturers and the associated software for displaying and analysing data, together with increasingly well-equipped classrooms are creating opportunities for many science teachers to renew their ways of teaching. The term MBL does not describe this way of working in a satisfactory way. And for many teachers MBL is associated with old, unreliable hardware and ambitious inquiry-based curricula. The concept of ILD (Sokoloff & Thornton, 2004) is perhaps more suitable, but it might still a bit too rigid and ambitious to entice stressed and sceptical teachers.

Therefor there is a need for more research on the pedagogical value and effects of these types of quick and visual demonstrations, perhaps termed VDD (visual demonstrations using data loggers). The case studied above shows that the challenge of deploying data logging equipment in schools is not technical, but rather to find methods of helping stressed ordinary teachers to bit by bit incorporate this new technology, at relevant places, in their everyday teaching.

References

Sokoloff, D. R., & Thornton, R. K. (1990). Learning motion concepts using real-time microcomputer-based laboratory tools. *American Journal of Physics, 58*, 858

Sokoloff, D. R., & Thornton, R. K. (2004), *Interactive lecture demonstrations - Active learning in introductory physics*. Oxford: John Wiley and Sons, Inc.

Distribution of lesson time in introductory algebra classes from four countries

Anna-Maija Partanen
University of Lapland

Cecilia Kilhamn
University of Gothenburg

The distribution of lesson time during four successive lessons in 16 introductory algebra classrooms in Finland, Norway, Sweden and the USA was classified into categories according to the type of activity. Comparisons within and across the countries revealed a large variation in the data from each country, with the largest variation appearing in the Swedish data. In the Finnish data there was a clear emphasis on individual student work, and a larger proportion of lesson time was spent on non-mathematical activities than in the other countries. The relative proportion of whole class activities was the greatest in the US data.

Introduction

Large scale video studies on mathematics instruction have often focused on finding patterns and variation in mathematics teaching and lesson structure, where typically a range of topics in the curriculum of a chosen grade is covered by the recordings (e.g. Clarke et al., 2006; Hiebert et al., 2006). The on-going VIDEOMAT project (see Kilhamn and Röj-Lindberg, 2013, for a more detailed description of the project) is designed to expose tacit and unknown dimensions of introductory algebra teaching by looking for similarities and differences in classrooms in four countries. Early algebra was chosen as the topic of the lessons since transition from arithmetic to algebra is found to be problematic for great numbers of students. The participating classes are in grades 6 or 7 (around 12 year old students) from Finland, Norway, Sweden and USA. In this paper, we present an analysis of how the teachers in these classrooms divided their lesson time between different types of activities.

Data

The analysis draws on data from four teacher planned introductory algebra lessons, which were video recorded using three cameras (whole class, teacher and focus group). To help the researches navigate through the great amount of video data, mutually exclusive coverage codes describing the nature of activity were attached to the episodes in the data. Exact time codes start and end each episode. Besides episodes where *non-mathematical activity* took place, the episodes including mathematical activity were divided into *whole class activity* and *student work*. Whole class activities can be seen either as *introduction,* when a new concept, a new procedure or a new activity is introduced, or *follow up,* when the teacher is following up on student activities or applying and consolidating knowledge introduced earlier. Student work was divided into *student individual work* and *student group work*. These categories were also subdivided in more detail, but that is not relevant to the analysis presented here. The distribution of lesson time from the four lessons in each classroom was compiled and presented in pie charts. These were analysed addressing the research questions: What similarities and differences do we see in the 16 teachers' way of spending lesson time and what similarities and differences do we see when comparing across the countries and within the countries?

Results and Conclusion

All the categories used to describe the distribution of lesson time in each classroom were present in the data from all the countries. Thus, we find the categories relevant to describe structural aspects of the lessons. There was much variation between classrooms in the data from each country, indicating that all four countries allow their teachers freedom in classroom organisation. However, the largest within country variation was found in the Swedish data. In the Finnish data there was a clear dominance of individual work over group work, and the Finnish lessons included most lesson time spent on non-mathematical issues. The relative proportion of whole class activities was the greatest in the lessons from the USA.

While generalisations on a country level can't be made, the results do point toward features that may be worthwhile investigating on a larger scale. Some interesting features in the distribution of lesson time found in our data have raised questions that need a more thorough analysis. How is the individualistic flavour in the Finnish lessons seen in the focus groups, and to what extent do the students in the data from the other countries collaborate in their small groups? To what extent do the American teachers afford students' contributions in the whole class discussions? What is the rationale behind the teaching of those teachers whose lessons most deviate from the others in the same country?

References

Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.). (2006). *Mathematics classrooms in twelve countries: The insider's perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.

Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givvin, K. B., Hollingsworth, H., Jacobs, J. et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video study: NCES (2003).* Washington, DC: National Centre for Education_Statistics.

Kilhamn, C., & Röj-Lindberg, A.-S. (2013). Seeking hidden dimensions of algebra teaching through video analysis. In B. Grevholm, P. S. Hundedalen, K. Juter, K. Kislenko & P.-E. Persson (Eds.), *Nordic research in mathematics education, past, present and future* (pp. 299–326). Oslo: Cappelen Damn Akademisk.

Structuring conversations for analysing problem-solving

Joakim Österlund
Åbo Akademi University

For my bachelor's thesis (Österlund, 2013) I analysed video material from the VIDEOMAT project (Kilhamn & Röj-Lindberg, 2013). The material consisted of three students solving three mathematical problems together. One of the goals of my study was to see if it is possible as a teacher to observe the change of knowledge that the students go through during problem-solving. A change of knowledge is simply the difference between first impressions and last conclusions about a problem. This paper is about the structure, or theoretical lens, that made the observations possible. The conversations were transcribed and then structured using Polya's four stages of problem-solving: *Understanding the problem*; *Devising a plan*; *Carrying out the plan*; *Looking back* (Polya, 1957). The results of my study showed that the students went through all four stages multiple times and that it was possible to follow the change of knowledge by analysing the structured conversations. Polya's model can be used by a teacher as a theoretical lens for following problem-solving processes.

Theoretical background

Polya (1957) describes his problem-solving model as a natural way of solving problems. Most people go through the four stages regardless of their problem-solving experience. Polya's model is meant for training students to become more adept at solving problems. Observing a change of knowledge during a problem-solving situation implies that some learning has taken place. Starting with an unfamiliar problem with no apparent solution and then ending up with a solution that is correct or incorrect point towards a change of knowledge. When the students understand the problem they can devise a plan and then carry it out to find a correct or incorrect solution. After a solution has been discovered the students need to look back at what they have done to confirm that the solution is plausible, correct or incorrect. It is during this stage that they might learn the method for solving similar problems in future situations. If a teacher is aware of Polya's model it might facilitate the teacher's role as a guide through problem-solving situations. It might also give the teacher a deeper understanding of a student's problem-solving process through different stages, which is of great value when trying to assess a student's problem-solving skills (Björkqvist, 2001).

Method

By transcribing the conversations and then structuring them according to the four stages (Polya, 1957), I was able to analyse the problem-solving process.

Stage one, *understanding the problem*, was apparent when the students explained the problem to each other or themselves, or when the students started trying out different solution methods. Stage two, *devising a plan*, could be observed when the students discussed or tried out different possible ways of solving the problem. Stage three, *carrying out the plan*, the easiest stage to observe, was when the students tried to solve the problem on paper according to their plan. The last stage, *looking back*, was noticeable when the students explained the results to each other, or when they noticed mistakes or missed details. Validating the solution is also a form of looking back and confirming that the plan used for solving the problem was the right choice of plan, and that it was carried out correctly.

Results and discussion

After structuring the conversations and analysing them I discovered that the students went through all four stages of problem-solving and I was able to observe and follow the change of knowledge. The students were not efficient problem solvers; they forgot details and revisited stages in all three problems. Still, even though the students were not efficient, the problem-solving process could be followed using the theoretical lens described in this paper. It should be noted that, since I observed a group-process, all students were not on the same stage at all times and this made it harder to decide when one stage ended and the next one began. My results indicate that if a teacher is aware of Polya's model he or she might be able to follow and assess students' problem-solving processes and skills more easily. According to Björkqvist (2001) problem-solving processes often are analysed in different stages, and even though Polya's model is not the most effective way of teaching problem-solving, it might still be useful for understanding problem-solving in the classroom.

References

Björkqvist, O. (2001). Matematisk problemlösning. In B. Grevholm (Eds.), Matematikdidaktik – *ett nordiskt perspektiv* (pp. 115–132). Lund: Studentlitteratur.

Kilhamn, C., & Röj-Lindberg, A.-S. (2013). Seeking hidden dimensions of algebra teaching through video analysing. In B. Grevholm, P. S. Hundeland, K. Juter, K. Kislenko & P.-E. Person (Eds.), *Nordic research in didactics of mathematics: past, present and future* (pp. 299–328). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Polya, G. (1957). *How to solve it: a new aspect of mathematical method.* Princeton: Princeton University Press.

Österlund, J. (2013). *Si, lyssna lite på mig bara – En kvalitativ analys av matematiska diskussioner* (Bachelors thesis). Unpublished, Vasa: Pedagogiska Fakulteten, Åbo Akademi.

Spaces for learning: past, present and future

The 30th annual symposium of the Finnish Mathematics and Science Education Research Association (FMSERA) was organized in Vaasa, Finland, at Åbo Akademi University, on November 6-8, 2013. FMSERA is the oldest subject didactical science organization in Finland. The first annual symposium was held in Turku in August 1983.

This peer-reviewed report is a collection of the invited lectures, papers and short communications presented at the symposium. The approximately 60 participants represented research communities in Finland, Sweden, Germany and Israel. The presentations highlighted aspects in the history of FMSERA as well as current research on topics relevant to teaching and learning of mathematics and science.

The report is organized into four sections with 16 articles in English, five in Finnish and one article written as a dialogue in both Swedish and Finnish. The first section contains three articles related to the anniversary of FMSERA. The second section contains two keynote lectures from the fields of mathematics and science education. The third section contains 11 regular papers, and the fourth section contains six short communications.

Report

ISSN 1458-7777
ISBN 978-952-12-3129-2 (digital)
Scientific blind review
Faculty of Education, Åbo Akademi University
Address: PB 311, 65101 VASA
http://www.abo.fi/pf/pfpublikationer